动荷载. 交变应力

第一节 概 述

静应力： 构件在静载荷作用下产生的应力。

特点： 1. 与加速度无关。 2. 不随时间的改变而改变。

动荷载： 工程中随时间作急剧变化的荷载，以及作加速运动或转动的系统中构件的惯性力。

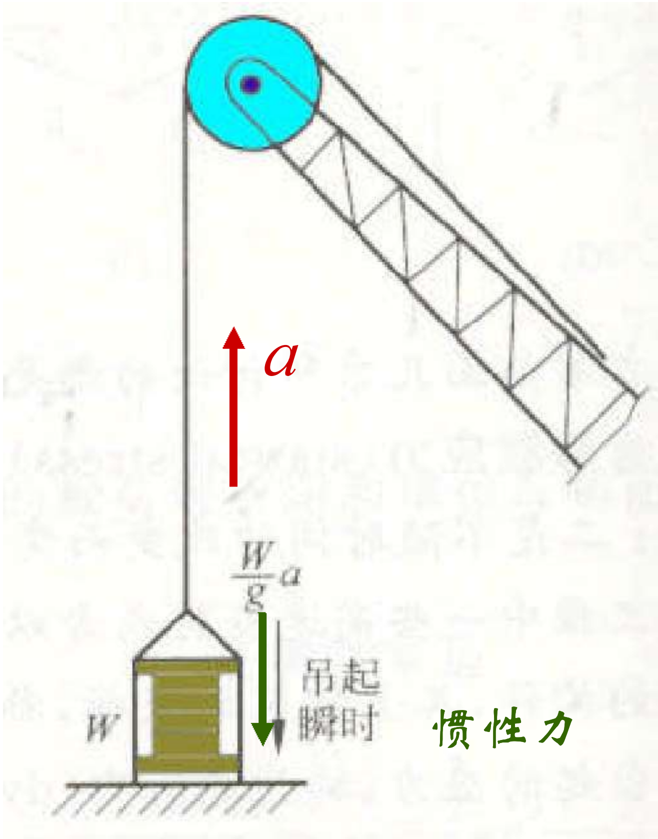
动应力： 在动荷载作用下构件内的应力。

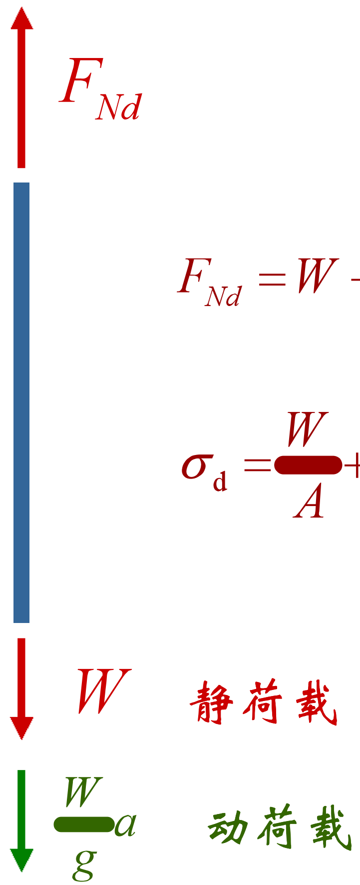
交变应力： 构件中的应力虽与加速度无关，但大小或方向却随时间而变化。

疲劳： 构件在交变应力作用下最大工作应力远远小于屈服强度且无明显塑性变形就发生突然断裂。该现象称为疲劳

第二节 构件作等加速直线运动或等速转动时的动应力计算

等加速直线运动：





$$F_{Nd}=W+\frac{W}{g}a=\left(1+\frac{a}{g}\right)W$$

$$\sigma_d=\frac{W}{A}+\frac{W}{Ag}a=\left(1+\frac{a}{g}\right)\sigma_{st}$$

$$\sigma_{st}=\frac{W}{A}$$

-----静应力

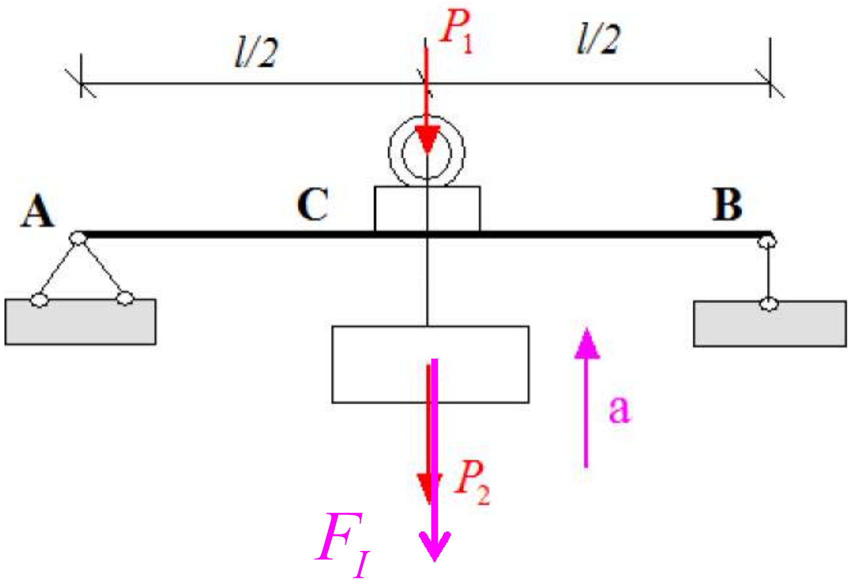
$$\sigma_d=K_d\sigma_{st}$$

$$K_d=\left(1+\frac{a}{g}\right)$$

动荷系数

习题 6-2

一起重机重P_1=5kN，装在两根跨度l=4m的20a号工字钢梁上，用钢索起吊P_2=50kN的重物。该重物在前3s内按等加速上升10m。已知【σ】=170Mpa，不计梁和钢索的自重，试校核梁的强度。



