

doi: 10.3788/gzxb20154409.0927002

类 W 态原子与三耦合腔系统作用中的量子失协

邱昌东, 卢道明

(武夷学院 机电工程学院, 福建 武夷山 354300)

摘 要:研究了三个全同二能级原子与三耦合腔相互作用物理模型中两原子间的量子失协. 腔与腔之间通过光纤耦合, 考虑原子与腔模之间的共振作用, 采用几何量子失协来度量两原子间的量子关联, 数值计算了系统中两原子间的几何量子失协, 给出了其演化曲线. 讨论了光纤模与腔模间的耦合强度变化对几何量子失协的影响. 结果表明: 随光纤模与腔模间的耦合强度增大, 两原子间的几何量子失协增大, 即两原子间量子关联增强.

关键词:量子光学; 类 W 态; 二能级原子; 耦合腔; 量子失协

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)09-0927002-6

Quantum Discord in The System of W-like States Atoms Interacting with Three Coupled Cavities Connected by Two Optical Fibers

QIU Chang-dong, LU Dao-ming

(College of Mechanic and Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China)

Abstract: The Geometrical Quantum Discord (GQD) is an effective measure of quantum correlation in quantum systems. The system of W-like states atoms interacting with three coupled cavities connected by two optical fibers was investigated. In the case of like-W state, optical cavities and fiber field are all in vacuum state initially. The evolution of the state vector of the system is given. GQD is adopted to quantify the degree of quantum discord between atoms. The GQD dynamics between atoms are discussed. The influences of coupling constant between cavity and fiber on geometrical quantum discord between atoms are discussed. The results show that GQD between atoms is strengthened with increasing of coupling constant between cavity and fiber.

Key words: Quantum optics; W-like state; Two-level atom; Coupled cavities; Quantum discord

OCIS Codes: 270.0270; 270.5580; 020.0020; 020.5580

0 引言

量子纠缠是量子力学区别于经典力学独特的性质. 它描述了复合系统中两个或多个系统间的关联和不可分离性. 它在量子信息处理和量子计算, 以及在验证量子力学规律中具有重要作用. 因此, 量子纠缠一直是物理工作者研究的热点. 至今, 许多物理研究者对不同系统中的量子纠缠进行了大量研究^[1-5]. 例如, Zeng 等研究了两个二能级原子与单模真空场相互作用系统中的纠缠特性^[1]. Hillery 等提出判断双模系统存在纠

缠的不等式^[2]. Zhang 讨论了光纤与腔场强耦合情况下光纤耦合腔系统中两原子间的纠缠^[3]. 然而, 近年来在对量子纠缠的研究中, 发现量子纠缠只是一种特殊的量子关联, 它不能刻画量子系统中的全部量子关联. 在某些纠缠为零的分离态中, 仍然存在量子关联, 这种非纠缠的量子关联可以用于实现量子通信和量子计算^[6]. 2002 年, Ollivier 和 Zurck 引入量子失协这一物理量来度量量子关联^[7]. 已证明量子失协是量子关联的一种好的度量, 它比量子纠缠更为广泛. 自从量子失协概念提出以来, 它吸引了人们极大关注. 到目前为

基金项目: 福建省自然科学基金(No. 2015J01020)和福建省教育厅 A 类科技项目(No. JA12327)资助

第一作者: 邱昌东(1973-), 男, 副教授, 硕士, 主要研究方向为量子光学. Email: qiucd_321@126.com

导师(通讯作者): 卢道明(1963-), 男, 教授, 硕士, 主要研究方向量子光学. Email: daominglu79@hotmail.com

收稿日期: 2015-03-30; 录用日期: 2015-06-02

<http://www.photon.ac.cn>

止,已有大量有关量子失协的研究报道^[8-11].例如,Wang等研究了量子相位跃迁影响下的量子失协^[8].Wang Bo等研究了非马尔科夫效应对量子失协的影响^[9].

