

## 谐振腔

## Rectangular resonant Cavity

张子珍

山西大同大学物理与电子科学学院

2013.11.15

# 教学目标 (teaching objectives)

# 教学目标 (teaching objectives)

- ① 无界空间中电磁波的传播;

# 教学目标 (teaching objectives)

- ① 无界空间中电磁波的传播;
- ② 理想导体的边界条件;

# 教学目标 (teaching objectives)

- ① 无界空间中电磁波的传播;
- ② 理想导体的边界条件;
- ③ 谐振腔内电磁场的波动方程;

# 教学目标 (teaching objectives)

- ① 无界空间中电磁波的传播;
- ② 理想导体的边界条件;
- ③ 谐振腔内电磁场的波动方程;
- ④ 直角坐标系下波动方程的求解;

# 教学目标 (teaching objectives)

- ① 无界空间中电磁波的传播;
- ② 理想导体的边界条件;
- ③ 谐振腔内电磁场的波动方程;
- ④ 直角坐标系下波动方程的求解;
- ⑤ 讨论。

# 教学目标 (teaching objectives)

- ① 无界空间中电磁波的传播;
- ② 理想导体的边界条件;
- ③ 谐振腔内电磁场的波动方程;
- ④ 直角坐标系下波动方程的求解;
- ⑤ 讨论。

**重点:**波动方程及边界条件

**难点:** 通过边界条件求系数



# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播

# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播  
无界空间中，电磁波的波动方程是：

# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播

无界空间中，电磁波的波动方程是：

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播

无界空间中，电磁波的波动方程是：

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

时谐电磁波时，方程(1)变为

# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播

无界空间中，电磁波的波动方程是：

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

时谐电磁波时，方程(1)变为

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (2)$$

# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播

无界空间中，电磁波的波动方程是：

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

时谐电磁波时，方程(1)变为

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (2)$$

其解为

# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播

无界空间中，电磁波的波动方程是：

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

时谐电磁波时，方程(1)变为

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (2)$$

其解为

$$\vec{E}(x, y, z, t) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (3)$$



# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播

无界空间中，电磁波的波动方程是：

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

时谐电磁波时，方程(1)变为

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (2)$$

其解为

$$\vec{E}(x, y, z, t) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (3)$$

其中， $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ ，该解为平面波，即无界空间中电磁波最基本的存在形式是平面电磁波。而且电磁波是横波（即TEM波）。

# 1. 无界空间中电磁波的传播 (Plane Wave)

- 无界空间中电磁波的传播

无界空间中，电磁波的波动方程是：

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

时谐电磁波时，方程(1)变为

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (2)$$

其解为

$$\vec{E}(x, y, z, t) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (3)$$

其中， $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ ，该解为平面波，即无界空间中电磁波最基本的存在形式是平面电磁波。而且电磁波是横波（即TEM波）。

## 2.理想导体的边界条件(Boundary Conditions in Conductor)

- 有界空间中电磁波的传播

## 2.理想导体的边界条件(Boundary Conditions in Conductor)

- 有界空间中电磁波的传播  
当电磁波遇到导体表面时，有趋肤效应，即进入导体的深度非常小，也就是说，导体自然构成电磁波传播的边界。把这种特性用于无线电技术中，可以用导体作为传播电磁波的空间的壁，来制约电磁波的传播。比如谐振腔和波导管，它的壁都是用导体作成的。

## 2.理想导体的边界条件(Boundary Conditions in Conductor)

- 有界空间中电磁波的传播  
当电磁波遇到导体表面时，有趋肤效应，即进入导体的深度非常小，也就是说，导体自然构成电磁波传播的边界。把这种特性用于无线电技术中，可以用导体作为传播电磁波的空间的壁，来制约电磁波的传播。比如谐振腔和波导管，它的壁都是用导体作成的。
- 两种介质分界面上的边值关系  
电磁波遇到两种介质的分界面时，其边值关系是：

