


7.1 系统函数与系统特性

- 一、系统函数的零点与极点 
- 二、系统函数与时域响应 
- 三、系统函数与频域响应 

7.2 系统函数的因果性与稳定性

- 一、系统的因果性 
- 二、系统的稳定性 

7.3 信号流图

- 一、信号流图 
- 二、梅森公式 

7.4 系统的结构

- 一、直接实现 
- 二、级联和并联实现 

点击目录 ，进入相关章节

7.1 系统函数与系统特性

一、系统的零点和极点：

LTI系统的系统函数是复变量 s 或 z 的有理分式，即：

$$H(\cdot) = \frac{B(\cdot)}{A(\cdot)}$$

1、对于连续系统：

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0} \\ &= \frac{b_m (s - \xi_1)(s - \xi_2) \cdots (s - \xi_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)} = \frac{b_m \prod_{j=1}^m (s - \xi_j)}{\prod_{i=1}^n (s - P_i)}, \quad m \leq n \end{aligned}$$

其中： ξ_i ， $i = 1, 2, \dots, m$ ，称 $\mathbf{H}(s)$ 的零点；

p_j ， $j = 1, 2, \dots, n$ ，称 $\mathbf{H}(s)$ 的极点。

2、对于离散系统：

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \cdots + b_0}{z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_0} \\ &= \frac{b_m (z - \xi_1)(z - \xi_2) \cdots (z - \xi_m)}{(z - P_1)(z - P_2) \cdots (z - P_n)} = \frac{b_m \prod_{j=1}^m (z - \xi_j)}{\prod_{i=1}^n (z - P_i)}, \quad m \leq n \end{aligned}$$

其中： ξ_i ， $i = 1, 2, \dots, m$ ，称 $\mathbf{H(z)}$ 的**零点**；
 p_j ， $j = 1, 2, \dots, n$ ，称 $\mathbf{H(z)}$ 的**极点**。

零/极点的种类： 实数、复数 (复数零、极点必共轭)
一阶、二阶及二阶以上极点

二、系统函数与时域响应:

1、连续系统H(s)的零、极点与时域响应h(t)的关系:

(1) 极点在左半平面:

在负实轴上:

$$\text{一阶极点: } \frac{k}{s + \alpha} \longrightarrow ke^{-\alpha t} \varepsilon(t)$$

$$\text{二阶极点: } \frac{k_1 + k_2 s}{(s + \alpha)^2} \longrightarrow (k_{11} t e^{-\alpha t} + k_{12} e^{-\alpha t}) \varepsilon(t)$$

不在负实轴上:

$$\text{一阶极点: } \frac{B(s)}{(s + \alpha)^2 + \beta^2} \longrightarrow ke^{-\alpha t} \cos(\beta t + \theta) \varepsilon(t)$$

$$\text{二阶极点: } \frac{B(s)}{[(\alpha + s)^2 + \beta^2]^2} \longrightarrow k_1 t e^{-\alpha t} \cos(\beta t + \theta_1) \varepsilon(t) \\ + k_2 e^{-\alpha t} \cos(\beta t + \theta_2) \varepsilon(t)$$

(2) 极点在 $j\omega$ 轴上:

在极点:

$$\text{一阶极点: } \frac{k}{s} \longrightarrow k_1 \varepsilon(t)$$

$$\text{二阶极点: } \frac{k}{s^2} \longrightarrow kt \varepsilon(t)$$

不在极点:

$$\text{一阶极点: } \frac{B(s)}{s^2 + \beta^2} \longrightarrow k \cos(\beta t + \theta) \varepsilon(t)$$

$$\text{二阶极点: } \frac{B(s)}{[s^2 + \beta^2]^2} \longrightarrow k_1 t \cos(\beta t + \theta_1) \varepsilon(t) \\ + k_2 \cos(\beta t + \theta_2) \varepsilon(t)$$

(3) 极点在右半平面:

在正实轴上:

$$\text{一阶极点: } \frac{k}{s-\alpha} \longrightarrow e^{\alpha t} \varepsilon(t)$$

$$\text{二阶极点: } \frac{k_1 + k_2 s}{(s-\alpha)^2} \longrightarrow (k_{11} t e^{\alpha t} + k_{12} e^{\alpha t}) \varepsilon(t)$$

不在实轴上:

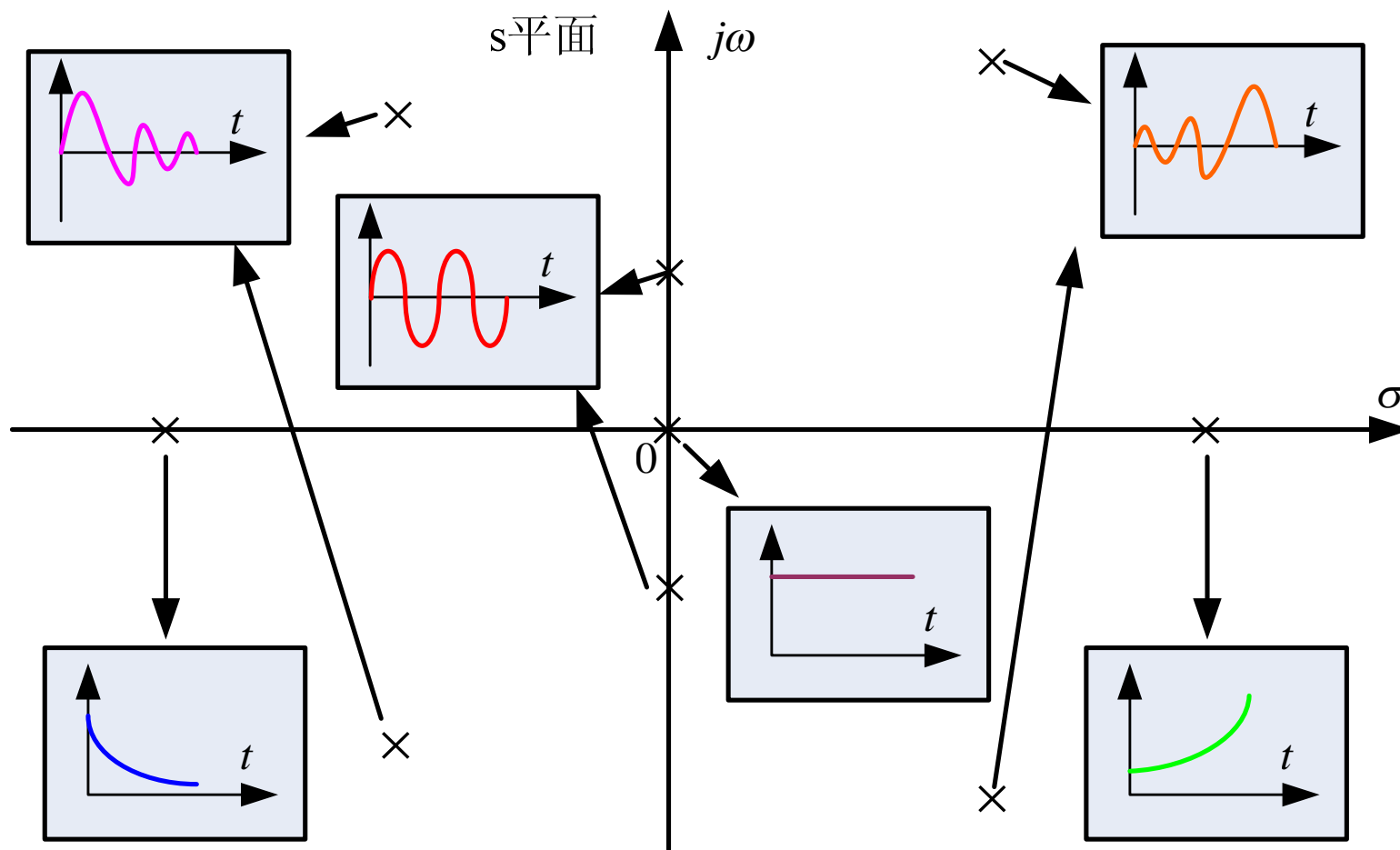
$$\text{一阶极点: } \frac{B(s)}{(s^2 - \alpha)^2 + \beta^2} \longrightarrow k e^{\alpha t} \cos(\beta t + \theta) \varepsilon(t)$$

$$\text{二阶极点: } \frac{B(s)}{[(s-\alpha)^2 + \beta^2]^2} \longrightarrow k_1 t e^{\alpha t} \cos(\beta t + \theta_1) \varepsilon(t) \\ + k_2 e^{\alpha t} \cos(\beta t + \theta_2) \varepsilon(t)$$

H(s) 的零、极点与 h(t) 的关系:

- (1) 零点影响 $h(t)$ 的幅度、相位;
- (2) 极点决定 $h(t)$ 的函数形式:
 - a) 左半平面极点对应 $h(t)$, 随时间增加, 是按指数函数规律衰减的;
 - b) 虚轴上一阶极点对应 $h(t)$ 是阶跃函数或正弦函数, 二阶及二阶以上极点对应 $h(t)$ 是随时间增加而增大的;
 - c) 右半平面极点对应 $h(t)$ 都是随时间增加按指数函数规律增加的。

H(s) 的一阶极点与所对应的响应函数：



2、离散系统 $H(z)$ 的零、极点与 $h(k)$ 的关系:

(1) 单位圆内的极点:

在实轴上:

一阶极点: $\frac{Az}{z-a} \rightarrow Aa^k \varepsilon(k), |a| < 1$

二阶极点: $\frac{Az}{(z-a)^2} \rightarrow Aka^k \varepsilon(k)$

不在实轴上:

一阶极点: $\frac{A_1 z}{z - \alpha e^{j\beta}} + \frac{A_1^* z}{z - \alpha e^{-j\beta}} \rightarrow 2|A_1| \alpha^k \cos(\beta k + \theta) \varepsilon(k), \alpha < 1$

二阶极点: $\frac{A_1 z}{(z - \alpha e^{j\beta})^2} + \frac{A_1^* z}{(z - \alpha e^{-j\beta})^2} \rightarrow 2|A_1| \alpha^{k-1} \cos[\beta(k-1) + \theta] \varepsilon(k)$

(2) 单位圆上的极点:

在实轴上:

$$\frac{Az}{z \pm 1} \leftrightarrow A(\pm 1)^k \varepsilon(k)$$

$$\frac{Az}{(z \pm 1)^2} \leftrightarrow Ak(\pm 1)^k \varepsilon(k)$$

不在实轴上:

$$\frac{Az}{z - \alpha e^{j\beta}} + \frac{A^* z}{z - \alpha e^{-j\beta}} \leftrightarrow 2|A| \cos(\beta k + \theta) \varepsilon(k)$$

$$\frac{Az}{(z - \alpha e^{j\beta})^2} + \frac{A^* z}{(z - \alpha e^{-j\beta})^2} \leftrightarrow 2|A| k \cos[\beta(k-1) + \theta] \varepsilon(k)$$

(3) 单位圆外的极点:

在实轴上:

$$\frac{Az}{z-a} \leftrightarrow Aa^k \varepsilon(k), \quad |a| > 1$$

$$\frac{Az}{(z-a)^2} \leftrightarrow Aka^{k-1} \varepsilon(k)$$

不在实轴上:

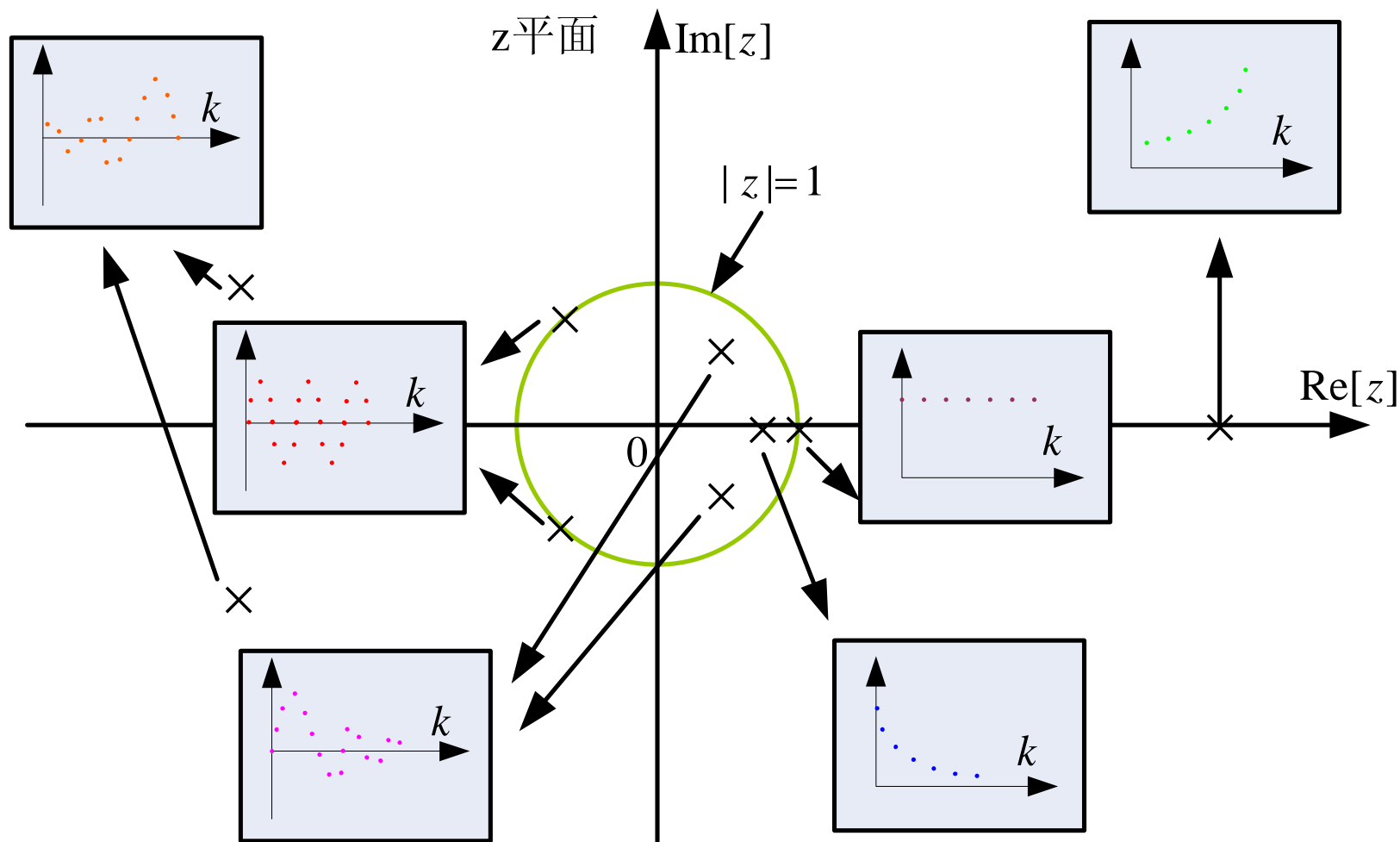
$$\frac{Az}{z-\alpha e^{j\beta}} + \frac{A^* z}{z-\alpha e^{-j\beta}} \leftrightarrow 2|A|\alpha^k \cos(\beta k + \theta) \varepsilon(k), \quad \alpha > 1$$

$$\frac{A_1 z}{(z-\alpha e^{j\beta})^2} + \frac{A_1^* z}{(z-\alpha e^{-j\beta})^2} \leftrightarrow 2|A_1|\alpha^{k-1} \cos[\beta(k-1) + \theta] \varepsilon(k)$$