（1）重物的加速度为

$$a=\frac{2h}{t^2}=\frac{20}{9}m/s^2$$

（2）由动静法，施加惯性力

$$F_I=\frac{P_2}{g}a$$

$$M_{\max}=\frac{\left(P_1+P_2+\frac{P_2}{g}a\right)l}{4}$$

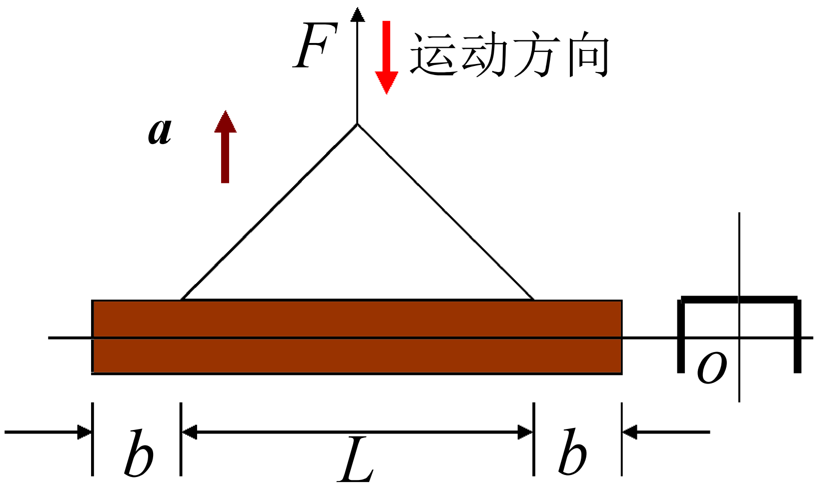
$$W=2\times 237cm^3$$

$$\sigma_{d\max}=\frac{M_{\max}}{W}=140\text{MPa}$$

$$\sigma_{d\max}\prec[\sigma]$$ 安全

例题 II 1

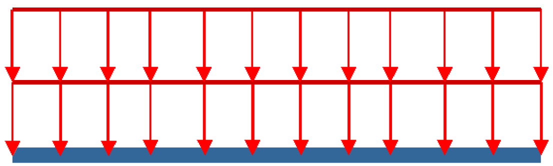
图示20a槽钢，以等加速下降，若在0.2s的时间内速度由1.8m/s降至0.6m/s，试求槽钢中最大弯曲正应力。已知$L=6$m，b = 1m。



$$a=\frac{v_t-v_0}{t}=-6\,m/s^2$$

$$q_d=q_{st}+q_{st}\cdot\frac{a}{g}=(1+\frac{a}{g})q_{st}$$

$$k_d=1+\frac{a}{g}=1.61$$



$$q_d=q_{st}+q_{st}\cdot\frac{a}{g}$$

$$q_I=q_{st}\frac{a}{g}$$

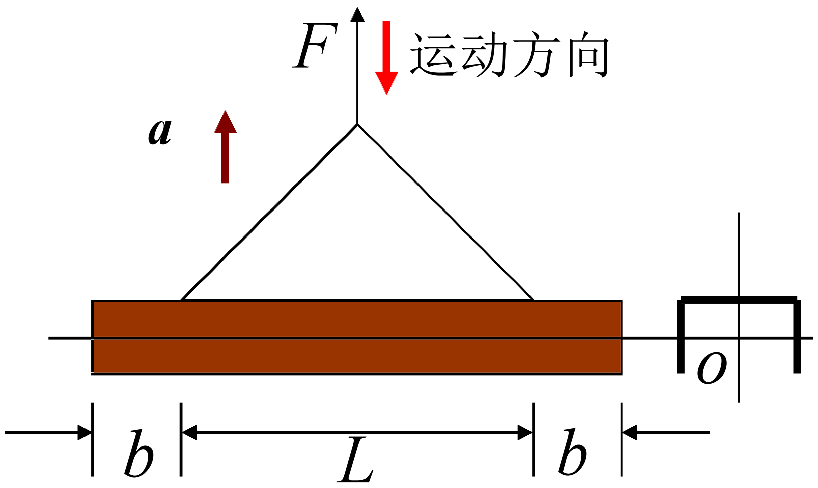
$$q_{st}=22.63kg/m\cdot \mathrm{g}$$

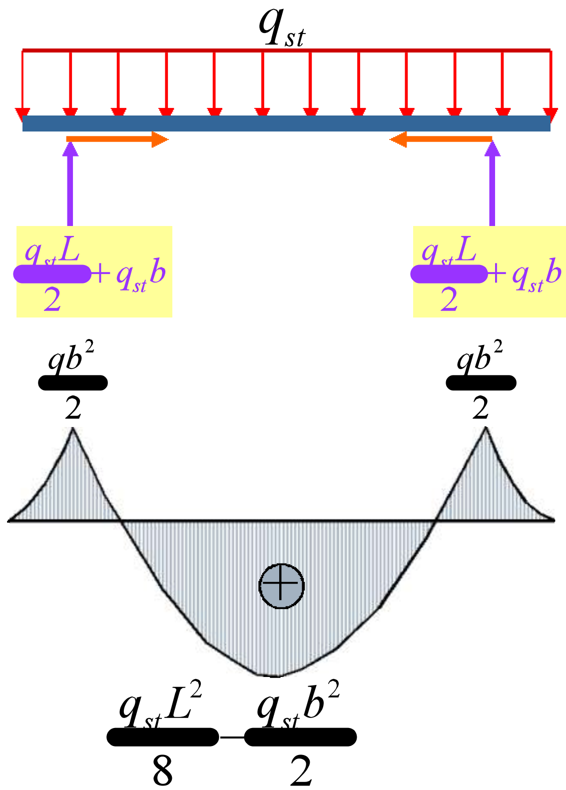
$$\sigma_{st,\max}=\frac{M_{st\max}}{W_y}$$