另一方面,由于光纤耦合腔系统在量子信息处理和分布式量子计算中具有潜在应用,光纤耦合腔系统引起人们广泛关注^[12-15].研究者们已提出了许多利用光纤耦合腔系统进行量子信息处理和量子计算的方案.例如,Peng等提出利用 Λ 和V型三能级原子与耦合腔系统相互作用产生两原子纠缠态^[12].Ye等建议了利用光纤耦合腔系统产生两原子三维纠缠态的方案^[13].Zheng等提出了利用该系统产生双模压缩态的方案^[14].然而,对光纤耦合腔系统中量子失协的研究有待开展,尤其是通过两条光纤耦合的三耦合腔系统中的量子失协研究未见报道.本文采用Dakic等人建议的几何量子失协来描述两体系统中的量子失协^[16],利用数值计算方法讨论了两原子间几何量子失协的演化.

1 物理模型和态矢演化

通过两条光纤耦合的三个耦合腔系统如图1^[17].三个全同的二能级原子分别囚禁在三个腔中.考虑原子跃迁频率等于腔场频率的情况,在满足短光纤近似条件和旋波近似下,在相互作用表象中系统的哈密顿

$$H_1 = f_1(a_1 s_1^+ + a_1^+ s_1^-) + f_2(a_2 s_2^+ + a_2^+ s_2^-) + f_3(a_3 s_3^+ + a_3^+ s_3^-) + J_1[b_1(a_1^+ + a_2^+) + \text{H. C.}] + J_2[b_2(a_2^+ + a_3^+) + \text{H. C.}] \quad (1)$$

式中 $f_i(i=1,2,3)$ 表示第 i 个腔中原子与腔模间的耦合系数, $J_i(i=1,2)$ 表示腔模与光纤模间的相互作用强度, $a_i(a_i^+)(i=1,2,3)$ 表示 i 个腔模的湮没(产生)算符, $b_i(b_i^+)(i=1,2)$ 表示 i 个光纤模的湮没(产生)算符, $s_i^+ = |e\rangle_i \langle g|$ 和 $s_i^- = |g\rangle_i \langle e| (i=1,2,3)$ 为第 i 个原子的跃迁算符, $|e\rangle_i (|g\rangle_i)$ 表示第 i 个原子的激发态(基态).为简单起见,设 $f_1 = f_2 = f_3 = f, J_1 = J_2 = J$.

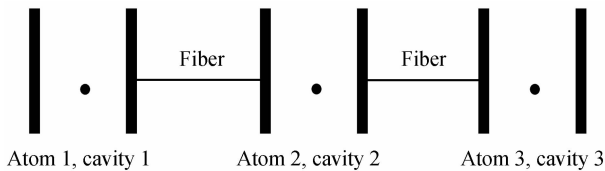


图1 系统框图
Fig. 1 Sketch of the set-up

假设初始时刻,三个原子处于类W态,即

$$|\varphi_a\rangle = \cos \theta |egg\rangle_{123} + \sin \theta \sin \varphi \times |geg\rangle_{123} + \sin \theta \cos \varphi |gge\rangle_{123} \quad (2)$$

式中 $|\varphi_a\rangle$ 表示原子初态.同时,腔模和光纤模均处于真空态.那么,整个系统的初态为

$$|\varphi(0)\rangle = \cos \theta |\varphi_1\rangle + \sin \theta \sin \varphi |\varphi_2\rangle + \sin \theta \cos \varphi |\varphi_3\rangle \quad (3)$$

式中 $|\varphi_1\rangle = |egg\rangle_a |000\rangle_c |00\rangle_f, |\varphi_2\rangle = |geg\rangle_a |000\rangle_c |00\rangle_f, |\varphi_3\rangle = |gge\rangle_a |000\rangle_c |00\rangle_f$,下标1、2、3、c和f分别表示原子1、原子2、原子3、腔模和光纤模的状态, θ 和 φ 是描述原子初态的实参量.