## 2.理想导体的边界条件(Boundary Conditions in Conductor)

- 有界空间中电磁波的传播  
当电磁波遇到导体表面时，有趋肤效应，即进入导体的深度非常小，也就是说，导体自然构成电磁波传播的边界。把这种特性用于无线电技术中，可以用导体作为传播电磁波的空间的壁，来制约电磁波的传播。比如谐振腔和波导管，它的壁都是用导体作成的。
- 两种介质分界面上的边值关系  
电磁波遇到两种介质的分界面时，其边值关系是：

### 3. Electromagnetic Wave Propagation in resonant Cavity

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha}, \quad (4)$$

### 3. Electromagnetic Wave Propagation in resonant Cavity

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha}, \quad (4)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma, \hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (5)$$



### 3. Electromagnetic Wave Propagation in resonant Cavity

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha}, \quad (4)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma, \hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (5)$$

**问题：方程(4)和(5)是否独立？**

### 3. Electromagnetic Wave Propagation in resonant Cavity

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha}, \quad (4)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma, \hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (5)$$

**问题：方程(4)和(5)是否独立？**

- 导体与介质分界面上的边值关系

当导体与介质的接触时，取1为导体，2代表真空或介质。在实际问题中，一般银，铜都可以作为理想导体来处理。电磁场的边值关系变为

### 3. Electromagnetic Wave Propagation in resonant Cavity

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha}, \quad (4)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma, \hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (5)$$

**问题：方程(4)和(5)是否独立？**

• 导体与介质分界面上的边值关系

当导体与介质的接触时，取1为导体，2代表真空或介质。在实际问题中，一般银，铜都可以作为理想导体来处理。电磁场的边值关系变为

$$\hat{n} \times \vec{E} = 0, \hat{n} \times \vec{H} = \vec{\alpha}, \quad (6)$$

### 3. Electromagnetic Wave Propagation in resonant Cavity

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha}, \quad (4)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma, \hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (5)$$

**问题：方程(4)和(5)是否独立？**

• 导体与介质分界面上的边值关系  
当导体与介质的接触时，取1为导体，2代表真空或介质。在实际问题中，一般银，铜都可以作为理想导体来处理。电磁场的边值关系变为

$$\hat{n} \times \vec{E} = 0, \hat{n} \times \vec{H} = \vec{\alpha}, \quad (6)$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

问题：方程(6)和(7)是否独立？

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为



## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为

{

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ \end{array} \right.$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \end{cases}$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \\ \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \end{cases}$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \\ \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \\ \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

设  $u(x, y, z)$  代表  $\vec{E}$  的任一直角分量，

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \\ \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

设  $u(x, y, z)$  代表  $\vec{E}$  的任一直角分量，

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, separating variables

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = \sigma, \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

**问题：方程(6)和(7)是否独立？**  
谐振腔的边界条件变为

$$E_t = 0, \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

谐振腔的波动方程以及边界条件为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \\ \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

设  $u(x, y, z)$  代表  $\vec{E}$  的任一直角分量，

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \quad (10)$$



#### 4. Solution of Helmholtz equation, The eigenvalue equation

用分离变量法对方程(10)进行求

解,令  $u(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ , 代入方程(10)中, 得

#### 4. Solution of Helmholtz equation, The eigenvalue equation

用分离变量法对方程(10)进行求

解,令  $u(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ , 代入方程(10)中, 得

$$X''YZ + XY''Z + XYZ'' + k^2XYZ = 0 \quad (11)$$

#### 4. Solution of Helmholtz equation, The eigenvalue equation

用分离变量法对方程(10)进行求

解,令  $u(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ , 代入方程(10)中, 得

$$X''YZ + XY''Z + XYZ'' + k^2XYZ = 0 \quad (11)$$

$$\frac{X''}{X} + k_x^2 + \frac{Y''}{Y} + k_y^2 + \frac{Z''}{Z} + k_z^2 = 0 \quad (12)$$

$$\frac{X''}{X} + k_x^2 = 0, \frac{Y''}{Y} + k_y^2 = 0, \frac{Z''}{Z} + k_z^2 = 0 \quad (13)$$