结论:

- (1) $H(z)$ 的极点在单位圆内，对应 $h(k)$ 按指数规律衰减；
- (2) $H(z)$ 的极点在单位圆上
一阶极点对应 $h(k)$ 为阶跃序列或正弦序列；
二阶及二阶以上极点对应 $h(k)$ 增长。
- (3) $H(z)$ 的极点在单位圆外，对应 $h(k)$ 按指数规律增长。

H(z) 的一阶极点与所对应的响应序列：



三、系统函数与频域响应

1、连续系统 $H(s)$ 的零、极点与系统频率响应:

(1) $H(s)$ 与 $H(j\omega)$ 关系: 设 $h(t)$ 为因果信号

$$H(s) = \int_{0^-}^{\infty} h(t)e^{-st} dt \quad \sigma > \sigma_0$$

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{0^-}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt$$

当 $\sigma > \sigma_0$ 且 $\sigma_0 < 0$ 时, ($H(s)$ 极点在左半平面)

$$H(j\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega}$$

这种情况下, $h(t)$ 对应的系统称为因果稳定系统。

(2) $H(s)$ 零、极点与连续系统频率特性:

设: $H(s) = \frac{b_m (s - \xi_1) \cdots (s - \xi_m)}{(s - p_1) \cdots (s - p_n)}$ 的极点全部在左半平面;

则: $H(j\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega}$, $\mathbf{H(j}\omega)$ 又称系统频率响应。

$$H(j\omega) = \frac{b_m (j\omega - \xi_1) \cdots (j\omega - \xi_m)}{(j\omega - p_1) \cdots (j\omega - p_n)} = \frac{b_m \prod_{i=1}^m (j\omega - \xi_i)}{\prod_{i=1}^n (j\omega - p_i)}$$

$$\text{设 } j\omega - \xi_i = B_i e^{j\psi_i} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m$$

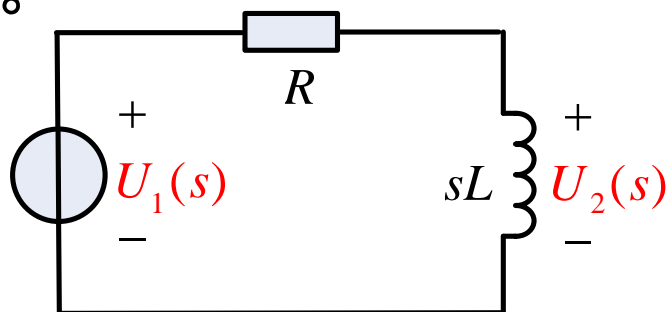
$$j\omega - p_i = A_i e^{j\theta_i} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{则: } H(j\omega) = \frac{b_m B_1 B_2 \cdots B_m e^{j(\psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_m)}}{A_1 A_2 \cdots A_n e^{j(\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n)}} = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{b_m B_1 B_2 \cdots B_m}{A_1 A_2 \cdots A_n};$$

$$\varphi(\omega) = (\psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_m) - (\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n)$$

例：一阶RL系统， $U_1(s)$ 为输入， $U_2(s)$ 为输出，求系统频率响应 $H(j\omega)$ 。



解：
$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{sL}{sL + R} = \frac{s}{s + \frac{R}{L}}$$

极点： $-\frac{R}{L}$ ，在左半平面。

$$H(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega + R/L} = \frac{j\omega - 0}{j\omega - (-R/L)} = \frac{Be^{j\psi}}{Ae^{j\theta}}$$

$$= \frac{B}{A} e^{j(\psi-\theta)}, \quad \omega > 0, \quad \psi = \frac{\pi}{2}$$

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}, \quad |H(j\omega)| = \frac{B}{A}, \quad \varphi(\omega) = \psi - \theta$$

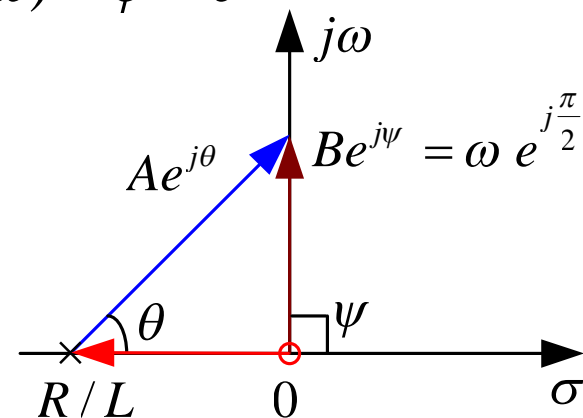
讨论: $0 \leq \omega < \infty$

$$|H(j\omega)| = \frac{B}{A}:$$

$$\omega = 0: B = 0, \quad A = R/L, \quad |H(j0)| = 0;$$

$$\omega \uparrow: B \uparrow, \quad A \uparrow, \quad |H(j\omega)| \uparrow;$$

$$\omega \rightarrow \infty: B \rightarrow \infty, \quad A \rightarrow \infty, \quad |H(j\infty)| = 1;$$

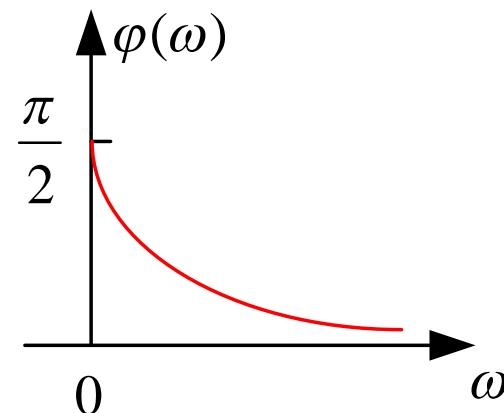
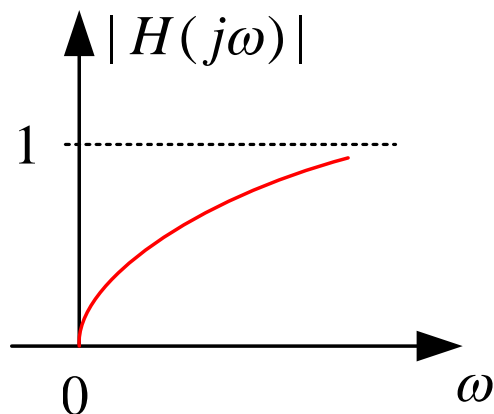


$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \theta :$$

$$\omega = 0 : \psi = \frac{\pi}{2}, \theta = 0, \varphi(0) = \frac{\pi}{2} ;$$

$$\omega \uparrow : \psi = \frac{\pi}{2}, \theta \uparrow, \varphi(\omega) \downarrow ;$$

$$\omega \rightarrow \infty : \psi = \frac{\pi}{2}, \theta \rightarrow \frac{\pi}{2}, \varphi(\infty) = 0$$



2、离散系统 $H(z)$ 与系统频率响应:

设 $H(z)$ 的收敛域包含单位圆, 对因果系统, $H(z)$ 的极点全部在单位圆内, 则系统的频率响应为:

$$H(e^{j\Omega T}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\Omega T}}$$

$$\text{设 } H(z) = \frac{b_m \prod_{i=1}^m (z - z_i)}{\prod_{i=1}^n (z - P_i)} \quad \text{则 } H(e^{j\Omega T}) = \frac{b_m \prod_{i=1}^m (e^{j\Omega T} - z_i)}{\prod_{i=1}^n (e^{j\Omega T} - P_i)}$$

$$\text{令 } e^{j\Omega T} - z_i = B_i e^{j\psi_i}, \quad e^{j\Omega T} - P_i = A_i e^{j\theta_i}$$

$$\text{则 } H(e^{j\Omega T}) = \frac{b_m \prod_{i=1}^m B_i e^{j\psi_i}}{\prod_{i=1}^n A_i e^{j\theta_i}} = |H(e^{j\Omega T})| e^{j\phi(\Omega T)}$$

$$|H(e^{j\Omega T})| = \frac{b_m B_1 B_2 \cdots B_m}{A_1 A_2 \cdots A_n}$$

$$\varphi(\Omega T) = (\psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_m) - (\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n)$$

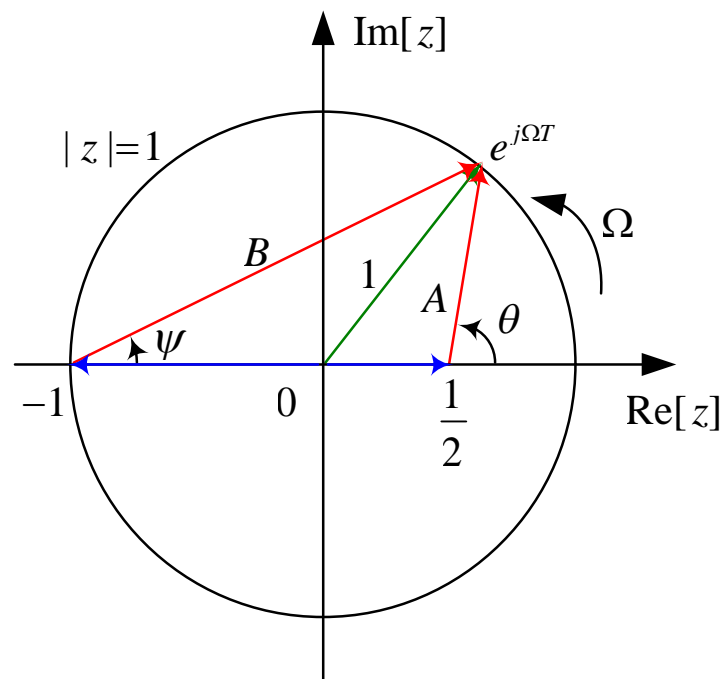
例： $H(z) = \frac{z+1}{2z-1}$, $|z| > \frac{1}{2}$, 画出系统幅频响应曲线。

解： 因为 $H(z)$ 的收敛域为 $|z| > \frac{1}{2}$, 故系统频率响应为：

$$H(e^{j\Omega T}) = \frac{e^{j\Omega T} + 1}{2(e^{j\Omega T} - \frac{1}{2})}$$

$$\text{令 } e^{j\Omega T} + 1 = e^{j\Omega T} - (-1) = Be^{j\psi}, \quad e^{j\Omega T} - \frac{1}{2} = Ae^{j\theta}$$

把 $Be^{j\psi}$ 和 $Ae^{j\theta}$ 画在 z 复平面上, 如图所示:



$$\Omega T = 0: A = \frac{1}{2}, B = 2, \psi = 0, \theta = 0$$

$$|H(e^{j\Omega T})| = \frac{B}{2A} = 2, \varphi(\Omega T) = \psi - \theta = 0$$

$$\Omega T \uparrow: A \uparrow, B \downarrow, \psi \uparrow, \theta \uparrow$$

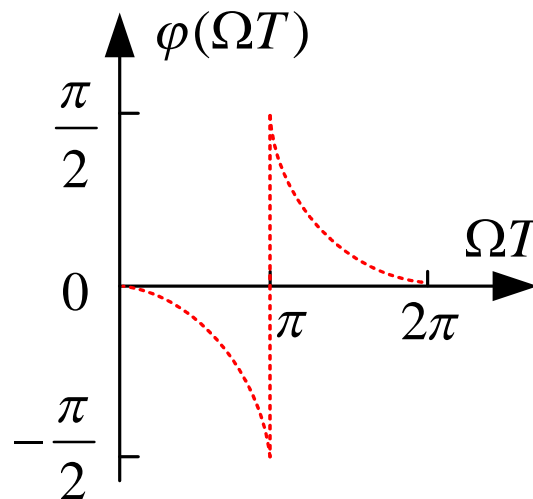
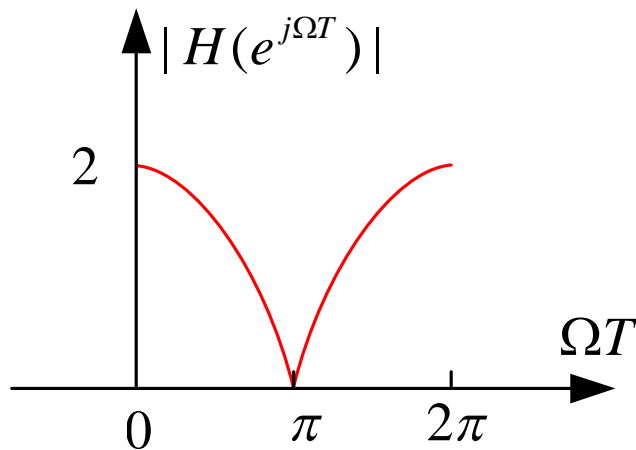
$$\Omega T = \pi : A = \frac{3}{2}, B = 0, \psi = \frac{\pi}{2}, \theta = \pi$$

$$|H(e^{j\Omega T})| = 0, \varphi(\Omega T) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Omega T \uparrow : A \downarrow, B \uparrow, \psi \uparrow, \theta \uparrow$$

$$\Omega T = 2\pi : A = \frac{1}{2}, B = 2, \psi = 2\pi, \theta = 2\pi$$

$$|H(e^{j\Omega T})| = 2, \varphi(\Omega T) = 0$$



7.2 系统的因果性与稳定性

一、系统的因果性:

因果系统（连续的或者离散的）指的是，系统的零状态响应 $y_f(\cdot)$ 不出现于激励 $f(\cdot)$ 之前的系统。也就是说，对于 $t=0$ (或 $k=0$) 接入的任意激励 $f(\cdot)$ ，即对于任意的

$$f(\cdot) = 0, t(\text{或}k) < 0$$

如果系统的零状态响应都有

$$y_f(\cdot) = 0, t(\text{或}k) < 0$$

就称该系统为因果系统，否则为非因果系统。

连续因果系统的充要条件:

$$h(t) = 0, t < 0$$

或者, 系统函数 $\mathbf{H}(s)$ 的收敛域为:

$$\operatorname{Re}[s] > \sigma_0$$

即其收敛域为收敛坐标 σ_0 以右的半平面。

离散因果系统的充要条件:

$$h(k) = 0, k < 0$$

或者, 系统函数 $\mathbf{H}(z)$ 的收敛域为:

$$|z| > \rho_0$$

即其收敛域为半径等于 ρ_0 的圆外区域。

证明略。

二、系统的稳定性:

系统的稳定性是系统设计和分析中的关键问题; 系统传输函数 $\mathbf{H}(s)$ 的零、极点分布与系统的稳定性有密切的关系。

1、稳定系统的定义:

一个系统（连续的或离散的），如果对任意有界输入，其零状态响应也是有界的，则称该系统是有界输入有界输出(**BIBO**)稳定系统。

设 $0 < M_f < \infty$, $0 < M_y < \infty$ 。对所有的激励 $|f(\bullet)| \leq M_f$, 其零状态响应为 $|y_f(\bullet)| \leq M_y$ 。则称该系统是稳定的。

2、连续系统的稳定性:

(1) 连续系统稳定的充分必要条件:

① 时域充要条件: $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$

证明:

充分性: 设 $|f(t)| \leq M_f$, $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$

$$\because y_f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) f(t-\tau) d\tau$$

$$\therefore |y_f(t)| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)| |f(t-\tau)| d\tau$$

$$|y_f(t)| \leq M_f \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)| d\tau$$

$$\text{即: } |y_f(t)| < \infty$$

必要性：设 $|f(t)| \leq M_f$, $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \infty$

$$\text{令 } f(-t) = \text{Sgn}[h(t)] = \begin{cases} -1 & h(t) < 0 \\ 0 & h(t) = 0 \\ 1 & h(t) > 0 \end{cases}$$

$$\text{则 } f(-t)h(t) = |h(t)|$$

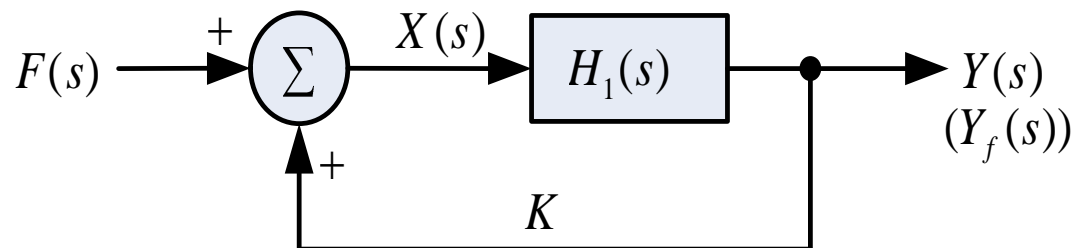
$$y_f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$

$$y_f(0) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)|d\tau = \infty$$

② S 域充要条件：

$H(s) = L[h(t)]$ 的极点全部在左半开平面。

例1: 图示线性时不变系统, $H_1(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$
K为何值, 系统稳定?



解: $X(s) = F(s) + KY_f(s)$

$$Y_f(s) = X(s)H_1(s) = [F(s) + KY_f(s)]H_1(s)$$

$$Y_f(s) = \frac{H_1(s)}{1 - KH_1(s)} F(s)$$

$$H(s) = \frac{H_1(s)}{1 - KH_1(s)} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2 - K}$$

H(s)的极点:

$$p_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 + K}$$

为了使极点均在左半开平面，必须:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 + K < \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

解得:

$$K < 2$$

(2) 稳定系统的 S 域判别方法:

① 必要条件:

$$\text{设 } H(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$$

若系统稳定, 则 $a_i > 0$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$

② 充分必要条件:

连续系统稳定准则也称为罗斯-霍尔维兹准则。

霍尔维兹多项式: 所有根均在左半开平面的多项式。

罗斯阵列： $A_n = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$
 (R-H排列)

行					
1	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}
2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}
3	c_{n-1}	c_{n-3}	c_{n-5}
4	d_{n-1}	d_{n-3}	d_{n-5}
⋮
$n+1$...				
$n+2$	0	0	0	0	0

第3行及以后各行计算公式:

$$c_{n-1} = \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}, \quad c_{n-3} = \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}, \quad \dots$$

$$d_{n-1} = \frac{-1}{c_{n-1}} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ c_{n-1} & c_{n-3} \end{vmatrix}, \quad d_{n-3} = \frac{-1}{c_{n-1}} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ c_{n-1} & c_{n-5} \end{vmatrix}, \quad \dots$$

...

罗斯-霍尔维茨准则 (R-H 准则):

若罗斯阵列 (R-H 排列) 第一列元素 (第一行至n+1行) 的符号相同 (全为“+”号或全为“-”号), 则 $H(s)$ 的极点 ($A(s)$ 的零点) 全部在左半平面, 系统稳定。

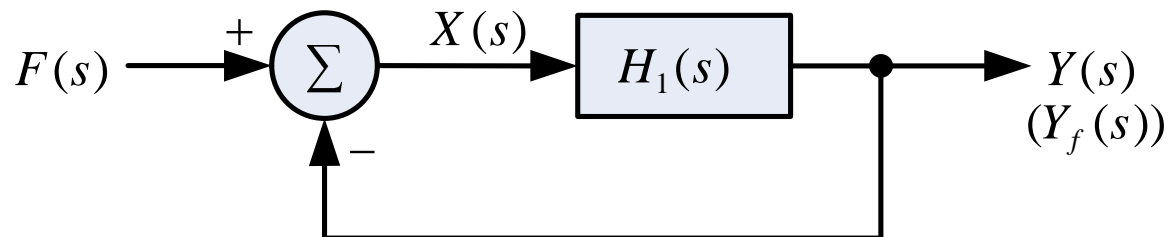
例1: $H(s) = \frac{2s + 1}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}$ 判别系统稳定性。

解: 罗斯阵列: $n+1=4$, $a_i > 0$, $i = 0,1,2,3$.

行			
1	1		5
2	4		2
3	$-\frac{1}{4} \left \begin{array}{cc} 1 & 5 \\ 4 & 2 \end{array} \right = 4.5$		$-\frac{1}{4} \left \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 4 & 0 \end{array} \right = 0$
4	$-\frac{1}{4.5} \left \begin{array}{cc} 4 & 2 \\ 4.5 & 0 \end{array} \right = 2$		$-\frac{1}{4.5} \left \begin{array}{cc} 4 & 0 \\ 4.5 & 0 \end{array} \right = 0$

第一列元素全为正，故系统稳定。

例2: 图示线性时不变系统, $H_1(s) = \frac{K(s+1)}{(s+1)(s-2)}$
K为何值, 系统稳定。



解: $X(s) = F(s) - Y_f(s)$

$$Y_f(s) = X(s)H_1(s) = [F(s) - Y_f(s)]H_1(s)$$

$$Y_f(s) = \frac{H_1(s)}{1 + H_1(s)} F(s)$$

$$H(s) = \frac{H_1(s)}{1 + H_1(s)} = \frac{K(s+2)}{s^2 + (K-1)s + (2K-2)}$$

罗斯阵列: $n + 1 = 3$

行		
1	1	$2K - 2$
2	$K - 1$	0
3	$2K - 2$	0

当 $K - 1 > 0$, $(2K - 2) > 0$

即, 当 $K > 1$ 时, 系统稳定。

例3: 对于二阶系统, $H_1(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{B(s)}{a_2s^2 + a_1s + a_0}$
求系统稳定的条件。

解: 罗斯阵列: $n + 1 = 3$

行		
1	a_2	a_0
2	a_1	0
3	a_0	0

根据罗斯—霍尔维兹准则:

$$a_2 > 0, a_1 > 0, a_0 > 0 \quad \text{或} \quad a_2 < 0, a_1 < 0, a_0 < 0$$

3、离散系统稳定性:

(1) 离散系统稳定的充分必要条件:

充要条件: $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$ 设系统的单位响应为 $\mathbf{h(k)}$

证明:

① **充分性:** 设 $|f(k)| < M_f$

$$y_f(k) = h(k) * f(k) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m) f(k-m)$$

$$|y_f(k)| = \left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m) f(k-m) \right| \leq \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(m)| \cdot |f(k-m)|$$

$$\text{即: } |y_f(k)| \leq M_f \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(m)|$$

$$\text{若 } \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(m)| < \infty \quad \text{则 } |y_f(k)| < \infty$$

② 必要性:

若 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| = \infty$, 则至少有一个有界输入 $f(k)$ 产生无界输出 $y_f(k)$ 。

设 $f(k) = \text{sgn}[h(r-k)]$, r 为一整数。

$$\begin{aligned} \text{则 } y_f(k) &= f(k) * h(k) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m) f(k-m) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m) \text{sgn}[h(r-k+m)] \end{aligned}$$

令 $k = r$, 得:

$$y_f(r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m) \text{sgn}[h(m)]$$

$$\because \operatorname{sgn}[h(m)] = \begin{cases} 1, & h(m) > 0 \\ 0, & h(m) = 0 \\ -1, & h(m) < 0 \end{cases}$$

$$\therefore h(m) \operatorname{sgn}[h(m)] = |h(m)|$$

$$y_f(r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(m)|$$

$$\text{若 } \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(m)| = \infty$$

$$\text{则 } y_f(r) = \infty$$

即 $y_f(k)$ 无界。

(2) 离散系统稳定性判别:

① 离散系统稳定性的z域充要条件:

若LTI因果离散系统的系统函数 **$H(z)$** 的极点全部在单位圆内, 则系统为稳定系统。

② 朱里准则:

朱里排列: 设 $H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$, z 的正幂分式

$$A(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_0$$

对系数 a_i 排列如下:

行							
1	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	a_1	a_0
2	a_0	a_1	a_2	a_{n-1}	a_n
3	c_{n-1}	c_{n-2}	c_{n-3}	...	c_1	c_0	
4	c_0	c_1	c_2	...	c_{n-2}	c_{n-1}	
5	d_{n-2}	d_{n-3}	d_{n-4}	...	d_0		
6	d_0	d_1	d_2	...	d_{n-2}		
⋮			
$2n-3$	r_2	r_1	r_0				

$$c_{n-1} = \begin{vmatrix} a_n & a_0 \\ a_0 & a_n \end{vmatrix}, \quad c_{n-2} = \begin{vmatrix} a_n & a_1 \\ a_0 & a_{n-1} \end{vmatrix}, \quad c_{n-3} = \begin{vmatrix} a_n & a_2 \\ a_0 & a_{n-2} \end{vmatrix}, \dots$$

$$d_{n-2} = \begin{vmatrix} c_{n-1} & c_0 \\ c_0 & c_{n-1} \end{vmatrix}, \quad d_{n-3} = \begin{vmatrix} c_{n-1} & c_1 \\ c_0 & c_{n-2} \end{vmatrix}, \quad d_{n-4} = \begin{vmatrix} c_{n-1} & c_2 \\ c_0 & c_{n-3} \end{vmatrix}, \dots$$

朱里准则:

$A(z)=0$ 的所有根都在单位圆内的充要条件是:

$$\left. \begin{array}{l} A(1) = A(z)|_{z=1} > 0 \\ (-1)^n A(-1) > 0 \\ a_n > |a_0| \\ c_{n-1} > |c_0| \\ d_{n-2} > |d_0| \\ \dots \\ r_2 > |r_0| \end{array} \right\}$$

上式关于元素的条件就是: 各奇数行, 其第一个元素必大于最后一个元素的绝对值。

例1: 图示LTI离散系统, K 满足什么条件时, 系统稳定?

解: 由左端加法器列方程:

$$X(z) = (-z^{-1} - Kz^{-2})X(z) + F(z)$$

由右端加法器列方程:

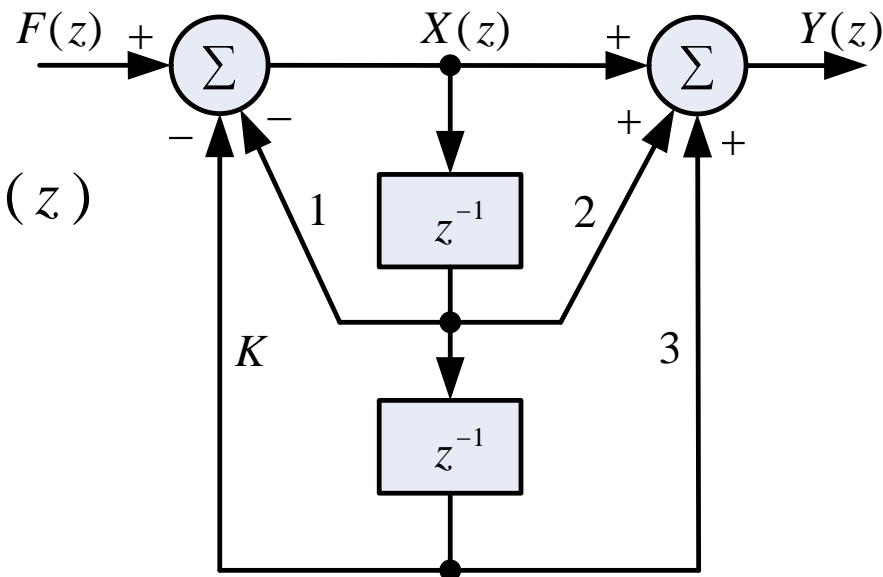
$$Y(z) = (1 + 2z^{-1} + 3z^{-2})X(z)$$

由上式可解得系统函数

$$H(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = \frac{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}}{1 + z^{-1} + Kz^{-2}} = \frac{z^2 + 2z + 3}{z^2 + z + K}$$

H(z)的极点:

$$p_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4K}}{2}$$



当 $1-4K \geq 0$, 即 $K \leq \frac{1}{4}$ 时为实极点, 为使极点在单位圆内, 必须同时满足不等式

$$\frac{-1 + \sqrt{1-4K}}{2} < 1, \quad \frac{-1 - \sqrt{1-4K}}{2} > -1$$

分别解得: $K > -2, K > 0$ 因而 $K > 0$

此时: $0 < K \leq \frac{1}{4}$

当 $1-4K < 0$, 即 $K > \frac{1}{4}$ 时为复极点, 可写为

$$p_{1,2} = \frac{-1 \pm j\sqrt{4K-1}}{2}$$

为使极点在单位圆内，必须满足 $|p_{1,2}| < 1$

$$\frac{(1)^2 + (\sqrt{4K-1})^2}{4} < 1$$

可解得： $K < 1$

此时有： $\frac{1}{4} < K < 1$

综合以上结果可知： $0 < K < 1$ 时系统是稳定的。

例2: $H(z) = \frac{12z^2 + 6z + 1}{12z^3 - 4z^2 - 3z + 1}$, 判断系统是否稳定。

解: $A(1) = 12 - 4 - 3 + 1 = 6 > 0$

$$(-1)^3 A(-1) = 12 + 4 - 3 - 1 = 12 > 0$$

朱里阵列:

行				
1	12	-4	-3	1
2	1	-3	-4	12
3	143	-45	-32	

由上表可见: $12 > |1|$

$$143 > |-32|$$

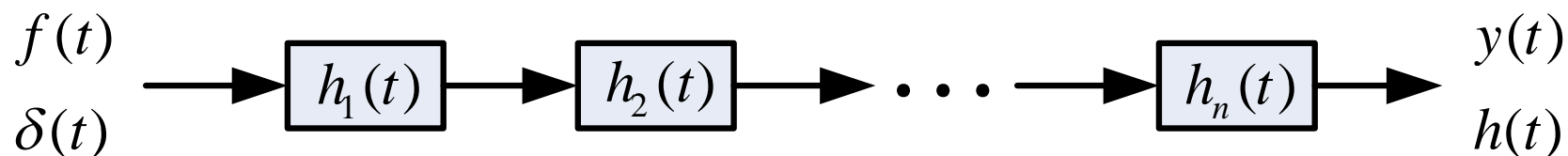
根据朱里准则可知, 系统稳定。

7.3 信号流图

一、连续系统的方框图表示

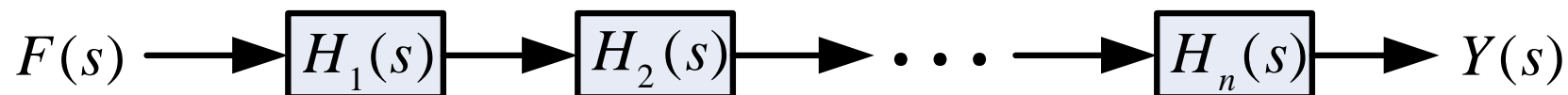
方框图表示： $f(t) \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow y(t)$

系统的串联：



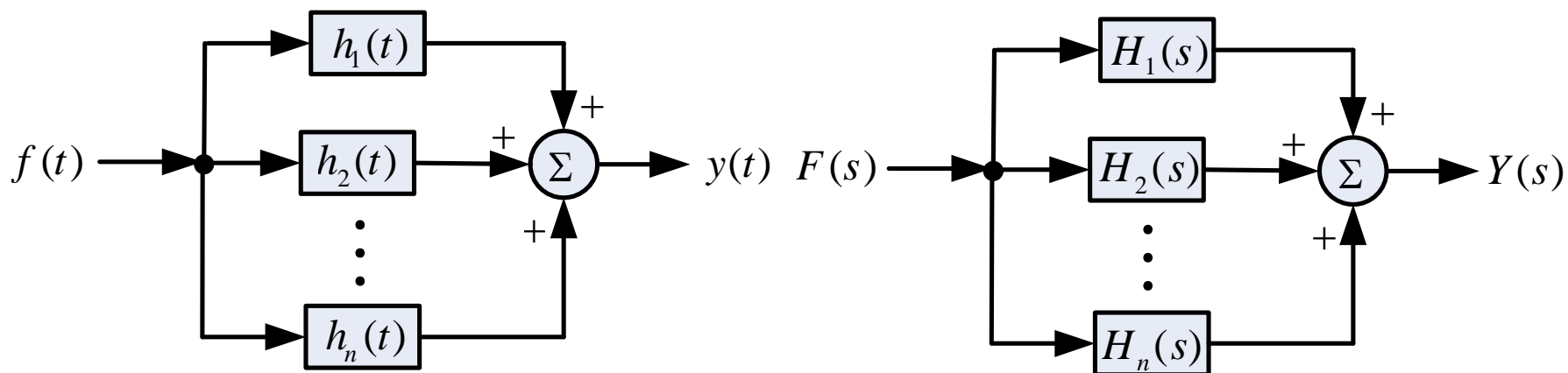
(a) 时域： $h(t) = h_1(t) * h_2(t) * \dots * h_n(t)$

若 $h_i(t)$ 为因果信号。



(b) S域： $H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot \dots \cdot H_n(s)$

系统的并联:



(a) 时域:

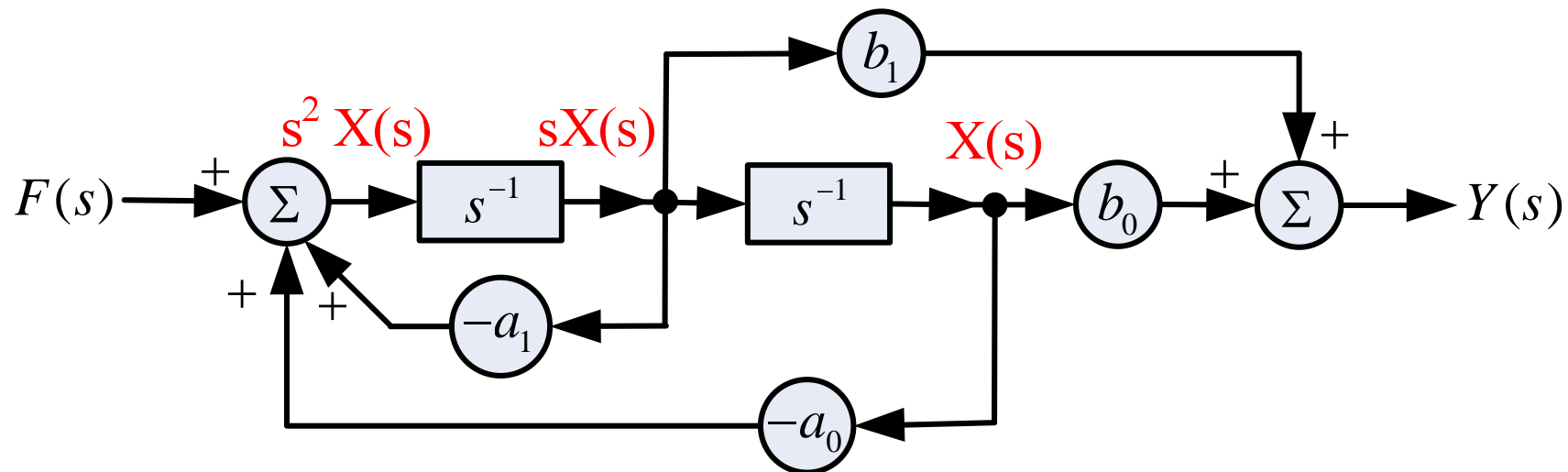
$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) + \cdots + h_n(t)$$

若 $h_i(t)$ 为因果信号.

(b) S域:

$$H(s) = H_1(s) + H_2(s) + \cdots + H_n(s)$$

例：LTI连续系统的框图如下，求描述系统的微分方程。



解：系统方程： $s^2 X(s) = -a_1 sX(s) - a_0 X(s) + F(s)$

$$X(s)(s^2 + a_1 s + a_0) = F(s)$$

$$X(s) = \frac{1}{s^2 + a_1 s + a_0} F(s) \quad \text{—— ①}$$

$$Y(s) = b_1 sX(s) + b_0 X(s) \quad \text{—— ②}$$

①式代入②式:

$$Y(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} F(s)$$

$$(s^2 + a_1 s + a_0)Y(s) = (b_1 s + b_0)F(s)$$

由单边拉氏变换的时域微分性质, 得:

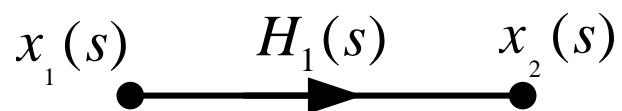
$$y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_1 f'(t) + b_0 f(t)$$

二、连续系统的信号流图表示:

1. 信号流图的有关规定:

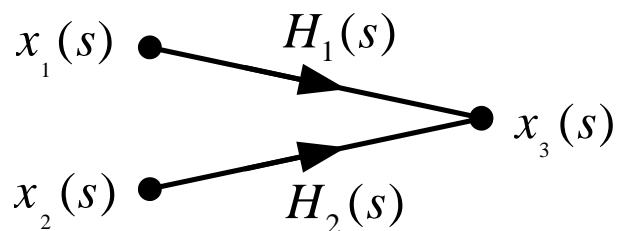
(1) 用点表示信号(变量): 

(2) 用有向线段表示信号方向和传输函数:

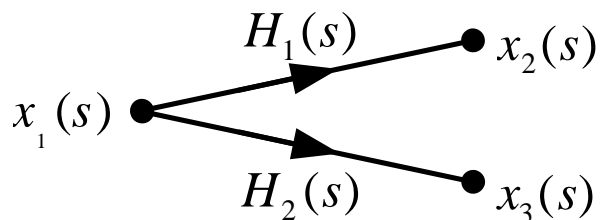


$$x_2(s) = H_1(s)x_1(s)$$

(3) 基本规则:

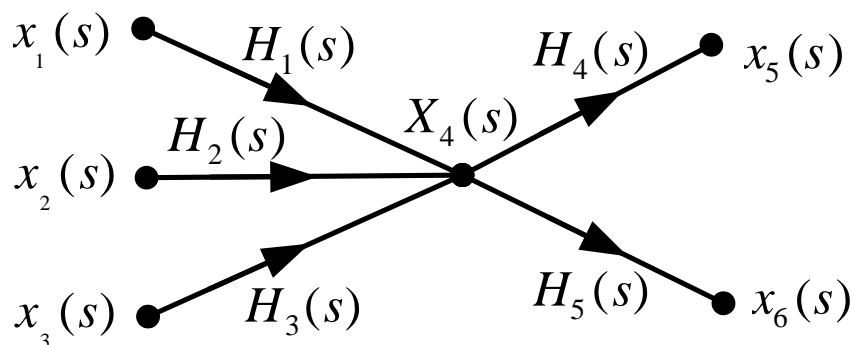


$$x_3(s) = H_1(s)x_1(s) + H_2(s)x_2(s)$$



$$x_2(s) = H_1(s)x_1(s)$$

$$x_3(s) = H_2(s)x_1(s)$$



$$x_4(s) = H_1(s)x_1(s) + H_2(s)x_2(s) + H_3(s)x_3(s)$$

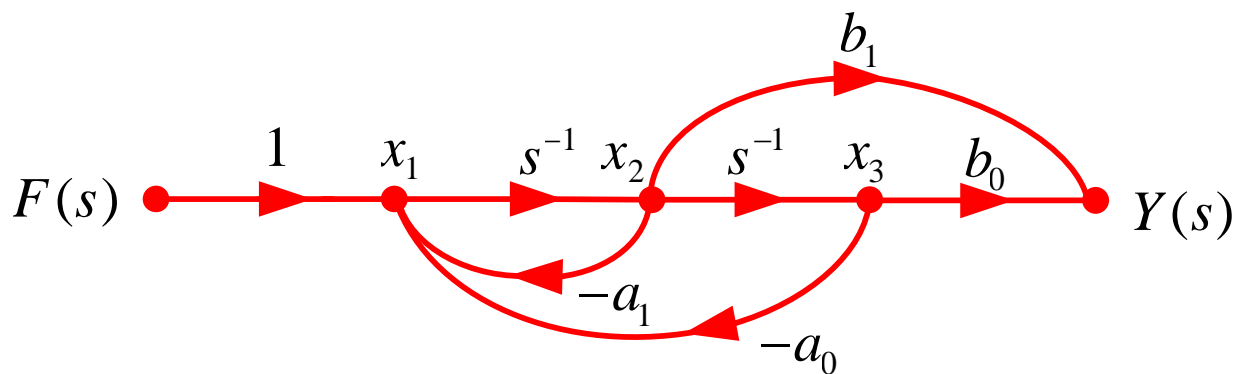
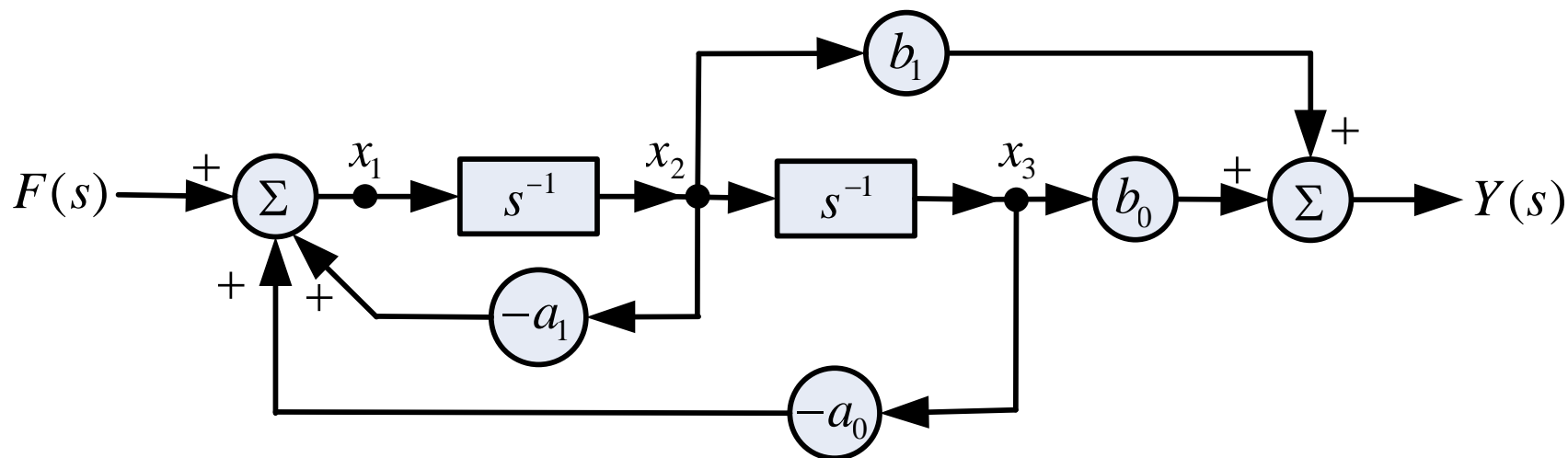
$$x_5(s) = H_4(s)x_4(s)$$

$$x_6(s) = H_5(s)x_4(s)$$

2、系统的信号流图表示：

可用信号流图表示系统框图等：

例：LTI连续系统的框图如下，画出系统的信号流图。



一般步骤:

- (1) 选输入、输出、积分器输出、加法器输出为变量;
- (2) 建立变量间的传输关系和传输函数, 根据变量间的传输关系和信号流图的规定画信号流图。

3、由信号流图求系统函数——梅森公式 (Mason's rule)

(1) 流图术语:

支路: 两点间的有向线段称一条支路;

通路: 从某一节点出发, 沿支路方向, 连续经过节点和支路到达另一节点, 所经过的路径称通路;

开路: 从一节点到达另一节点, 并且节点不重复的通路称为开路;