在式(1)表示的哈密顿作用下,式(3)表示的态矢将在激发数为1的子空间中演化.在演化过程中,系统将保留在以

$$\begin{aligned} |\varphi_1\rangle &= |egg\rangle_a |000\rangle_c |00\rangle_f, |\varphi_2\rangle = |geg\rangle_a |000\rangle_c |00\rangle_f, \\ |\varphi_3\rangle &= |gge\rangle_a |000\rangle_c |00\rangle_f, |\varphi_4\rangle = |ggg\rangle_a |100\rangle_c |00\rangle_f, \\ |\varphi_5\rangle &= |ggg\rangle_a |010\rangle_c |00\rangle_f, |\varphi_6\rangle = |ggg\rangle_a |001\rangle_c |00\rangle_f, \\ |\varphi_7\rangle &= |ggg\rangle_a |000\rangle_c |10\rangle_f, |\varphi_8\rangle = |ggg\rangle_a |000\rangle_c |01\rangle_f \end{aligned}$$

为基矢构成的子空间中.其中 $|\varphi_1\rangle、|\varphi_2\rangle$ 和 $|\varphi_3\rangle$ 的演化规律为

$$\begin{aligned} |\varphi_1(t)\rangle &= A_1 |\varphi_1\rangle + B_1 |\varphi_2\rangle + C_1 |\varphi_3\rangle + D_1 \times |\varphi_4\rangle + E_1 |\varphi_5\rangle + F_1 |\varphi_6\rangle + G_1 |\varphi_7\rangle + H_1 |\varphi_8\rangle, \\ |\varphi_2(t)\rangle &= A_2 |\varphi_1\rangle + B_2 |\varphi_2\rangle + C_2 |\varphi_3\rangle + D_2 \times |\varphi_4\rangle + E_2 |\varphi_5\rangle + F_2 |\varphi_6\rangle + G_2 |\varphi_7\rangle + H_2 |\varphi_8\rangle, \\ |\varphi_3(t)\rangle &= A_3 |\varphi_1\rangle + B_3 |\varphi_2\rangle + C_3 |\varphi_3\rangle + D_3 \times |\varphi_4\rangle + E_3 |\varphi_5\rangle + F_3 |\varphi_6\rangle + G_3 |\varphi_7\rangle + H_3 |\varphi_8\rangle \end{aligned} \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{f^2}{2\alpha^2} \cos(\alpha t) + \frac{f^2}{6\beta^2} \cos(\beta t) + \frac{1}{3} \cos(ft) + \frac{(f^2 + 2J^2)}{\alpha^2 \beta^2} J^2, \\ B_1 &= \frac{f^2}{3\beta^2} \cos(\beta t) - \frac{1}{3} \cos(ft) + \frac{J^2}{\beta^2}, \\ C_1 &= -\frac{f^2}{2\alpha^2} \cos(\alpha t) + \frac{f^2}{6\beta^2} \cos(\beta t) + \frac{1}{3} \cos(ft) - \frac{J^4}{\alpha^2 \beta^2}, \\ D_1 &= -i \left[\frac{f}{2\alpha} \sin(\alpha t) + \frac{f}{6\beta} \sin(\beta t) + \frac{1}{3} \sin(ft) \right], \\ E_1 &= i \left[-\frac{f}{3\beta} \sin(\beta t) + \frac{1}{3} \sin(ft) \right], \\ F_1 &= i \left[\frac{f}{2\alpha} \sin(\alpha t) - \frac{f}{6\beta} \sin(\beta t) - \frac{1}{3} \sin(ft) \right], \\ G_1 &= \frac{Jf}{2\alpha^2} \cos(\alpha t) + \frac{Jf}{2\beta^2} \cos(\beta t) - \frac{(f^2 + 2J^2)}{\alpha^2 \beta^2} Jf, \\ H_1 &= -\frac{fJ}{2\alpha^2} \cos(\alpha t) + \frac{fJ}{2\beta^2} \cos(\beta t) + \frac{fJ^3}{\alpha^2 \beta^2}, \\ A_2 = C_2 &= \frac{f^2}{3\beta^2} \cos(\beta t) - \frac{1}{3} \cos(ft) + \frac{J^2}{\beta^2}, \\ B_2 &= \frac{2f^2}{3\beta^2} \cos(\beta t) + \frac{1}{3} \cos(ft) + \frac{2J^2}{\beta^2}, \\ D_2 = F_2 &= i \left[-\frac{f}{3\beta} \sin(\beta t) + \frac{1}{3} \sin(ft) \right], \\ E_2 &= -i \left[\frac{2f}{3\beta} \sin(\beta t) + \frac{1}{3} \sin(ft) \right], \end{aligned}$$