#### 4. Solution of Helmholtz equation, The eigenvalue equation

用分离变量法对方程(10)进行求

解,令  $u(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ , 代入方程(10)中, 得

$$X''YZ + XY''Z + XYZ'' + k^2XYZ = 0 \quad (11)$$

$$\frac{X''}{X} + k_x^2 + \frac{Y''}{Y} + k_y^2 + \frac{Z''}{Z} + k_z^2 = 0 \quad (12)$$

$$\frac{X''}{X} + k_x^2 = 0, \frac{Y''}{Y} + k_y^2 = 0, \frac{Z''}{Z} + k_z^2 = 0 \quad (13)$$

$$X'' + k_x^2X = 0, Y'' + k_y^2Y = 0, Z'' + k_z^2Z = 0. \quad (14)$$

#### 4. Solution of Helmholtz equation, The eigenvalue equation

用分离变量法对方程(10)进行求

解,令  $u(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ , 代入方程(10)中, 得

$$X''YZ + XY''Z + XYZ'' + k^2XYZ = 0 \quad (11)$$

$$\frac{X''}{X} + k_x^2 + \frac{Y''}{Y} + k_y^2 + \frac{Z''}{Z} + k_z^2 = 0 \quad (12)$$

$$\frac{X''}{X} + k_x^2 = 0, \frac{Y''}{Y} + k_y^2 = 0, \frac{Z''}{Z} + k_z^2 = 0 \quad (13)$$

$$X'' + k_x^2X = 0, Y'' + k_y^2Y = 0, Z'' + k_z^2Z = 0. \quad (14)$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, Computing coefficients by Boundary Conditions

$$X(x) = C_1 \cos k_x x + D_1 \sin k_x x, \quad (15)$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, Computing coefficients by Boundary Conditions

$$X(x) = C_1 \cos k_x x + D_1 \sin k_x x, \quad (15)$$

$$Y(y) = C_2 \cos k_y y + D_1 \sin k_y y, \quad (16)$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, Computing coefficients by Boundary Conditions

$$X(x) = C_1 \cos k_x x + D_1 \sin k_x x, \quad (15)$$

$$Y(y) = C_2 \cos k_y y + D_1 \sin k_y y, \quad (16)$$

$$Z(z) = C_3 \cos k_z z + D_3 \sin k_z z \quad (17)$$



## 4. Solution of Helmholtz equation, Computing coefficients by Boundary Conditions

$$X(x) = C_1 \cos k_x x + D_1 \sin k_x x, \quad (15)$$

$$Y(y) = C_2 \cos k_y y + D_1 \sin k_y y, \quad (16)$$

$$Z(z) = C_3 \cos k_z z + D_3 \sin k_z z \quad (17)$$

$$u(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, Computing coefficients by Boundary Conditions