环：从一节点出发，经过节点和支路又回到该节点的**闭合通路**称为环或回路；

开路传输函数：组成一条开路的所有支路传输函数的乘积称为该条开路的传输函数， p_i ；

环传输函数：组成一个环的所有支路传输函数的乘积称为该环的环传输函数， L_i 。

(2) 梅森公式：

$$\text{设 } F(s) = L[f(t)] , Y_f(s) = L[y_f(t)]$$

$$\text{则： } H(s) = \frac{Y_f(s)}{F(s)} = \frac{\sum_{i=1}^m p_i \Delta_i}{\Delta}$$

其中： Δ 称为流图行列式（特征行列式）

$$\Delta = 1 - \sum_j L_j + \sum_{m,n} L_m L_n - \sum_{p,q,r} L_p L_q L_r + \dots$$

$\sum_j L_j$ —— 流图中所有环传输函数 L_j 之和；

$\sum_{m,n} L_m L_n$ —— 流图中所有两两不相接触的环传输函数乘积之和；

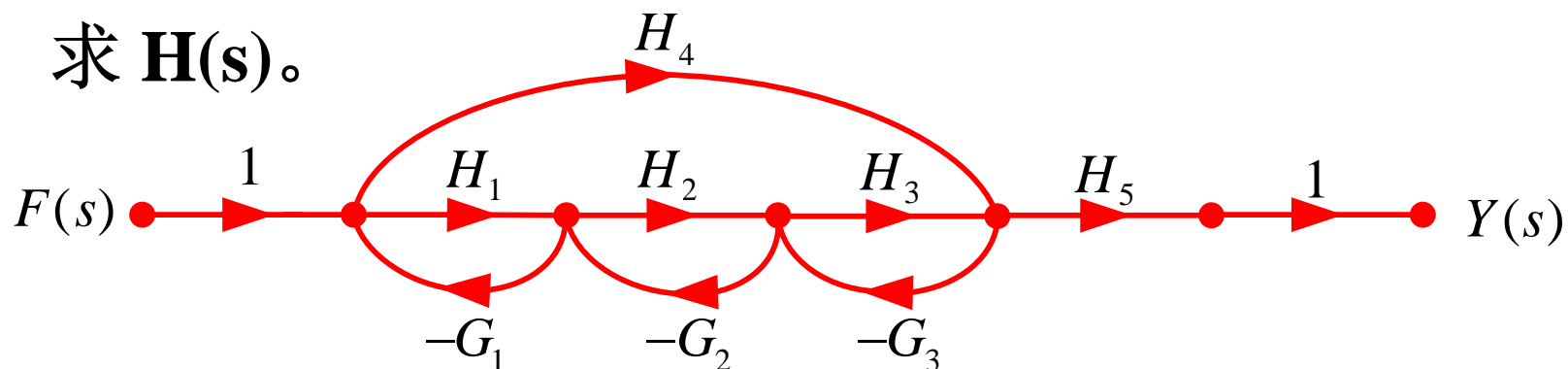
$\sum_{p,q,r} L_p L_q L_r$ —— 流图中所有三个不相接触环的环传输函数乘积之和；

p_i —— 由 $\mathbf{F}(s)$ 到 $Y_f(s)$ 的第 i 条开路的传输函数；

Δ_i —— 除去第 i 条开路，剩余流图的流图行列式；

m —— 从 $\mathbf{F}(s)$ 到 $Y_f(s)$ 的所有开路数。

例1: 求 $H(s)$ 。



解:
$$\Delta = 1 - \sum_j L_j + \sum_{m,n} L_m L_n - \sum_{p,q,r} L_p L_q L_r + \dots$$

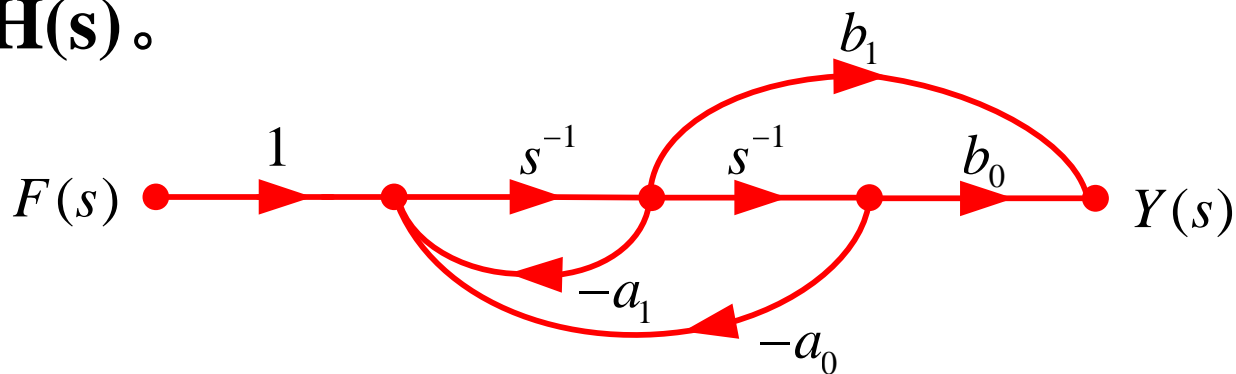
$$= 1 - (-H_1 G_1 - H_2 G_2 - H_3 G_3 - H_4 G_1 G_2 G_3) + H_1 G_1 H_3 G_3$$

$m = 2$: $p_1 = H_4 H_5$, $\Delta_1 = 1 - (-H_2 G_2)$

$$p_2 = H_1 H_2 H_3 H_5$$
 , $\Delta_2 = 1$

$$H(s) = \frac{\sum_{i=1}^2 p_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{p_1 \Delta_1 + p_2 \Delta_2}{\Delta}$$

例2: 求 $H(s)$ 。



解: $\Delta = 1 - (-a_1 \frac{1}{s} - a_0 \frac{1}{s^2})$

$m = 2: p_1 = b_2, \Delta_1 = 1$

$p_2 = \frac{1}{s^2} b_0, \Delta_2 = 1$

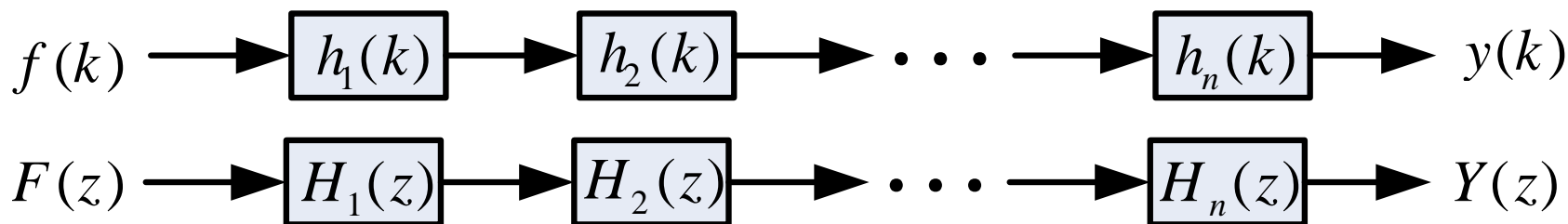
$$H(s) = \frac{\sum_{i=1}^2 p_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{b_2 + \frac{b_0}{s^2}}{1 + \frac{a_1}{s} + \frac{a_0}{s^2}} = \frac{b_2 s^2 + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

三、离散系统的方框图表示:

1、简单的方框图表示: $f(k) \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow y(k)$

2、系统的串、并联: (LTI因果系统)

串联:



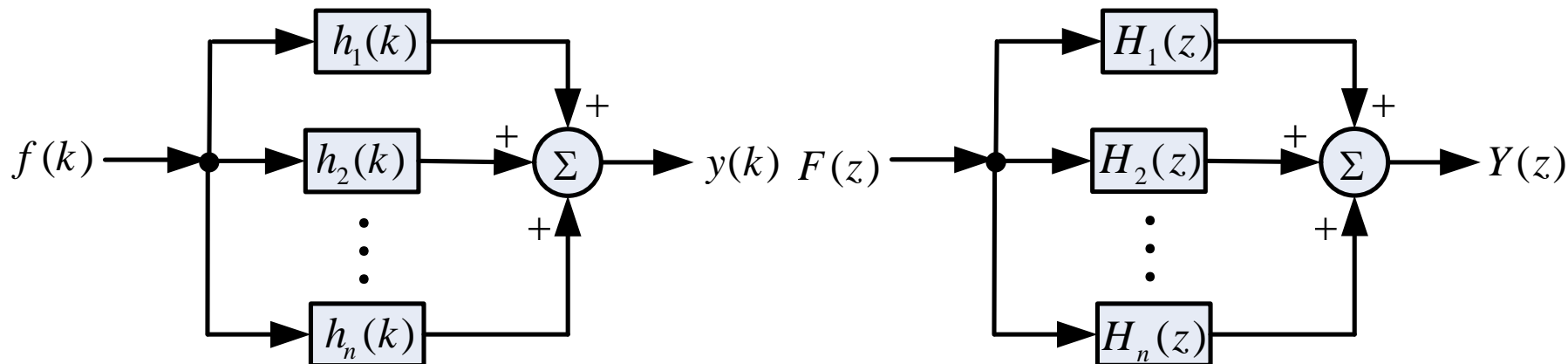
$$h_i(k) \leftrightarrow H_i(z), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

设串联复合系统的冲激响应为 $h(k)$, $h(k) \leftrightarrow H(z)$

则 $h(k) = h_1(k) * h_2(k) * \dots * h_n(k)$

$$H(z) = H_1(z) * H_2(z) * \dots * H_n(z)$$

并联:





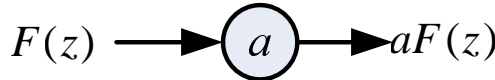

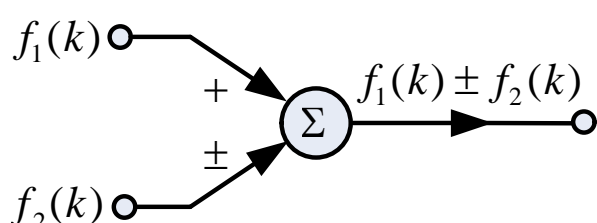
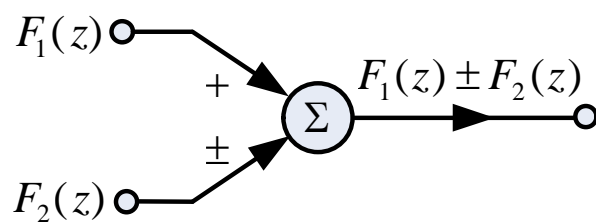

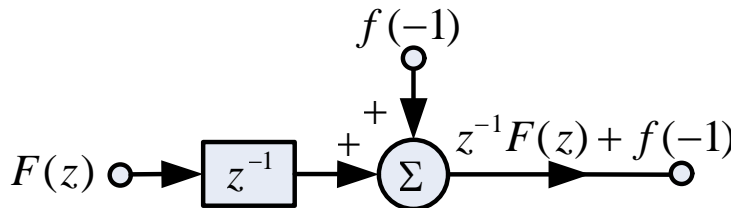

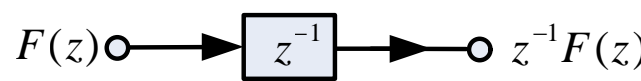
设并联复合系统的冲激响应为 $h(k)$, $h(k) \leftrightarrow H(z)$

则 $h(k) = h_1(k) + h_2(k) + \dots + h_n(k)$

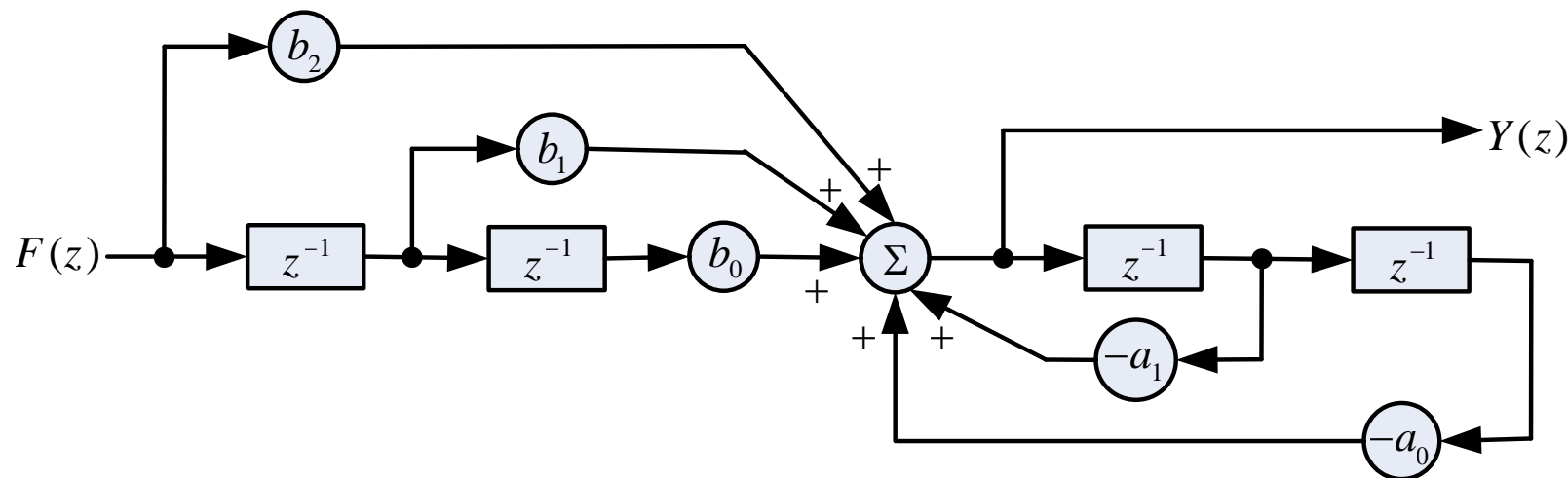
$$H(z) = H_1(z) + H_2(z) + \dots + H_n(z)$$

3、用基本运算器表示系统：

表1 基本运算器的z域模型：

名称	k域模型	z域模型
数乘器 (标量乘法器)	 或 	 或 
加法器		
延迟单元		
延迟单元 (零状态)		