$$\sigma_d=k_d\sigma_{st\max}$$

例题 II 1

图示20a槽钢，以等加速下降，若在0.2s的时间内速度由1.8m/s降至0.6m/s，试求槽钢中最大弯曲正应力。已知$L=6$m，b＝1m。





$$q_{st}=22.63\times9.8=222\,kN/m$$

$$M_{st\max}=\frac{q_{st}L^2}{8}-\frac{q_{st}b^2}{2}=888\text{kNm}$$

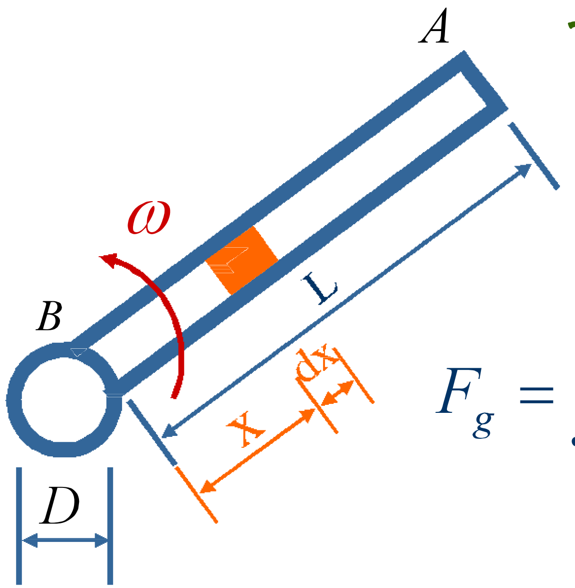
$$W_y=24.2\times10^{-6}m^3$$

$$\sigma_{st,\max}=\frac{M_{st\max}}{W_y}=36.7MPa$$

$$\sigma_d=k_d\sigma_{st\max}=59.1MPa$$

等速转动：

横截面面积A　　单位体积质量ρ



设x处的惯性力集度为$q_g(x)$

$$q_g(x) = A\rho\omega^2 x$$

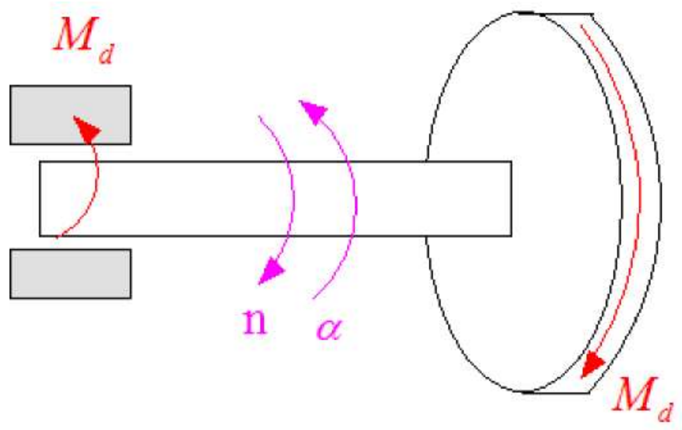
$$F_g = \int q(x)dx = \int_{D/2}^{(L+D/2)} A\rho\omega^2 x\,dx = \frac{1}{2}A\rho\omega^2\left(L^2 + LD\right)$$

$$\sigma_d(x) = \frac{F_g}{A} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\left(L^2 + LD\right)$$

动应力与横截面面积无关

例题 6-3

直径d=100mm的圆轴，一端有重量P=0.6kN、直径D=400mm的飞轮，以均匀转速n=1000r/min旋转。现因在轴的另一端施加了制动的外力偶矩Md，而在t=0.01s内停车。若轴的质量与飞轮相比很小而可忽略不计，试求轴横截面上的最大动切应力。



（1）惯性力矩

$$\alpha = \frac{\omega}{t} \qquad \omega = \frac{\pi n}{30}$$

$$M_d = J_0\alpha = J_0\left(\frac{\pi n}{30t}\right)$$

$$J_0 = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{P}{g}\cdot\frac{D^2}{4} = \frac{PD^2}{8g}$$

（2）最大动切应力

$$T_d = M_d = \frac{J_0\pi n}{30t}$$

$$\sigma_{d\max} = \frac{T_d}{W_p} = \frac{\frac{J_0\pi n}{30t}}{\frac{\pi d^3}{16}} = 65.2\text{MPa}$$