$$X(x) = C_1 \cos k_x x + D_1 \sin k_x x, \quad (15)$$

$$Y(y) = C_2 \cos k_y y + D_1 \sin k_y y, \quad (16)$$

$$Z(z) = C_3 \cos k_z z + D_3 \sin k_z z \quad (17)$$

$$u(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad (18)$$

## 4. Solution of Helmholtz equation, Computing coefficients by Boundary Conditions

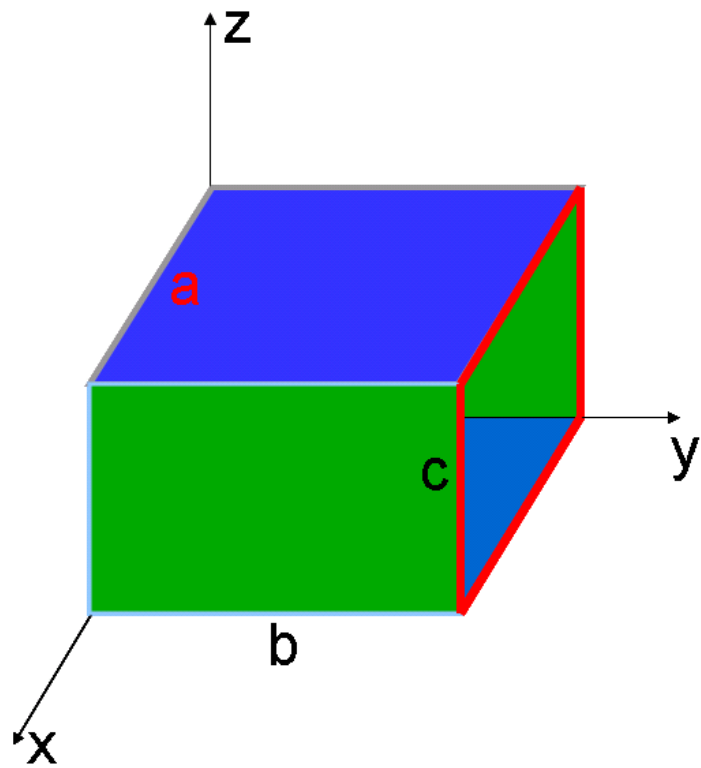
$$X(x) = C_1 \cos k_x x + D_1 \sin k_x x, \quad (15)$$

$$Y(y) = C_2 \cos k_y y + D_1 \sin k_y y, \quad (16)$$

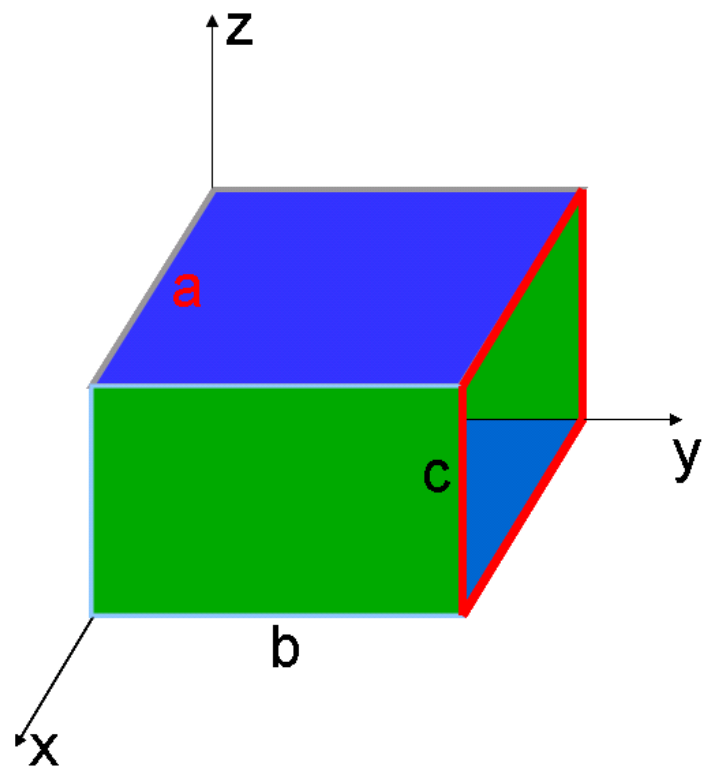
$$Z(z) = C_3 \cos k_z z + D_3 \sin k_z z \quad (17)$$