例1：图示离散系统，求系统差分方程。



解：由加法器输出端可列出方程：

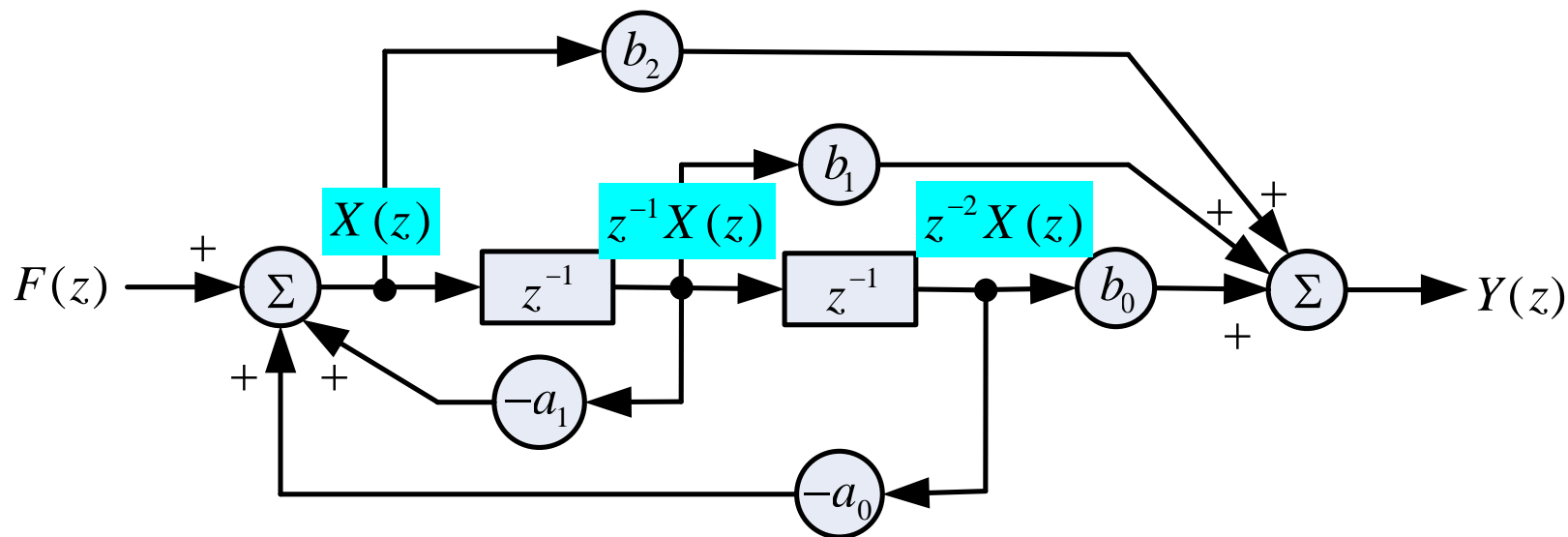
$$Y(z) = -a_1 z^{-1} Y(z) - a_0 z^{-2} Y(z) + b_2 F(z) + b_1 z^{-1} F(z) + b_0 z^{-2} F(z)$$

$$Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + a_0 z^{-2} Y(z) = b_2 F(z) + b_1 z^{-1} F(z) + b_0 z^{-2} F(z)$$

系统差分方程为：

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_2 f(k) + b_1 f(k-1) + b_0 f(k-2)$$

例2: 图示离散系统, 求系统差分方程



解: 设左边加法器输出为 $X(z)$, 由两个加法器可得方程:

$$X(z) = -a_1 z^{-1} X(z) - a_0 z^{-2} X(z) + F(z)$$

$$X(z) = \frac{F(z)}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}}, \quad \text{----- (1)}$$

$$Y(z) = b_2 X(z) + b_1 z^{-1} X(z) + b_0 z^{-2} X(z) \quad \text{----- (2)}$$

(1) 式代入 (2) 式得:

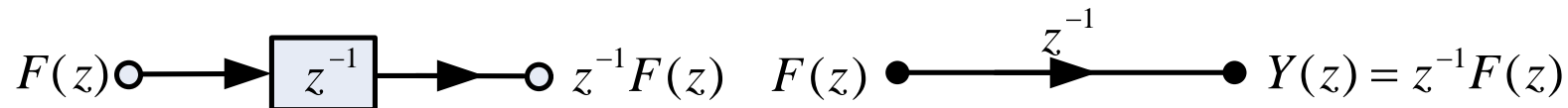
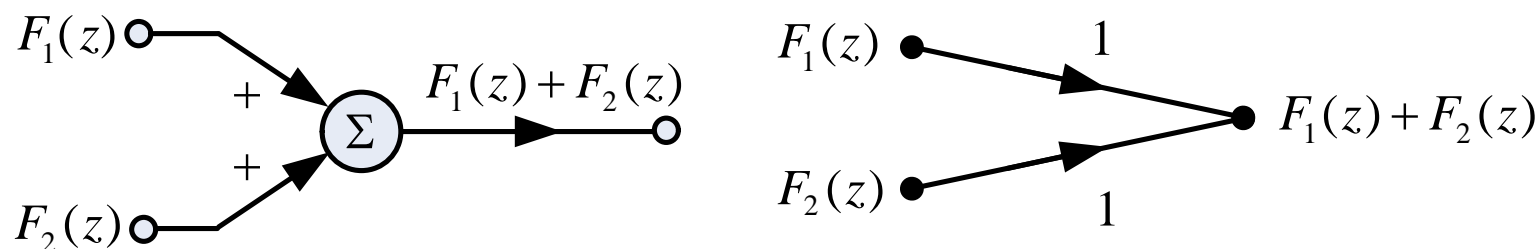
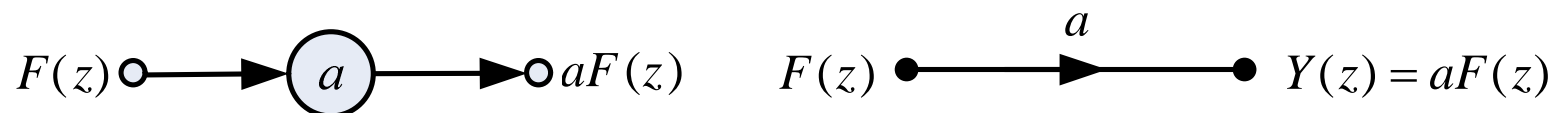
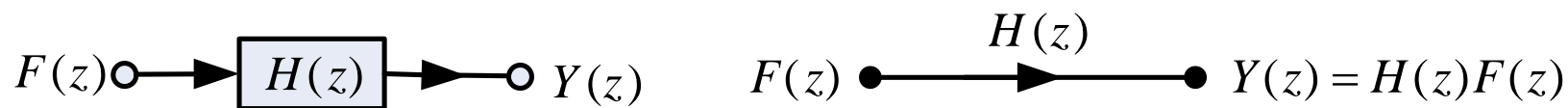
$$Y(z) = \frac{b_2 + b_1 z^{-1} + b_0 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}} F(z)$$

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2})Y(z) = (b_2 + b_1 z^{-1} + b_0 z^{-2})F(z)$$

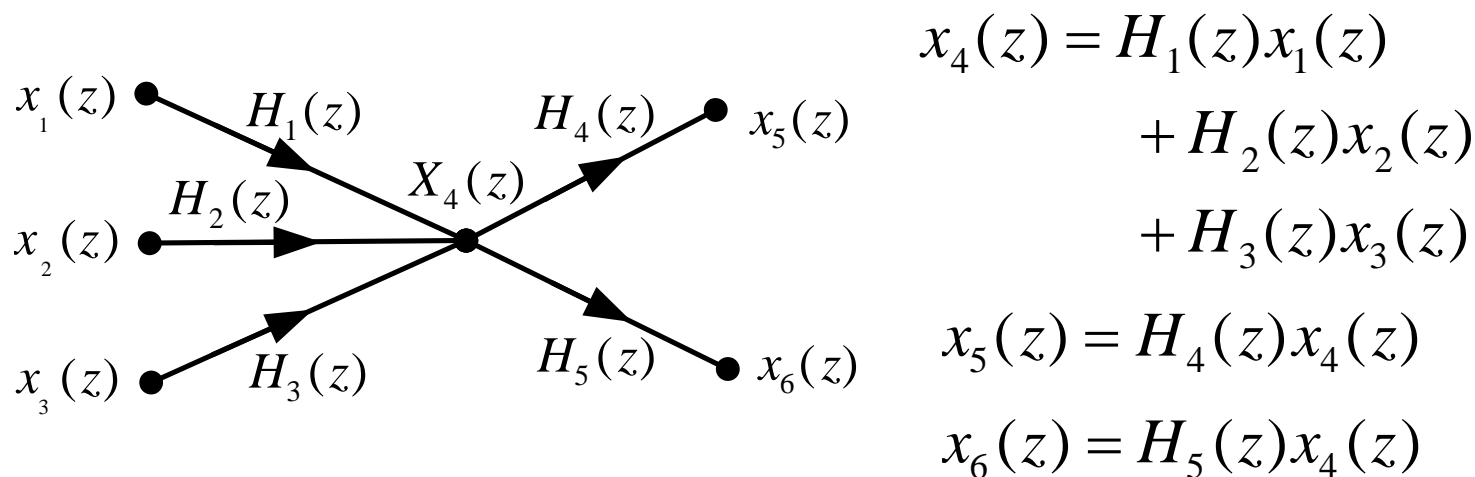
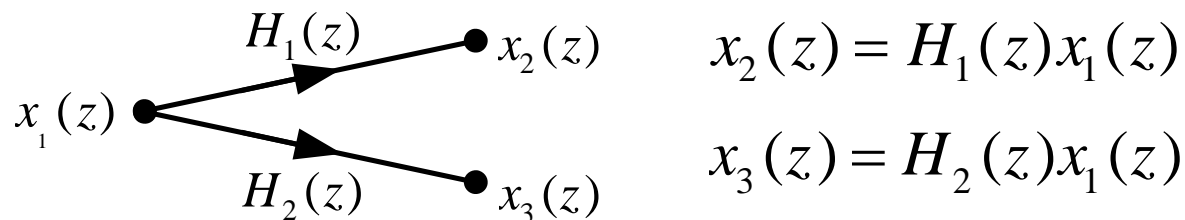
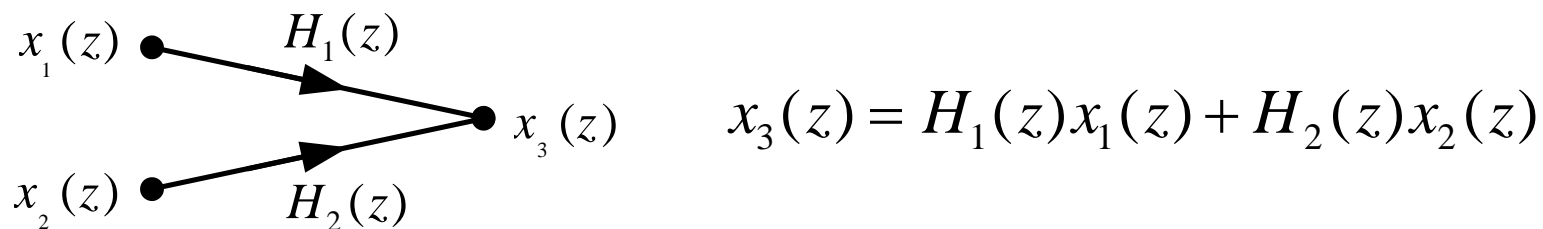
$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_2 f(k) + b_1 f(k-1) + b_0 f(k-2)$$

四、离散系统的信号流图表示：

1、框图表示与信号流图对应关系：

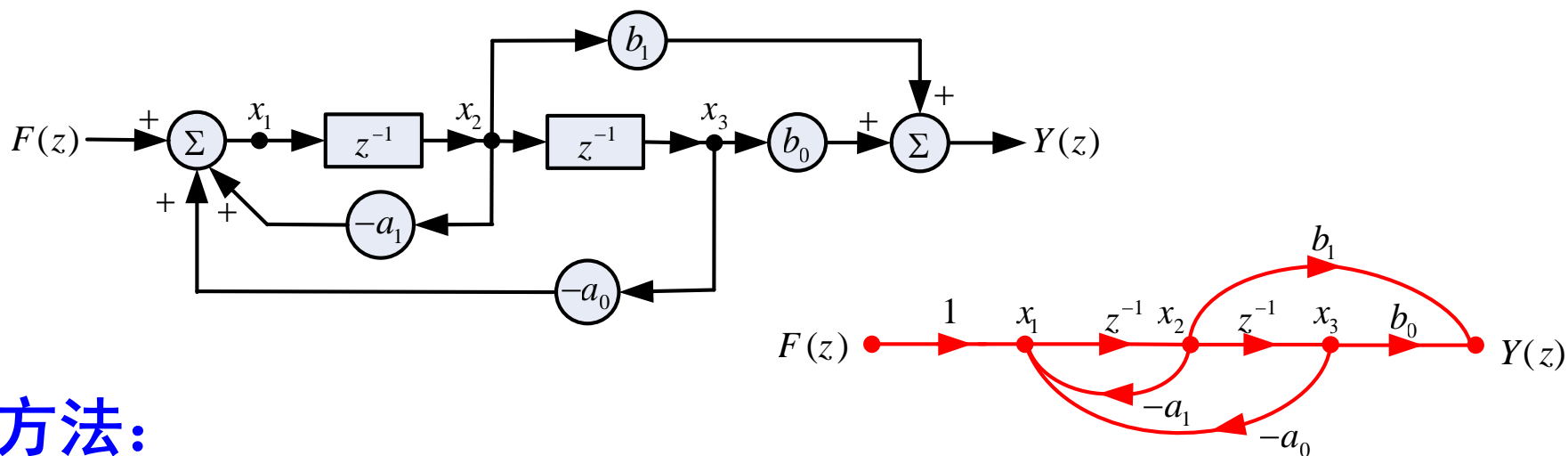


2、信号流图规则：同于连续系统信号流图规则



3、从框图表示到信号流图表示：

例：LTI离散系统的框图如下，画出系统的信号流图。



方法：

- (1) 选输入、输出、加法器输出、单位延迟器输出为变量，用点表示；
- (2) 根据信号流图规定和框图中信号传输关系画出信号流图。

4、梅森公式：

设LTI离散系统的输入为 $f(k)$ ，零状态响应为 $y_f(k)$

$$f(k) \leftrightarrow F(z), \quad y_f(k) \leftrightarrow Y_f(z) \quad (\text{单边Z变换对})$$

$$H(z) = \frac{Y_f(z)}{F(z)} = \frac{\sum_{i=1}^m P_i \Delta_i}{\Delta}$$

其中： Δ ：流图行列式（特征行列式）

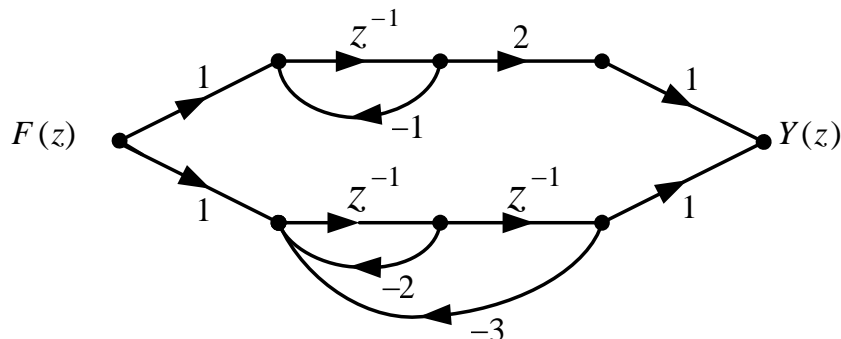
$$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum_{i,j} L_i L_j - \sum L_l L_p L_q + \dots$$