$$G_2 = H_2 = \frac{Jf}{\beta^2} [\cos(\beta t) - 1],$$

$$A_3 = C_1, B_3 = B_1, C_3 = A_1, D_3 = F_1,$$

$$E_3 = E_1, F_3 = D_1, G_3 = H_1, H_3 = G_1,$$

$$\alpha = \sqrt{f^2 + J^2}, \beta = \sqrt{f^2 + 3J^2} \quad (5)$$

根据式(3)可得 t 时刻系统的态矢为

$$|\varphi(t)\rangle = \cos\theta |\varphi_1(t)\rangle + \sin\theta \sin\varphi |\varphi_2(t)\rangle + \sin\theta \cos\varphi |\varphi_3(t)\rangle \quad (6)$$

将式(5)代入式(6),得出

$$|\varphi(t)\rangle = A|\varphi_1\rangle + B|\varphi_2\rangle + C|\varphi_3\rangle + D \times |\varphi_4\rangle + E|\varphi_5\rangle + F|\varphi_6\rangle + G|\varphi_7\rangle + H|\varphi_8\rangle \quad (7)$$

式中

$$L = L_1 \cos\theta + \sin\theta \sin\varphi L_2 + \sin\theta \cos\varphi L_3 \quad (8)$$

L 分别表示 A, B, C, D, E, F, G 和 H . L_i 分别表示 $A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i, G_i$ 和 H_i .

2 几何量子失协

采用 Dakic 等提出的量子失协几何度量方法^[16], 即几何量子失协 (Geometrical Quantum Discord, GQD) 来度量两体两维系统间的关联. 若描述两体系统的密度矩阵 ρ 可以表示为

$$\rho = \frac{1}{4} [I \otimes I + \sum_{i=1}^3 (a_i \sigma_i \otimes I + b_i I \otimes \sigma_i) + \sum_{i,j=1}^3 T_{ij} \sigma_i \otimes \sigma_j] \quad (9)$$

式中 I 表示单位矩阵, $\sigma_i (i=x, y, z)$ 为泡利矩阵,

$$a_i = \text{Tr} \rho (\sigma_i \otimes I),$$

$$b_i = \text{Tr} \rho (I \otimes \sigma_i), \quad (10)$$

$$T_{ij} = \text{Tr} \rho (\sigma_i \otimes \sigma_j)$$

式中 Tr 表示求迹. 那么, 两体系统的 GQD 为

$$D(\rho) = \frac{1}{4} (\|a\|^2 + \|T\|^2 - k_{\max}) \quad (11)$$

式中 $a = (a_1, a_2, a_3)^T$ 为列向量, $\|a\|^2 = \sum_{i=1}^3 a_i^2$, $T = \{T_{ij}\}$ 是个矩阵, $\|T\|^2 = \text{Tr}(T^T T)$, k_{\max} 为矩阵 $aa^T + TT^T$ 的最大本征值, 其中上标 T 表示对矩阵进行转置.

2.1 原子 1 和原子 2 间的几何量子失协

以 $|ee\rangle_{12}, |eg\rangle_{12}, |ge\rangle_{12}, |gg\rangle_{12}$ 为基矢, 利用式(6), 求得描述两原子体系 (原子 1 和原子 2) 的密度矩阵为

$$\rho_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |A|^2 & AB^* & 0 \\ 0 & A^* B & |B|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_{12} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中