第三节 构件受冲击荷载作用时的动应力计算

基本假定：

（1）不考虑构件与冲击物接触后的回弹。

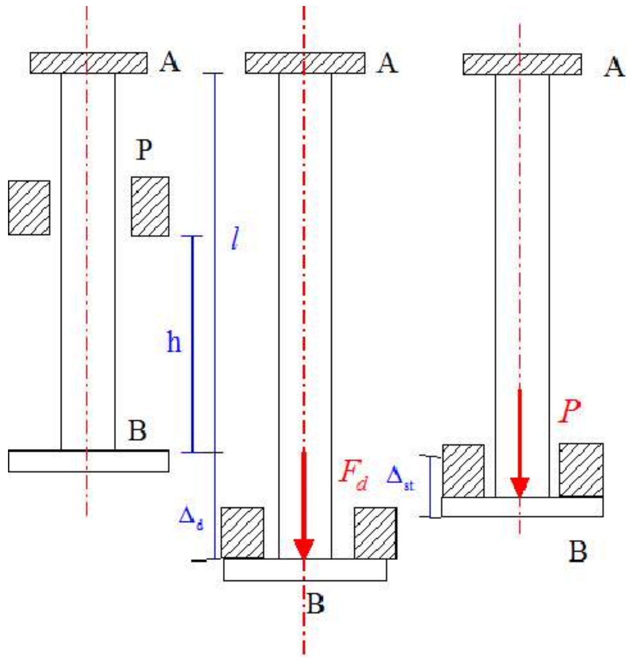
（2）不计冲击物的变形。

（3）构件受作用而引起的应力瞬时遍及被冲击构件；且材料保持为线弹性。

（4）不计冲击过程中的声,热,塑性变形等能量损耗，机械能守恒定律仍成立。

机械能守恒定律的应用：

重物在冲击过程中减少的机械能等于杆AB的应变能增加量



$$E_k + E_p = V_{\varepsilon d}$$

冲击到最低位置时

$$E_k = 0 \qquad E_p = P(h+\Delta_d) \qquad V_{\varepsilon d} = \frac{1}{2}F_d\Delta_d$$

$$F_d = \frac{EA}{l}\Delta_d \qquad \frac{1}{2}\left(\frac{EA}{l}\right)\Delta_d^2 = P(h+\Delta_d)$$

$$F_{st} = P = \frac{EA}{l}\Delta_{st} \qquad \Delta_d^2 - 2\Delta_{st}\Delta_d - 2\Delta_{st}h = 0$$

$$\boxed{\Delta_d = K_d\Delta_{st}}$$

$$\boxed{F_d = K_d F_{st}}$$

$$\boxed{\sigma_d = K_d\sigma_{st}}$$

当h→0时，即物体骤加在杆件上（骤加荷载），其冲击动荷因数为

$$\boxed{K_d = 2}$$

自由落体

$$\Delta_d = \Delta_{st}\left(1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}\right)$$

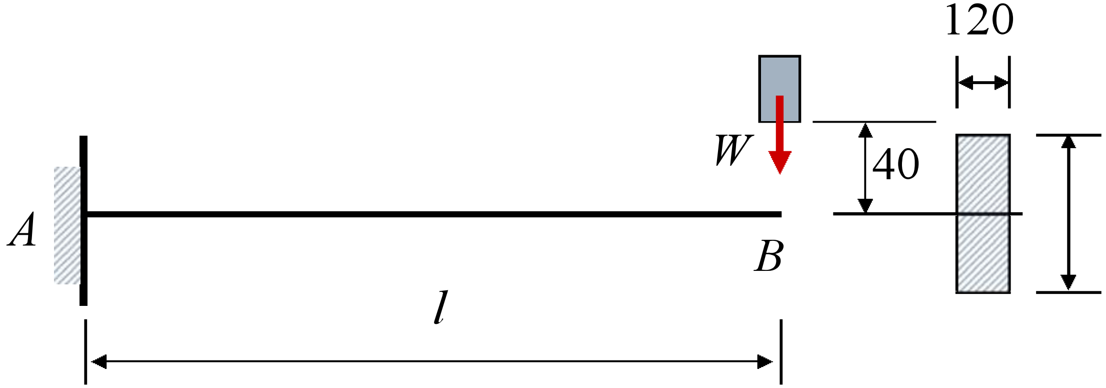
$$\boxed{k_d = 1 + \sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}}$$

例题 11.2

图示悬臂梁，A端固定，自由端B的上方有一重物自由落下，撞击到梁上。已知：梁材料为木材，E＝10GPa；梁长L＝2m，h=40mm，重量W＝1kN。求：

1.梁所受的冲击载荷；

2.梁横截面上的最大冲击正应力与最大冲击挠度。



（1）梁横截面上最大静应力和冲击处最大挠度

$$\sigma_{st\max}=\frac{M_{\max}}{W}=\frac{WL}{\frac{bh^2}{6}}=2.5\text{MPa}$$

查表

$$w_{st\max}=\frac{WL^3}{3EI}=\frac{WL^3}{3\times E\times\frac{bh^3}{12}}=\frac{10}{3}mm$$

（2）计算动荷系数

$$k_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}=1+\sqrt{1+\frac{2\times 40}{\frac{10}{3}}}=6$$

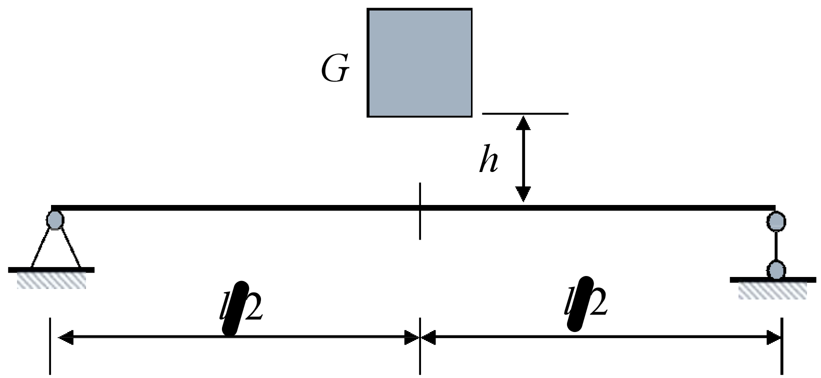
$$F_d=K_dF_{st}=K_dW=6\times10^3\text{N}=6\text{kN}$$