Δ_i ：除去第 i 条开路后剩余流图的流图行列式；

P_i ：第 i 条开路的开路传输函数；

m ：从 $F(z)$ 到 $Y_f(z)$ 的开路数。

例：图示离散系统，求系统函数 $H(z)$ 。



解：(1) 流图的环传输函数 L_i 及 Δ ：

$$L_1 = -z^{-1}, \quad L_2 = -2z^{-1}, \quad L_3 = -3z^{-2}$$

两个不接触环的环传输函数：

$$L_{12} = L_1 L_2 = 2z^{-2}, \quad L_{13} = L_1 L_3 = 3z^{-3}$$

$$\Delta = 1 - \sum_i L_i + \sum_{i,j} L_i L_j - \dots$$

$$= 1 - (-z^{-1} - 2z^{-1} - 3z^{-2}) + (2z^{-2} + 3z^{-3})$$

$$= 1 + 3z^{-1} + 5z^{-2} + 3z^{-3}$$

(2) 流图的开路传输函数 P_i 及 Δ_i :

$$P_1 = 2z^{-1}, \quad \Delta_1 = 1 - (L_2 + L_3) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}$$

$$P_2 = z^{-2}, \quad \Delta_2 = 1 - L_1 = 1 + z^{-1}$$

(3) 由梅森公式求 $H(z)$

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \Delta_i}{\Delta} \\ &= \frac{2z^{-1}(1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}) + z^{-2}(1 + z^{-1})}{1 + 3z^{-1} + 5z^{-2} + 3z^{-3}} \\ &= \frac{2z^2 + 5z + 7}{z^3 + 3z^2 + 5z + 3} \end{aligned}$$

7.4 系统的结构

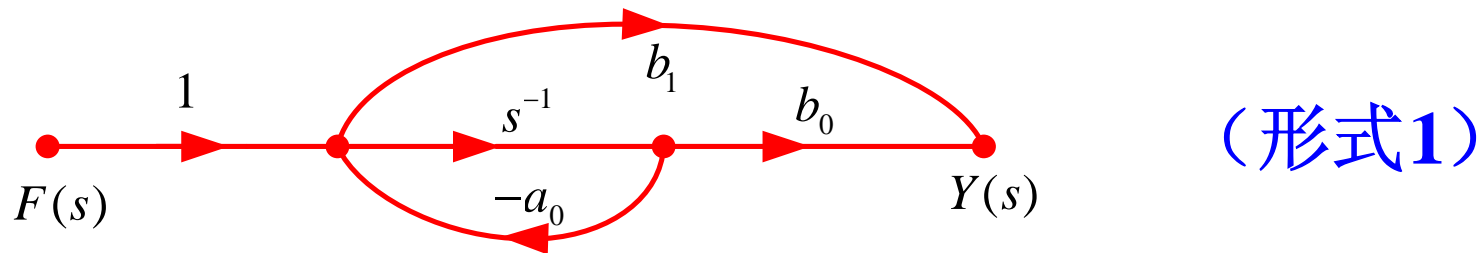
一、连续系统的模拟——由 $H(s)$ 到信号流图、框图：

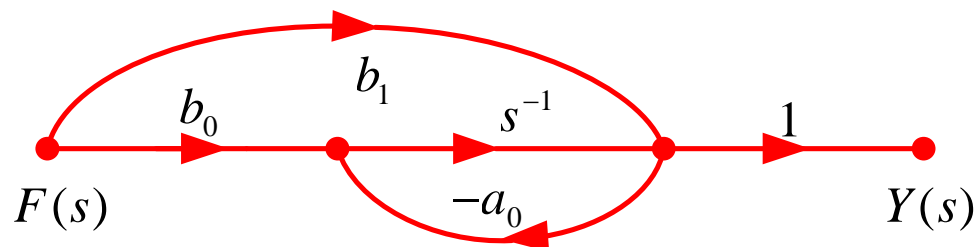
1、直接形式：

例1: $H(s) = \frac{b_1s + b_0}{s + a_0}$. 画出系统的信号流图。

解:
$$H(s) = \frac{b_1 + \frac{b_0}{s}}{1 + \frac{a_0}{s}} = \frac{b_1 + \frac{b_0}{s}}{1 - (-\frac{a_0}{s})}$$

由梅森公式：流图包含两条开路，一个环。





(形式2)

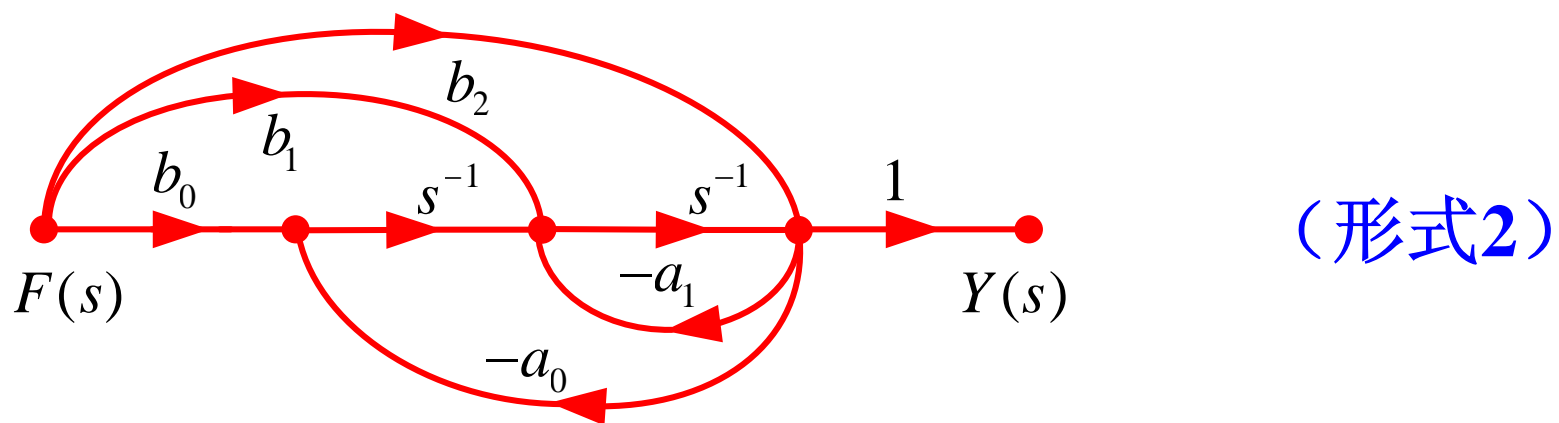
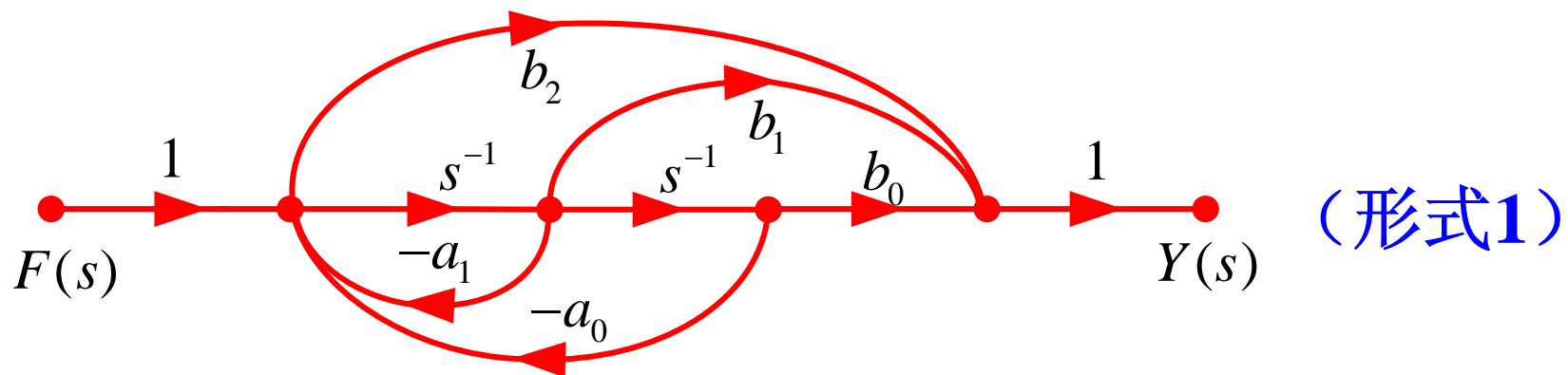
例2: $H(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$. 画出系统信号流图。

解:

$$H(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$= \frac{b_2 + \frac{b_1}{s} + \frac{b_0}{s^2}}{1 - \left(-\frac{a_1}{s} - \frac{a_0}{s^2}\right)}$$

由梅森公式：流图包含3条开路和两个相接触环。



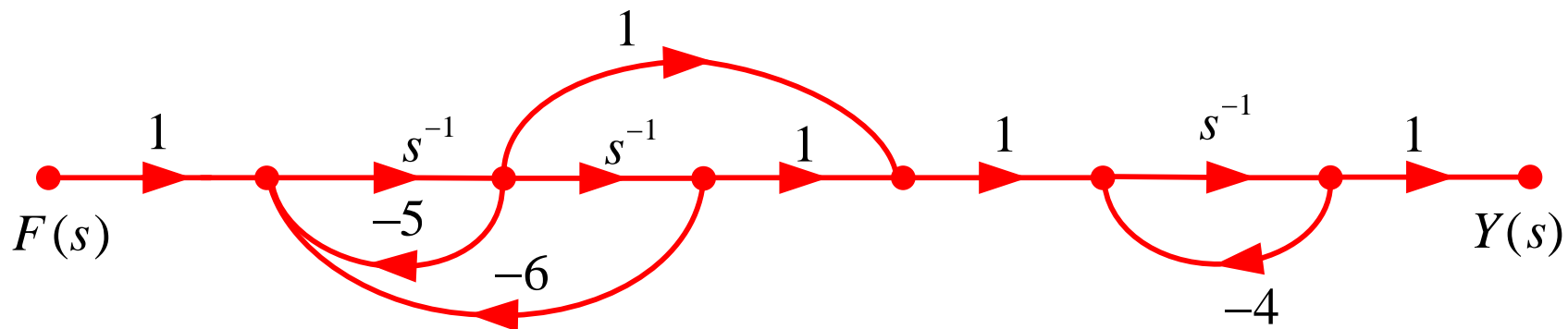
2. 串联形式:

$$\text{例: } H(s) = \frac{(s+1)}{(s^2 + 5s + 6)(s+4)} = \frac{(s+1)}{(s^2 + 5s + 6)} \cdot \frac{1}{(s+4)}$$

$$= H_1(s) \cdot H_2(s)$$

$$H_1(s) = \frac{s+1}{s^2 + 5s + 6} = \frac{\frac{1}{s} + \frac{1}{s^2}}{1 - (-\frac{5}{s} - \frac{6}{s^2})}$$

$$H_2(s) = \frac{1}{s+4} = \frac{\frac{1}{s}}{1 - (-\frac{4}{s})}$$

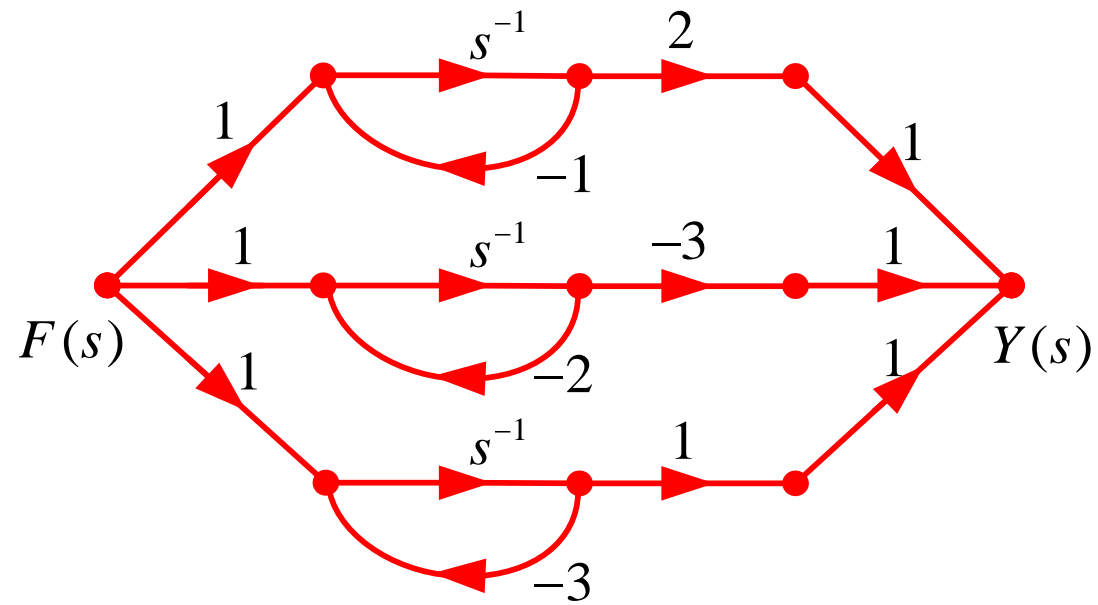


3. 并联形式:

$$\begin{aligned} \text{例: } H(s) &= \frac{s+5}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{2}{s+1} + \frac{-3}{s+2} + \frac{1}{s+3} \\ &= H_1(s) + H_2(s) + H_3(s) \end{aligned}$$

$$H_1(s) = \frac{2}{s+1} = \frac{\frac{2}{s}}{1 - \left(-\frac{1}{s}\right)}, \quad H_2(s) = \frac{-3}{s+2} = \frac{-\frac{3}{s}}{1 - \left(-\frac{2}{s}\right)}$$

$$H_3(s) = \frac{1}{s+3} = \frac{\frac{1}{s}}{1 - \left(-\frac{3}{s}\right)}$$



二、离散系统的模拟——由 $H(z)$ 到信号流图、框图：

1、由 $H(z)$ \longrightarrow 差分方程 \longrightarrow 框图 \longrightarrow 流图

例1： 已知系统函数 $H(z) = \frac{b_0}{z^2 + a_1z + a_0}$ ，画出系统框图。

解： 设 $f(k) \leftrightarrow F(z)$, $y_f(z) \leftrightarrow Y_f(z)$

$$H(z) = \frac{Y_f(z)}{F(z)} = \frac{b_0 z^2}{z^2 + a_1 z + a_0} = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}}$$