$$U_{12} = |C|^2 + |D|^2 + |E|^2 + |F|^2 + |G|^2 + |H|^2.$$

将式(10)代入式(8), 计算得出

$$a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 0,$$

$$a_3 = |A|^2 - |B|^2 - U_{12},$$

$$b_3 = -|A|^2 + |B|^2 - U_{12},$$

$$T_{11} = T_{22} = AB^* + A^* B, \quad (13)$$

$$T_{12} = T_{21}^* = -i(AB^* - A^* B) = 0,$$

$$T_{13} = T_{31} = T_{23} = T_{32} = 0,$$

$$T_{33} = -|A|^2 - |B|^2 + U_{12}$$

结合式(11)和式(13), 计算得出

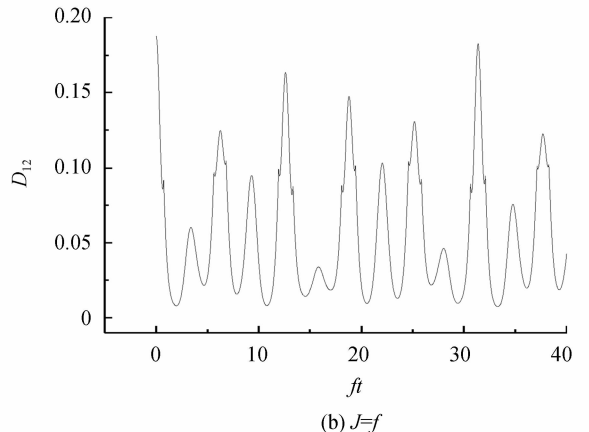
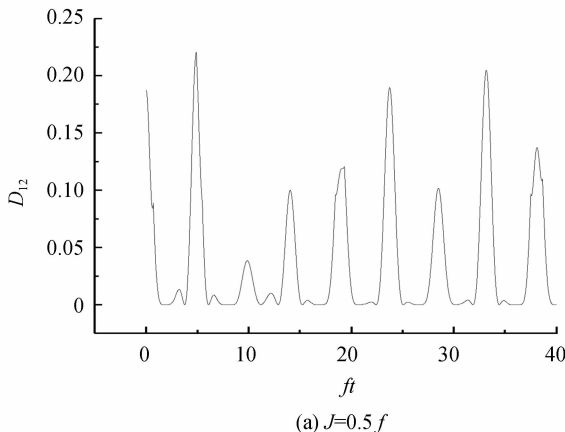
$$\|a\|^2 = a_3^2,$$

$$K_{12} = aa^T + TT^T = \begin{bmatrix} T_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & T_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & T_{33}^2 + a_3^2 \end{bmatrix},$$

$$D_{12} = \frac{1}{4} [a_3^2 + 2T_{11}^2 + T_{33}^2 - \max(T_{11}^2, a_3^2 + T_{33}^2)] \quad (14)$$

式中 D_{12} 表示原子 1 和原子 2 间的几何量子失协.

为了讨论腔场与光纤模间的耦合系数 J 对量子失协的影响, 取原子初始分布角 $\varphi = \frac{\pi}{4}$ 和 $\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 为一定值的情况进行研究, 耦合系数 J 分别取 $0.5f, f, 2f, 5f$ 时, 两原子间的几何量子失协 D_{12} 的演化曲线如图 2. 从图 2 可见: 几何量子失协 D_{12} 随时间作不规则振