$$\sigma_{d\max}=K_d\sigma_{st\max}=15\text{MPa}$$

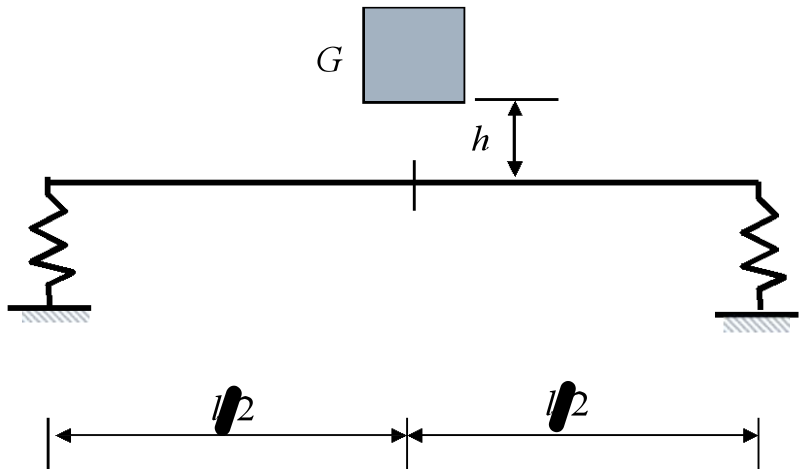
$$w_{d\max}=K_dw_{st\max}=20\text{mm}$$

例 题 6-5

如图所示，两根梁受重物冲击。一根支于刚性支座上，另一根支于弹簧常数k的弹簧上。已知l，h，G，EI，求两梁中点处的最大冲击绕度。

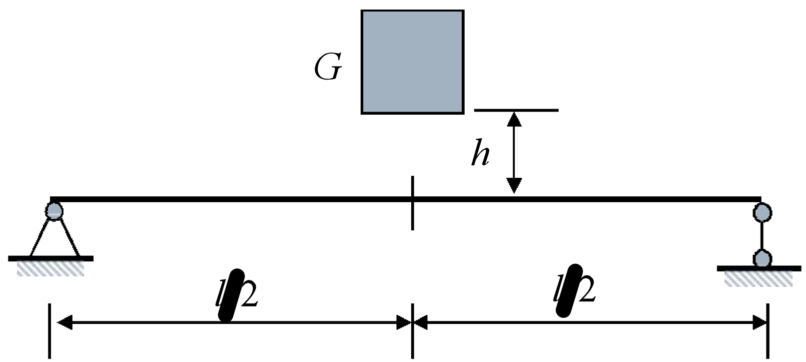


(a)



(b)

例 题 6-5



(a)

(1)冲击挠度

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

$$\Delta_d = K_d \Delta_{st}$$

用能量法求C点静挠度

左段 $M(x) = \frac{G}{2}x \qquad 0 \le x \le \frac{l}{2}$

$$\frac{\partial M(x)}{\partial G} = \frac{x}{2}$$

右段 $M(x) = \frac{G}{2}x \qquad 0 \le x \le \frac{l}{2}$

$$\frac{\partial M(x)}{\partial G} = \frac{x}{2}$$

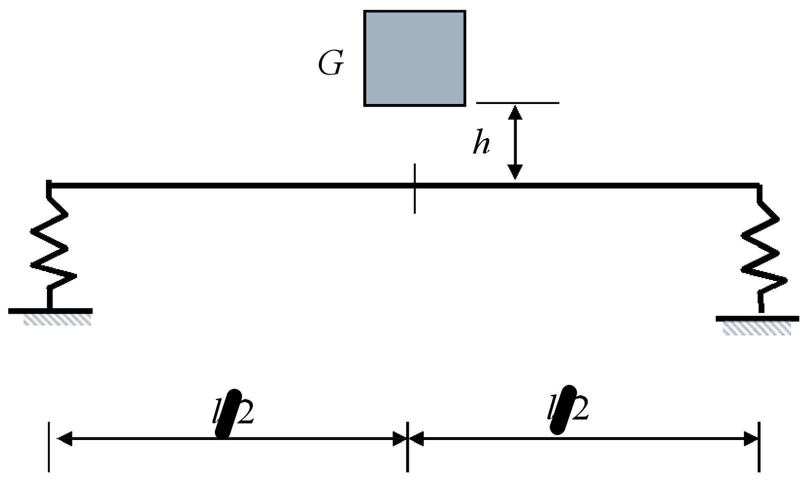
$$\Delta_{st} = \frac{\partial V_\varepsilon}{\partial G}$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^{\frac{l}{2}} M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial G}dx + \frac{1}{EI}\int_0^{\frac{l}{2}} M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial G}dx$$

$$= \frac{Gl^3}{48EI}$$

$$\Delta_d = K_d \Delta_{st}$$

例 题 6-5



(b)