$$u(x, y, z) = X(x) Y(y) Z(z) \quad (18)$$

# 4. 谐振腔内电磁振荡的振动规律

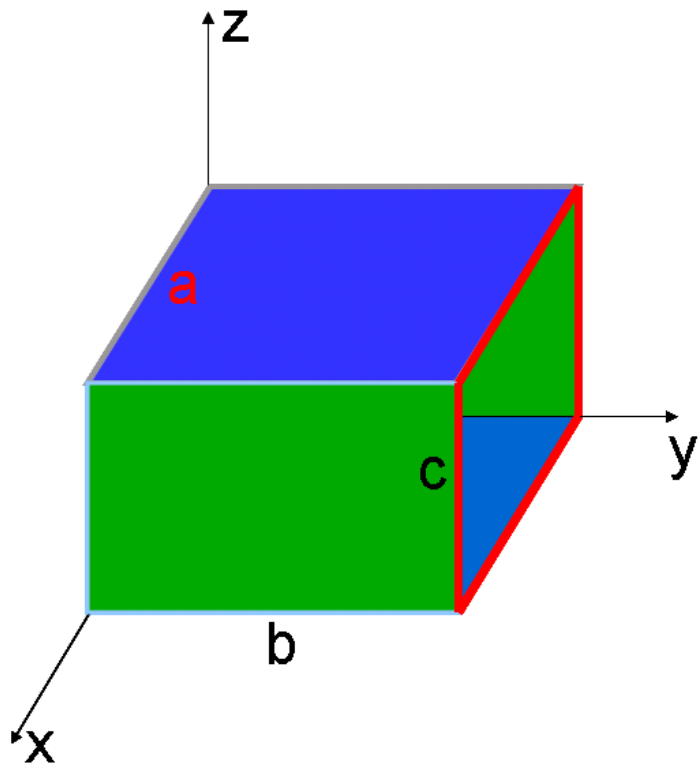


## 4. 谐振腔内电磁振荡的振动规律



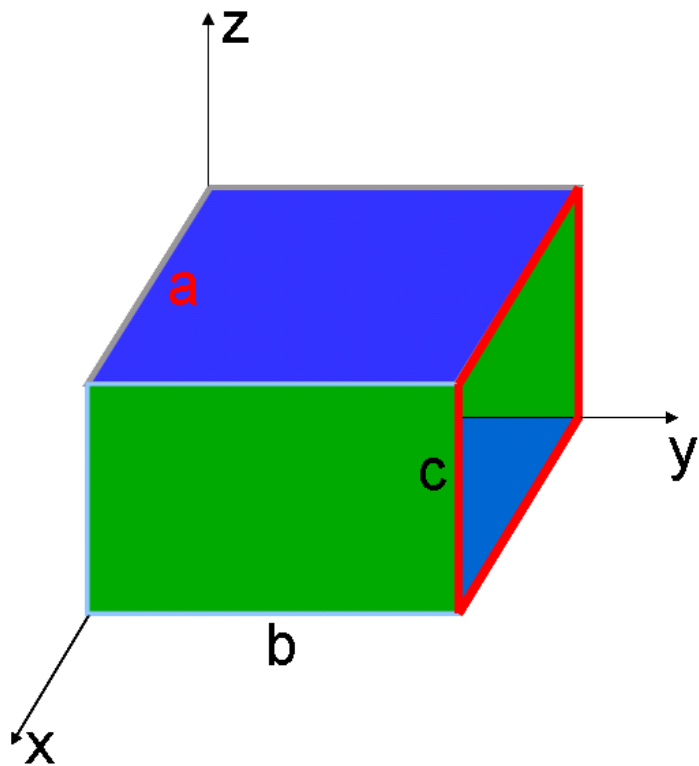
令  $u(x, y, z)$  代表  $E_x$ ,  
在  $x = 0$  和  $x = a$  面上,  
 $E_x$  是法线分量,

## 4. 谐振腔内电磁振荡的振动规律



令  $u(x, y, z)$  代表  $E_x$ ,  
在  $x = 0$  和  $x = a$  面上,  
 $E_x$  是法线分量,  
故  $\frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$ ,