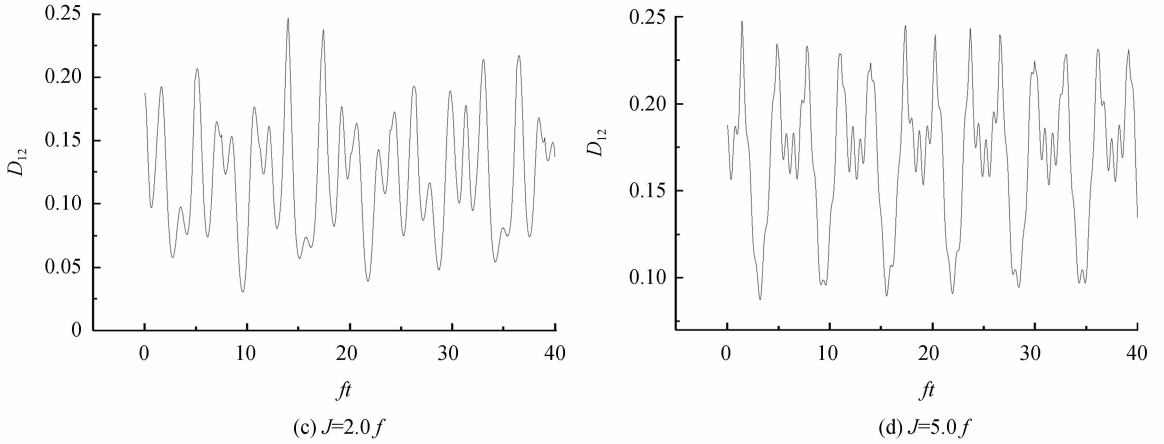


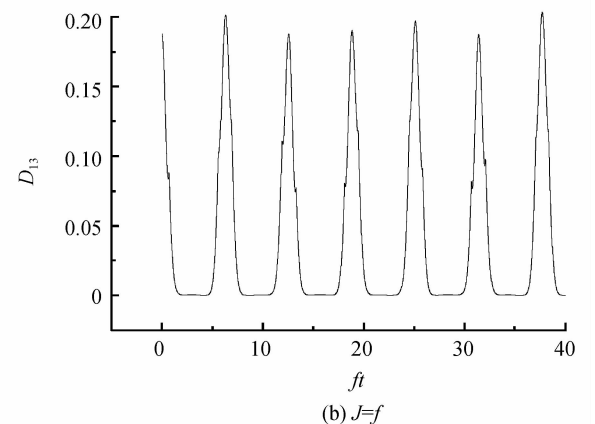
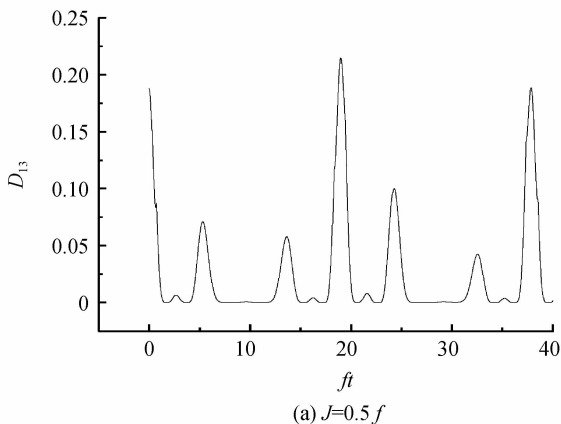
图2 几何量子失协 D_{12} 随规范时间的演化
Fig. 2 Evolutions of GQD D_{12} with scaled time ft

荡,它的振荡频率随耦合系数 J 的增大而增大.这是因为由式(12)决定的 D_{12} ,其演化规律由式(6)的态展开系数 A, B, C, \dots 决定,而展开系数 A, B, C, \dots 是角频率为 $\alpha = \sqrt{f^2 + J^2}$ 和 $\beta = \sqrt{f^2 + 3J^2}$ 的余弦或正弦函数叠加. α 和 β 都随 J 的增大而增大.因此, D_{12} 的演化频率随 J 的增大而增大.另一方面,随 J 的增大曲线重心上移,平均值增加.例如,当 $J = 0.5f$ 时, $\bar{D}_{12} = 0.03598$; $J = f$ 时, $\bar{D}_{12} = 0.05355$; $J = 2f$ 时, $\bar{D}_{12} = 0.12259$; $J = 5f$ 时, $\bar{D}_{12} = 0.16945$.这表明随 J 的增大两原子间的关联增强.从物理机制上看,随着光纤模与腔场间的耦合强度 J 增强,光纤模被激发的几率降低,激发子被三个原子和腔分享的几率增大,相应原子间的量子关联增大,原子间量子失协也就提高了.

2.2 原子 1 和原子 3 间的几何量子失协

以 $|ee\rangle_{13}, |eg\rangle_{13}, |ge\rangle_{13}, |gg\rangle_{13}$ 为基矢,利用式(6),求得描述两原子体系(原子 1 和原子 3)的密度矩阵为

$$\rho_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |A|^2 & AC^* & 0 \\ 0 & A^*C & |C|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_{13} \end{bmatrix} \quad (15)$$



式中

$$U_{13} = |B|^2 + |D|^2 + |E|^2 + |F|^2 + |G|^2 + |H|^2.$$

与 2.1 同样的计算过程,计算得出

$$\begin{aligned} a'_3 &= |A|^2 - |C|^2 - U_{13}, \\ T'_{11} &= 2AC, \\ T'_{33} &= -|A|^2 - |C|^2 + U_{13}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$D_{13} = \frac{1}{4} [a'^2_3 + 2T'^2_{11} + T'^2_{33} - \max(T'^2_{11}, a'^2_3 + T'^2_{33})]$$

式中 D_{13} 表示原子 1 和原子 3 间的几何量子失协.