(2)安置弹簧后的冲击挠度

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

$$\Delta_d = K_d \Delta_{st}$$

弹簧的变形量

$$\Delta_{st,\text{簧}} = \frac{\frac{G}{2}}{k}$$

弯曲静挠度

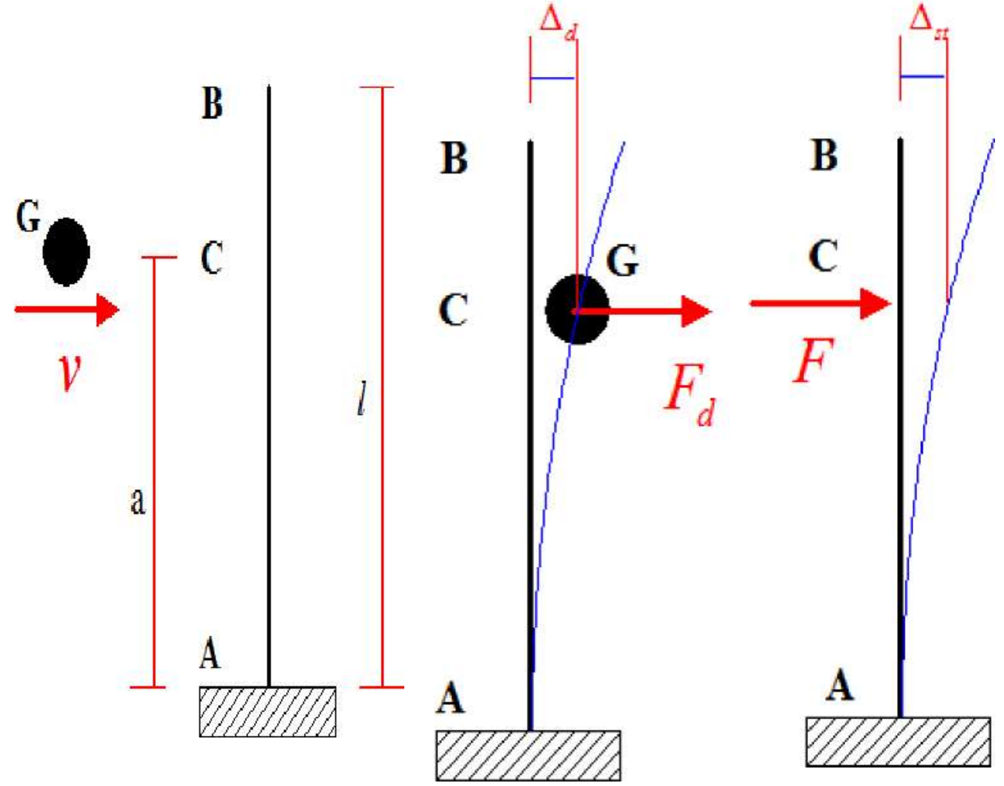
$$\Delta_{st,\text{G}} = \frac{Gl^3}{48EI}$$

$$\Delta_{st} = \Delta_{st,\text{G}} + \Delta_{st,\text{簧}}$$

$$\Delta_d = K_d \Delta_{st}$$

例题 6-8

一下端固定、长度为l的铅直圆截面杆AB，在C点处被一物体G沿水平方向冲击。已知C点到杆下端的距离为a，物体G的重量为P，物体G在与杆接触时的速度为v。试求杆在危险点处得冲击应力。



（1）动荷因数

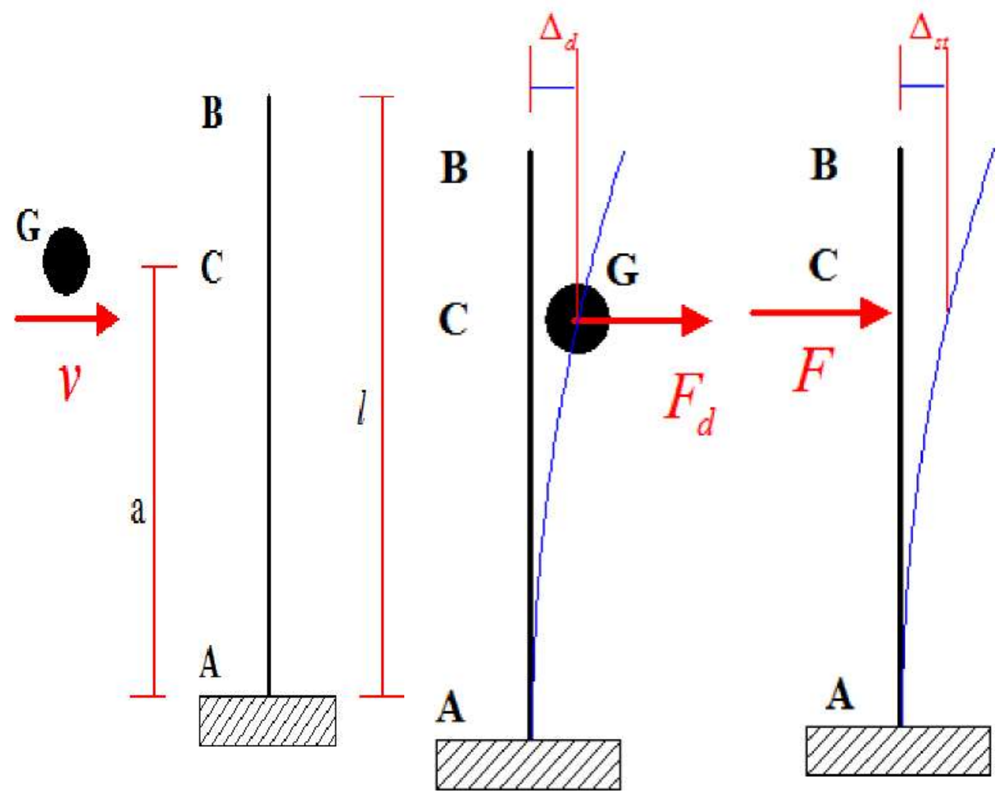
$$E_k = \frac{Pv^2}{2g} \qquad E_P = 0$$

$$V_{\varepsilon d} = \frac{1}{2} F_d \Delta_d$$

$$\boxed{\Delta_d = \frac{F_d a^3}{3EI}} \qquad \boxed{\Delta_{st} = \frac{Pa^3}{3EI}}$$