## 4. 谐振腔内电磁振荡的振动规律



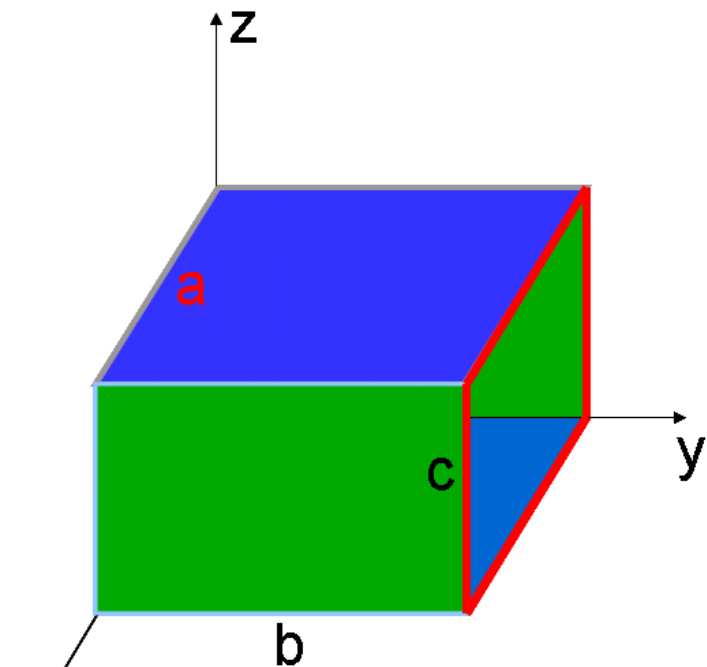
令  $u(x, y, z)$  代表  $E_x$ ,  
在  $x = 0$  和  $x = a$  面上,  
 $E_x$  是法线分量,

$$\text{故 } \frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0,$$

$$D_1 = 0, k_x = \frac{m\pi}{a}.$$

## 4. 谐振腔内电磁振荡的振动规律



在  $y = 0$  和  $y = b$  面上,  $E_x$  是切线分量,

令  $u(x, y, z)$  代表  $E_x$ ,  
在  $x = 0$  和  $x = a$  面上,  
 $E_x$  是法线分量,

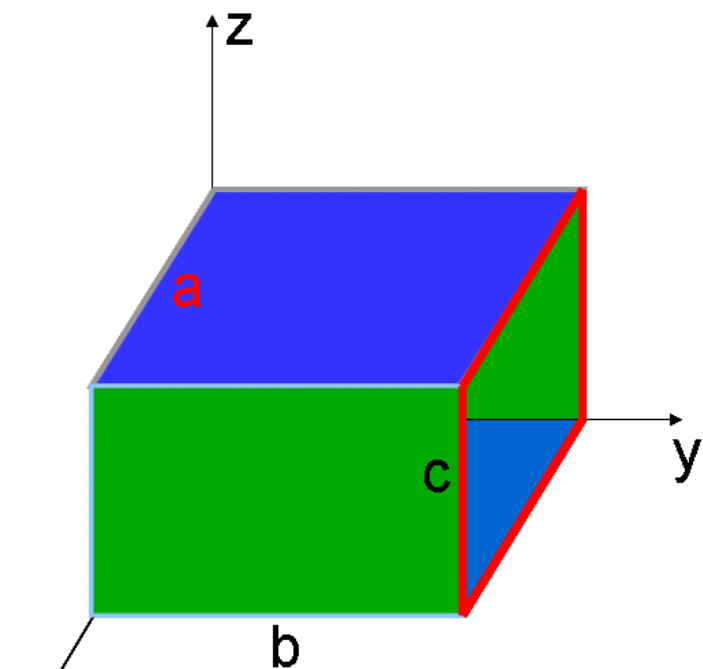
$$\text{故 } \frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0,$$