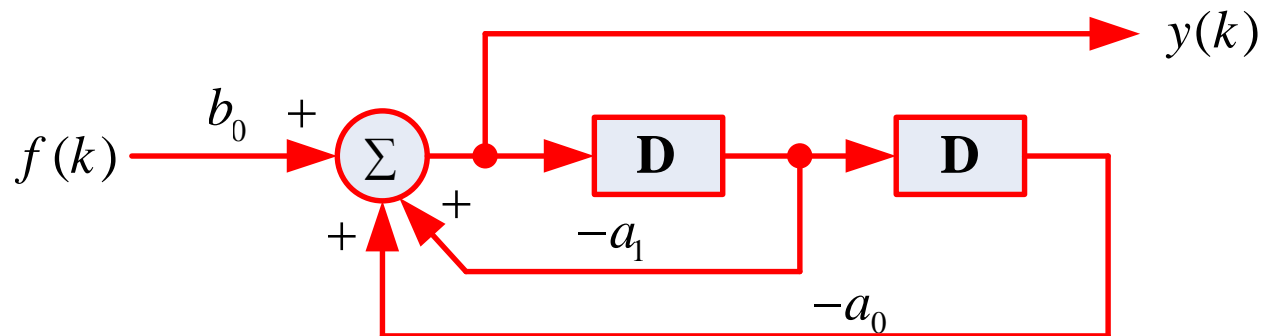
$$(1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}) Y_f(z) = b_0 F(z)$$

$$y_f(k) + a_1 y_f(k-1) + a_0 y_f(k-2) = b_0 f(k)$$

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_0 f(k)$$

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_0 y(k-2) + b_0 f(k)$$

由上式得框图：



例2： 已知系统函数 $H(z) = \frac{b_1z + b_0}{z^2 + a_1z + a_0}$ ， 求系统框图。

解：
$$H(z) = \frac{b_1z^{-1} + b_0z^{-2}}{1 + a_1z^{-1} + a_0z^{-2}}$$

设 $f(k) \leftrightarrow F(z)$, $y_f(k) \leftrightarrow Y_f(z)$

$$Y_f(z) = H(z)F(z)$$

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}) Y_f(z) = (b_1 z^{-1} + b_0 z^{-2}) F(z)$$

$$y_f(k) + a_1 y_f(k-1) + a_0 y_f(k-2) = b_1 f(k-1) + b_0 f(k-2)$$

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_1 f(k-1) + b_0 f(k-2) \quad \text{--- (1)}$$

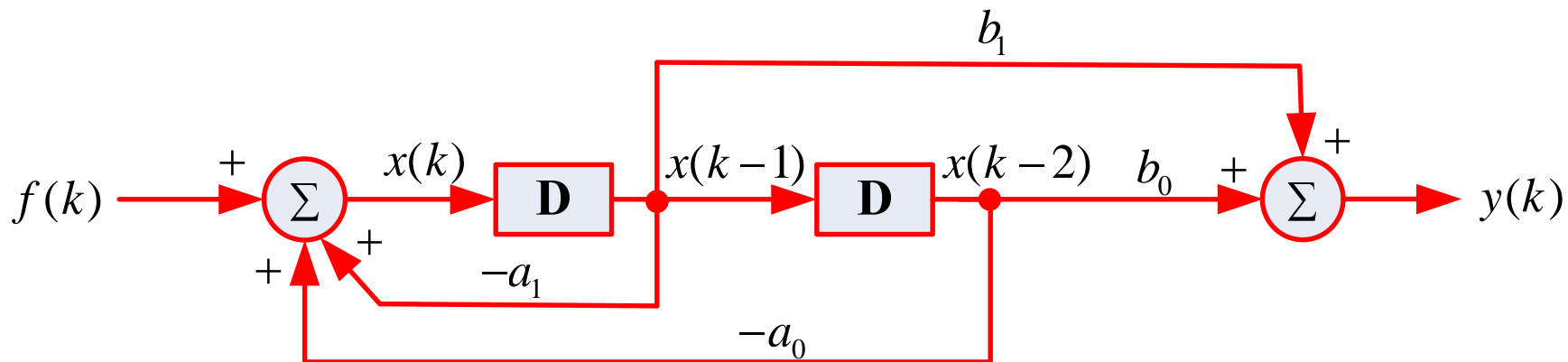
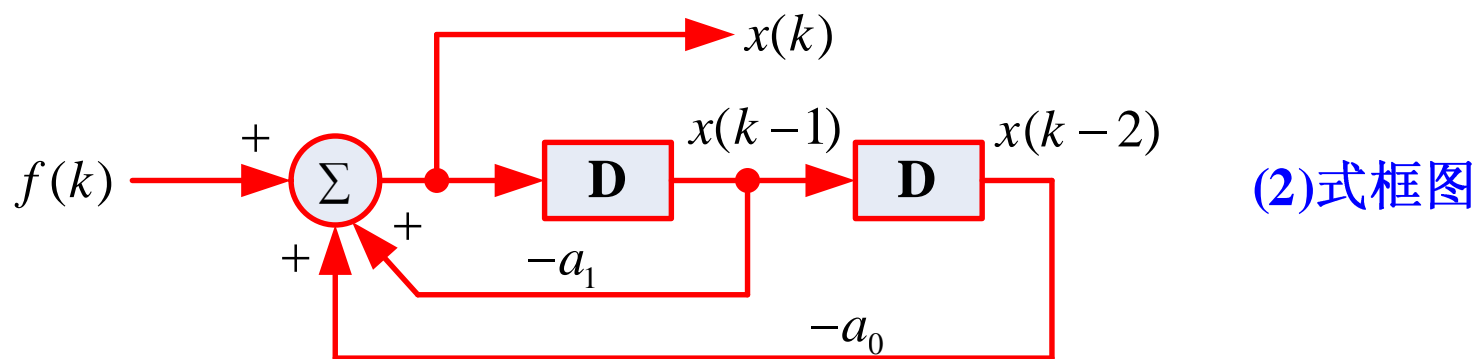
引入辅助函数 $x(k)$, 令

$$x(k) + a_1 x(k-1) + a_0 x(k-2) = f(k) \quad \text{----- (2)}$$

(2) 式代入 (1) 式, 比较等式两边得

$$y(k) = b_1 x(k-1) + b_0 x(k-2) \quad \text{----- (3)}$$

先模拟 (2) 式对应的框图, 然后在 (2) 式框图基础上画出 (3) 式的框图:



2、由 $H(z)$ → 信号流图 → 系统框图

(1) 直接形式:

$$\text{例1: } H(z) = \frac{2z+3}{z^3+3z^2+2z+2} = \frac{2z^{-2}+3z^{-3}}{1-(-3z^{-1}-2z^{-2}-2z^{-3})}$$

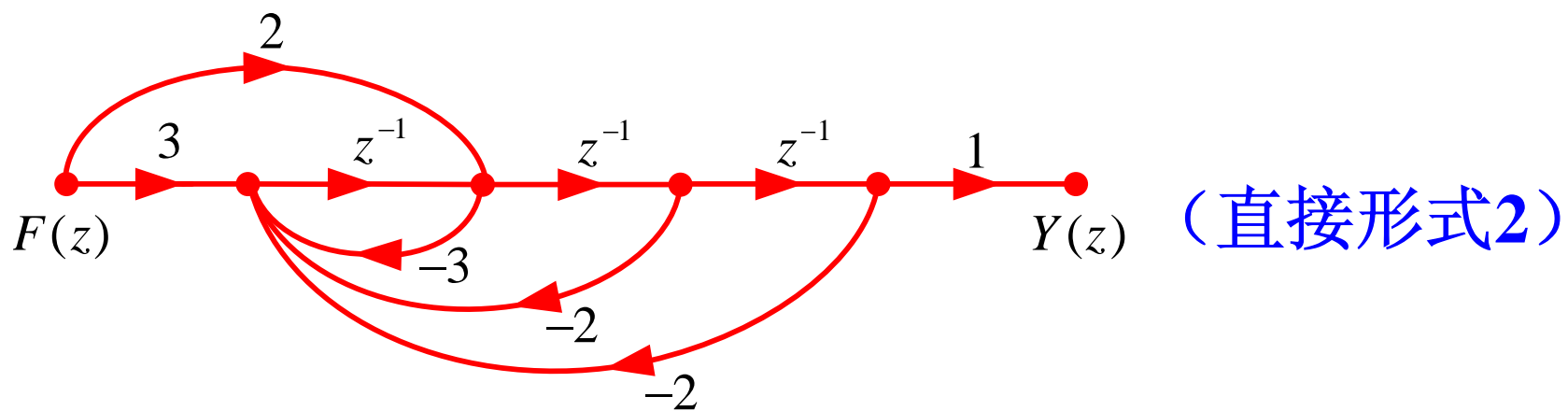
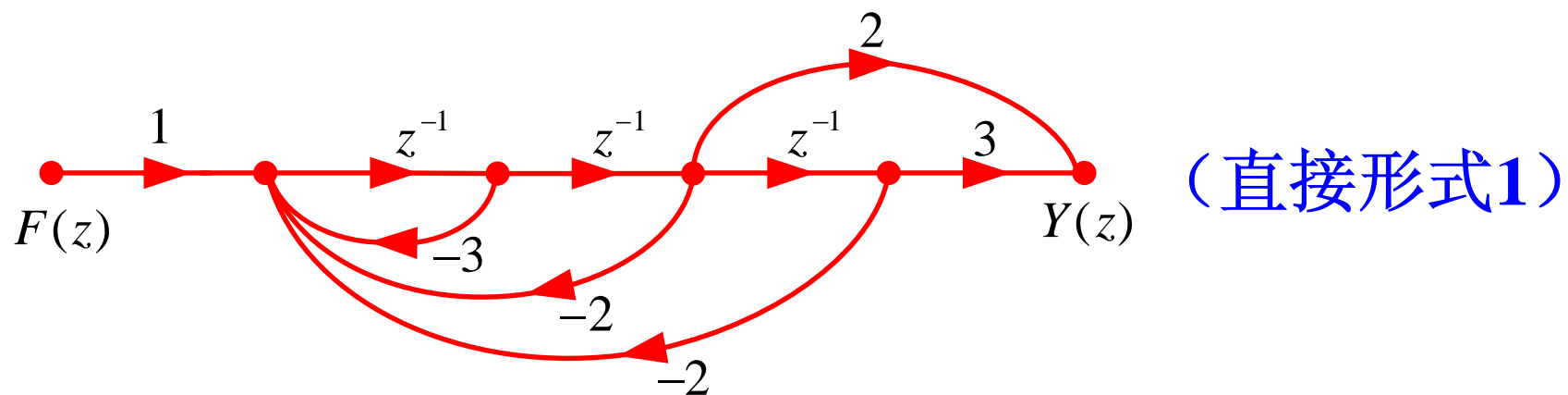
解: 根据梅森公式, 系统信号流图有**3**个相互接触的环和两条开路组成。环传输函数分别为:

$$L_1 = -3z^{-1}; \quad L_2 = -2z^{-2}; \quad L_3 = -2z^{-3}$$

开路传输函数为: $P_1 = 2z^{-2}; \quad P_2 = 3z^{-3};$

$$\Delta_1 = 1; \quad \Delta_2 = 1$$

信号流图如图所示:

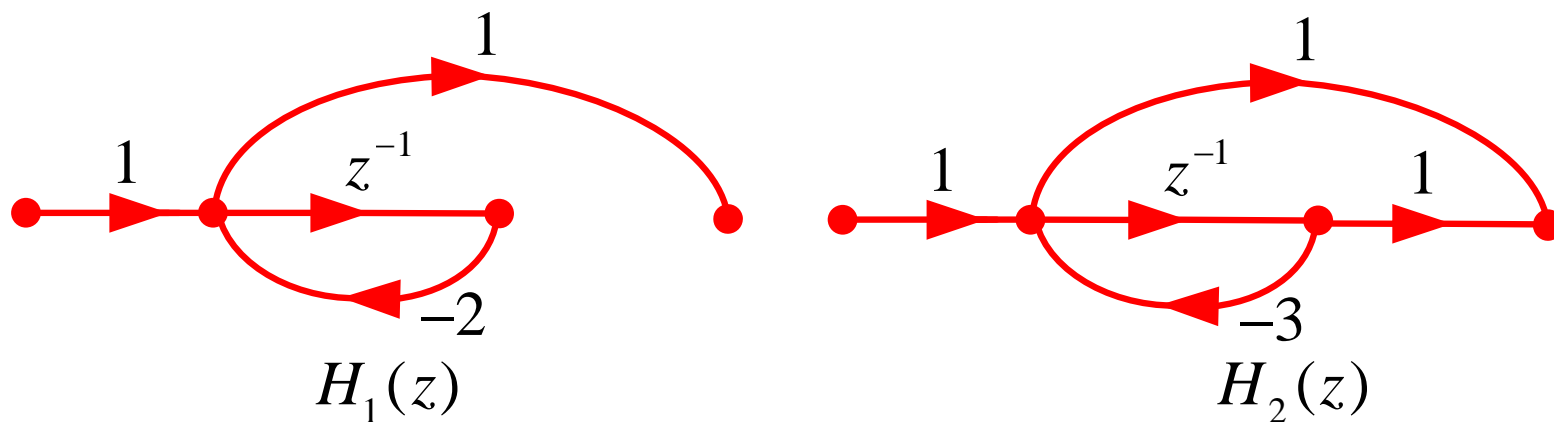


(2) 串联形式:

例2:
$$H(z) = \frac{z^2 + z}{z^2 + 5z + 6} = \frac{z}{z+2} \cdot \frac{(z+1)}{(z+3)} = H_1(z) \cdot H_2(z)$$

$$H_1(z) = \frac{z}{z+2}, \quad H_2(z) = \frac{z+1}{z+3}$$

分别对 $H_1(z)$ 、 $H_2(z)$ 用直接形式信号流图模拟，然后联接成串联形式。



(3) 并联形式:

例3:
$$H(z) = \frac{z^2 + 4z + 4}{z^2 + 7z + 12} = \frac{1}{z + 3} + \frac{z}{z + 4}$$

$$= H_1(z) + H_2(z)$$

$$H_1(z) = \frac{1}{z + 3}, \quad H_2(z) = \frac{z}{z + 4}$$

分别 $H_1(z)$ 和 $H_2(z)$ 用直接形式信号流图模拟，然后联接成并联形式。