$$E_k + E_P = V_{\varepsilon d}$$

例题 6-8



(1) 动荷因数

$$E_k = \frac{Pv^2}{2g} \qquad E_P = 0 \qquad V_{\varepsilon d} = \frac{1}{2} F_d \Delta_d$$

$$\Delta_d = \frac{F_d a^3}{3EI}$$

$$E_k + E_P = V_{\varepsilon d}$$

$$\Delta_{st} = \frac{Pa^3}{3EI}$$

$$\frac{Pv^2}{2g} = \frac{1}{2}\left(\frac{3EI}{a^3}\right)\Delta_d^2$$

$$\boxed{K_d = \sqrt{\frac{v^2}{g\Delta_{st}}}}$$

水平冲击

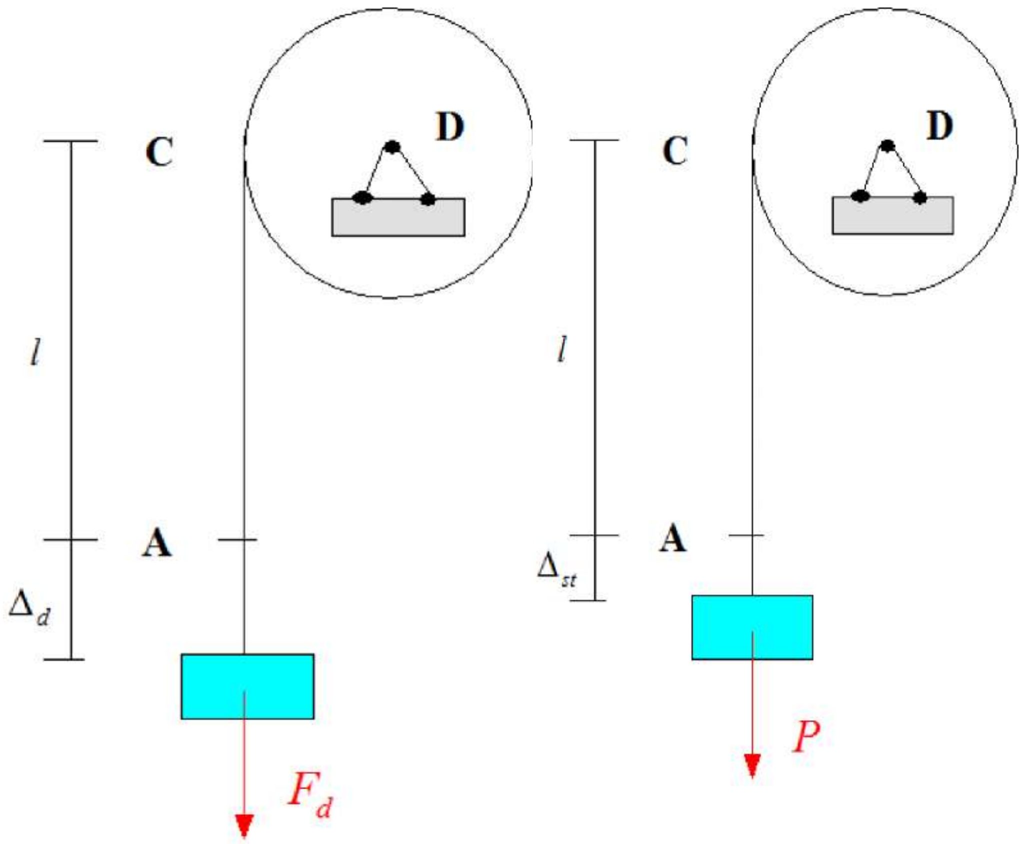
(2) 冲击应力

$$\sigma_{st} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{Pa}{W}$$

$$\boxed{\sigma_d = K_d \sigma_{st}}$$

例题 II 2

钢吊索AC的下端悬挂一重量为P=20kN的重量，并以等速度v=1m/s下降。已知吊索内钢丝的横截面面积A=414mm^2，E=170GPa，滑轮的重量不计。当吊索长度为l=20m时，滑轮D突然卡住。试求吊索受到的冲击荷载Fd及横截面上的冲击应力σ$_d$。若在上述情况下，在吊索与重物之间安置一个刚度系数k=300kN/m的弹簧，则吊索受到的冲击荷载又是多少？



（1）滑轮卡住时，吊索的冲击应力

$$E_k = \frac{Pv^2}{2g}$$

$$E_P = P(\Delta_d - \Delta_{st})$$

$$\boxed{\Delta_d = \frac{F_d l}{EA}} \qquad \boxed{\Delta_{st} = \frac{Pl}{EA}}$$