同样取原子初始分布角 $\varphi = \frac{\pi}{4}, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 腔场与光纤模间的耦合系数 J 分别取 $0.5f, f, 2f, 5f$ 时,两原子间的几何量子失协 D_{13} 的演化曲线如图 3.从图 3 可见:随耦合系数 J 的增大,几何量子失协 D_{13} 的演化从作不规则振荡向作准周期性演化转变.随 J 的增大,曲线平均值增加.例如,当 $J = 0.5f$ 时, $\bar{D}_{13} = 0.02455$; $J = f$ 时, $\bar{D}_{13} = 0.04086$; $J = 2f$ 时, $\bar{D}_{13} = 0.04838$; $J = 5f$ 时, $\bar{D}_{13} = 0.0558$.这表明随 J 的增大,原子 1 与原子 3 间的关联增强.

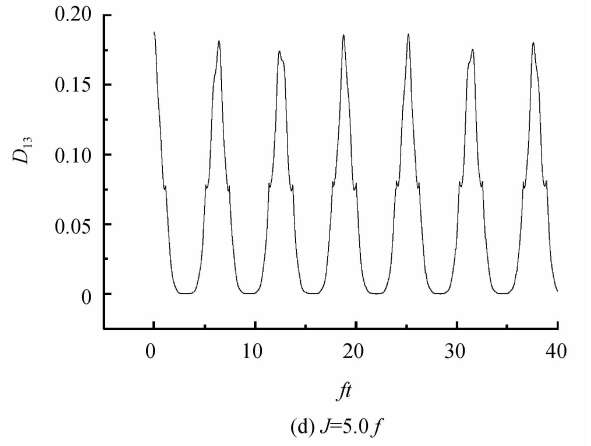
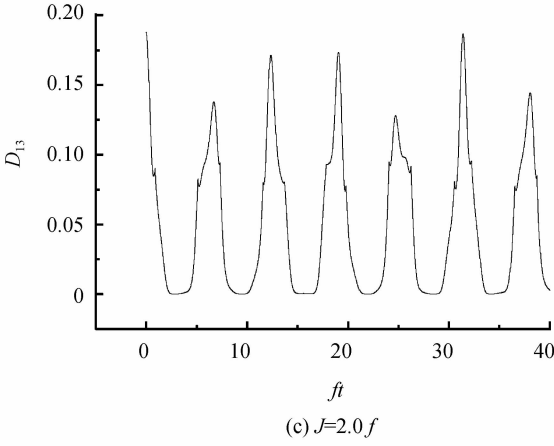

 图 3 几何量子失协 D_{13} 随规范时间的演化

 Fig. 3 Evolutions of GQD D_{13} with scaled time ft

2.3 原子 2 和原子 3 间的几何量子失协

以 $|ee\rangle_{23}, |eg\rangle_{23}, |ge\rangle_{23}, |gg\rangle_{23}$ 为基矢, 同样利用式(6), 求得描述两原子体系(原子 2 和原子 3)的密度矩阵为

$$\rho_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |B|^2 & BC^* & 0 \\ 0 & B^*C & |C|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_{23} \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中

$$U_{23} = |A|^2 + |D|^2 + |E|^2 + |F|^2 + |G|^2 + |H|^2.$$

采用与 2.1 同样的计算过程, 计算得出

$$\begin{aligned} a_3^* &= |B|^2 - |C|^2 - U_{23}, \\ T_{11}^* &= 2BC, \\ T_{33}^* &= -|B|^2 - |C|^2 + U_{23}, \\ D_{23} &= \frac{1}{4} [a_3^{*2} + 2T_{11}^{*2} + T_{33}^{*2} - \max(T_{11}^{*2}, a_3^{*2} + T_{33}^{*2})] \end{aligned} \quad (18)$$

式中 D_{23} 表示原子 2 和原子 3 间的几何量子失协。

同样取原子初始分布角 $\varphi = \frac{\pi}{4}, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 腔场与