$$D_1 = 0, k_x = \frac{m\pi}{a}.$$



## 4. 谐振腔内电磁振荡的振动规律



令  $u(x, y, z)$  代表  $E_x$ ,  
在  $x = 0$  和  $x = a$  面上,  
 $E_x$  是法线分量,

$$\text{故 } \frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0,$$

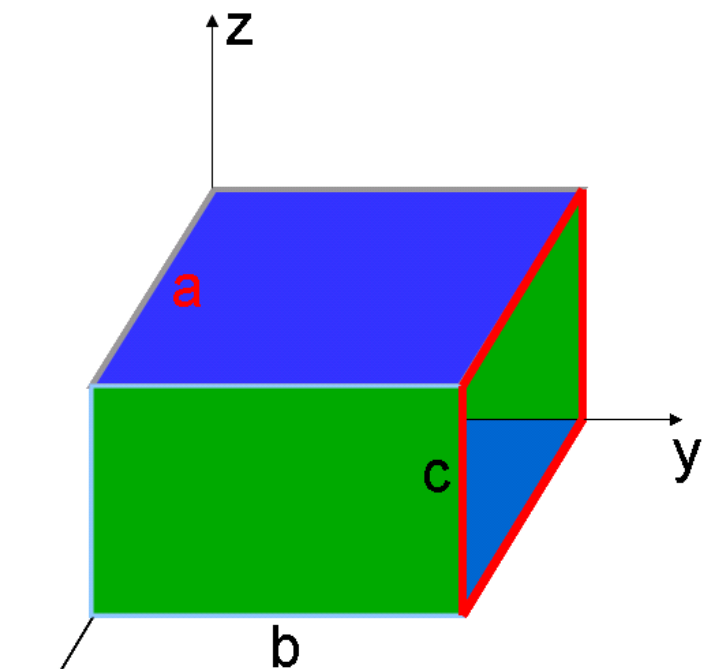
$$\frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0,$$

$$D_1 = 0, k_x = \frac{m\pi}{a}.$$

在  $y = 0$  和  $y = b$  面上,  $E_x$  是切线分量,

故  $E_x|_{y=0} = 0$ ,  $E_x|_{y=b} = 0$ , 得  $C_2 = 0$ ,  $k_y = \frac{n\pi}{b}$ .

## 4. 谐振腔内电磁振荡的振动规律



令  $u(x, y, z)$  代表  $E_x$ ,  
在  $x = 0$  和  $x = a$  面上,  
 $E_x$  是法线分量,

$$\text{故 } \frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0,$$

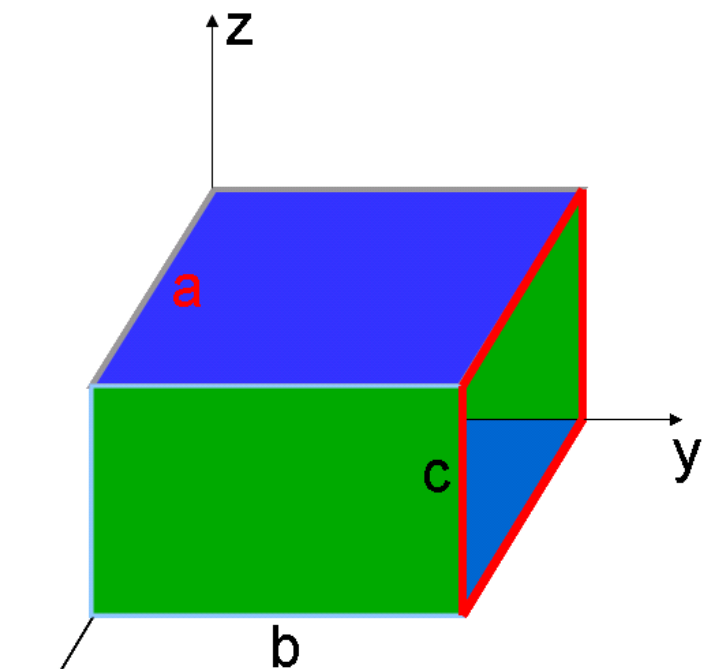
$$D_1 = 0, k_x = \frac{m\pi}{a}.$$

在  $y = 0$  和  $y = b$  面上,  $E_x$  是切线分量,

故  $E_x|_{y=0} = 0$ ,  $E_x|_{y=b} = 0$ , 得  $C_2 = 0$ ,  $k_y = \frac{n\pi}{b}$ .