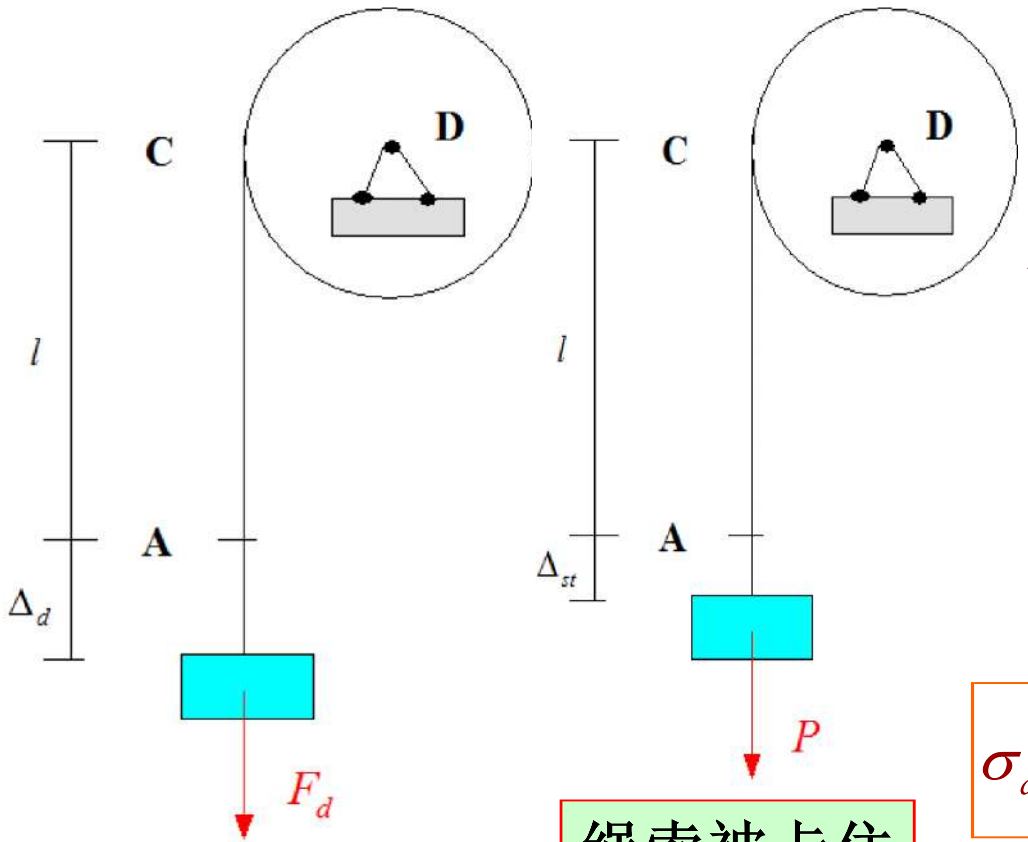
$$V_{\varepsilon d} = \frac{1}{2}F_d\Delta_d - \frac{1}{2}P\Delta_{st}$$

$$E_k + E_P = V_{\varepsilon d}$$

例题 II 2

钢吊索AC的下端悬挂一重量为P=20kN的重量，并以等速度v=1m/s下降。已知吊索内钢丝的横截面面积A=414mm^2，E=170GPa，滑轮的重量不计。当吊索长度为l=20m时，滑轮D突然卡住。试求吊索受到的冲击荷载Fd及横截面上的冲击应力σ$_d$。若在上述情况下，在吊索与重物之间安置一个刚度系数k=300kN/m的弹簧，则吊索受到的冲击荷载又是多少？

（1）滑轮卡住时，吊索的冲击应力



绳索被卡住

$$E_k + E_P = V_{\varepsilon d}$$

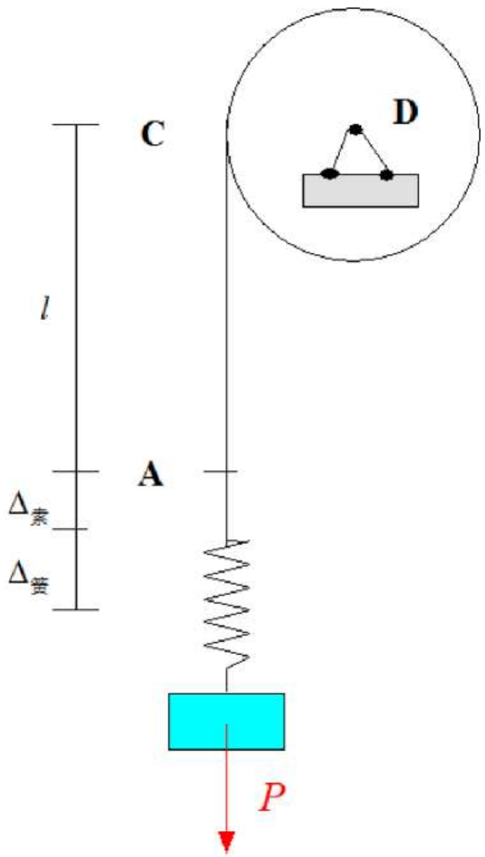
$$\Delta_d^2 - 2\Delta_d\Delta_{st} + \Delta_{st}^2\left(1 - \frac{v^2}{g\Delta_{st}}\right) = 0$$

$$K_d = 1 + v\sqrt{\frac{1}{g\Delta_{st}}}$$

$$\sigma_d = K_d\sigma_{st} = K_d\frac{P}{A} = 253.1MPa$$

例题 II 2

钢吊索AC的下端悬挂一重量为P=20kN的重量，并以等速度v=1m/s下降。已知吊索内钢丝的横截面面积A=414mm^2，E=170GPa，滑轮的重量不计。当吊索长度为l=20m时，滑轮D突然卡住。试求吊索受到的冲击荷载Fd及横截面上的冲击应力σ_d。若在上述情况下，在吊索与重物之间安置一个刚度系数k=300kN/m的弹簧，则吊索受到的冲击荷载又是多少？



（2）安装弹簧后，，吊索冲击荷载

$$\Delta_{st}=\frac{Pl}{EA}+\frac{P}{k}$$

$$\boxed{K_d=1+v\sqrt{\frac{1}{g\Delta_{st}}}}$$

$$\boxed{F_d=K_dP=43.8kN}$$

本章作业

(II)6－1，　(II)6－2，　(II)6－3，

(II)6－9，　(II)6－11，　(II)6－13，