在  $z = 0$  和  $z = c$  面上,  $E_x$  是切线分量,

## 4. 谐振腔内电磁振荡的振动规律



令  $u(x, y, z)$  代表  $E_x$ ,  
在  $x = 0$  和  $x = a$  面上,  
 $E_x$  是法线分量,

$$\text{故 } \frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0,$$

$$D_1 = 0, k_x = \frac{m\pi}{a}.$$

在  $y = 0$  和  $y = b$  面上,  $E_x$  是切线分量,

故  $E_x|_{y=0} = 0$ ,  $E_x|_{y=b} = 0$ , 得  $C_2 = 0$ ,  $k_y = \frac{n\pi}{b}$ .

在  $z = 0$  和  $z = c$  面上,  $E_x$  是切线分量,

故  $E_x|_{z=0} = 0$ ,  $E_x|_{z=c} = 0$ , 得  $C_3 = 0$ ,  $k_z = \frac{p\pi}{c}$ .

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (19)$$

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (19)$$

同理：得

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (19)$$

同理：得

$$E_y = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (20)$$

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (19)$$

同理：得

$$E_y = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (20)$$

$$E_z = A_3 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (21)$$

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (19)$$

同理：得

$$E_y = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (20)$$

$$E_z = A_3 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (21)$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{n\pi}{b}, k_z = \frac{p\pi}{c}, \quad (22)$$



## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (19)$$

同理：得

$$E_y = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (20)$$

$$E_z = A_3 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (21)$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{n\pi}{b}, k_z = \frac{p\pi}{c}, \quad (22)$$

$$k_x A_1 + k_y A_2 + k_z A_3 = 0 \quad (23)$$

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (19)$$

同理：得

$$E_y = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (20)$$

$$E_z = A_3 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{c}z\right) \quad (21)$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{n\pi}{b}, k_z = \frac{p\pi}{c}, \quad (22)$$

$$k_x A_1 + k_y A_2 + k_z A_3 = 0 \quad (23)$$

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

因此， $A_1$ ， $A_2$ ， $A_3$  中只有两个是独立的。谐振腔的本征频率

$$\omega_{mnp} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2} \quad (24)$$

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

因此， $A_1$ ， $A_2$ ， $A_3$  中只有两个是独立的。谐振腔的本征频率

$$\omega_{mnp} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2} \quad (24)$$

若  $a > b > c$ ，最低频率的谐振波数为  $(1, 1, 0)$ ，其频率为

$$f_{110} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} \quad (25)$$

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

因此， $A_1$ ， $A_2$ ， $A_3$  中只有两个是独立的。谐振腔的本征频率

$$\omega_{mnp} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2} \quad (24)$$

若  $a > b > c$ ，最低频率的谐振波数为  $(1, 1, 0)$ ，其频率为

$$f_{110} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} \quad (25)$$

波长为

$$\lambda_{110} = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}} \quad (26)$$

## 5. Electromagnetic Waves wavelength and frequencies

因此， $A_1$ ， $A_2$ ， $A_3$  中只有两个是独立的。谐振腔的本征频率

$$\omega_{mnp} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2} \quad (24)$$

若  $a > b > c$ ，最低频率的谐振波数为  $(1, 1, 0)$ ，其频率为

$$f_{110} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} \quad (25)$$

波长为

$$\lambda_{110} = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}} \quad (26)$$

# 小结

知识点小结:



# 小结

知识点小结:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \end{array} \right.$$



# 小结

知识点小结:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \end{cases}$$

# 小结

## 知识点小结:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \\ \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \end{cases}$$

# 小结

## 知识点小结:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \\ \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \end{cases}$$

# 小结

## 知识点小结:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ E_t = 0 \\ \frac{\partial E_n}{\partial n} = 0 \end{cases}$$

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right)$$

$$E_y = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{c}z\right)$$

$$E_z = A_3 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{c}z\right)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$