光纤模间的耦合系数 J 分别取 $0.5f, f, 2f, 5f$ 时, 两原子间的几何量子失协 D_{23} 的演化曲线如图 4。从图 4

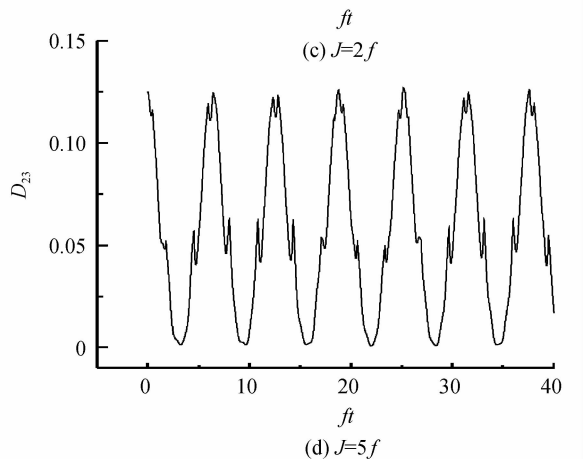
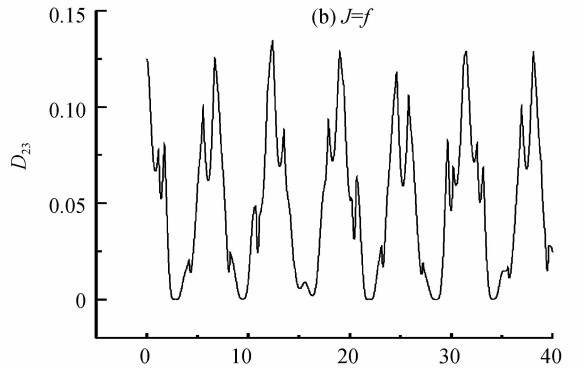
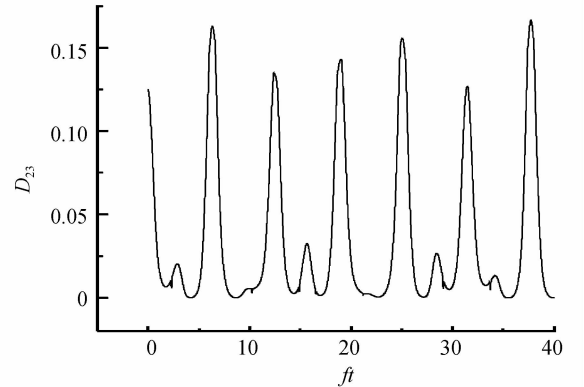
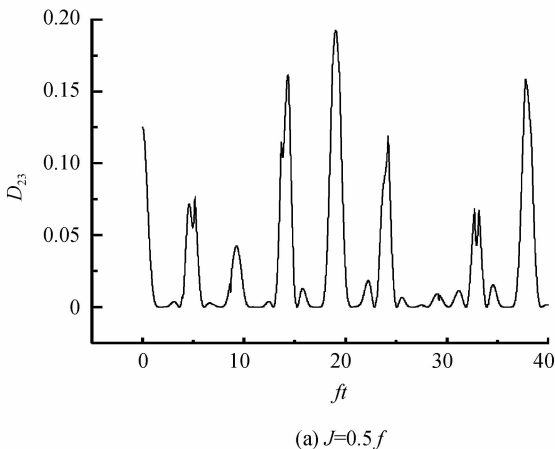

 图 4 几何量子失协 D_{23} 随规范时间的演化

 Fig. 4 Evolutions of GQD D_{23} with scaled time ft

可见: D_{23} 的演化规律与 D_{13} 的演化规律一致,随 J 的增大原子2与原子3间的关联增强.

3 结论

本文考虑三个全同二能级原子分别囚禁在三耦合腔中,腔与腔之间通过光纤耦合的情况,在短光纤近似下,通过解薛定谔方程,给出了原子初态处于类W态时系统态矢的演化规律.采用Dakic等人提出的几何量子失协来描述两原子间的量子失协,计算了系统中两原子间的几何量子失协,给出了其演化曲线.讨论了光纤模与腔模间的耦合强度对几何量子失协的影响.研究表明:随光纤模与腔模间的耦合强度增大,两原子间的几何量子失协增大.

参考文献

- [1] ZENG K, FANG M F. Quantum entanglement in the system of two two-level atoms interacting with a single-mode vacuum field[J]. *Chinese Physics*, 2005, **14**(10): 2009-2013.
- [2] HILLERY M, ZUBAIR S. Entanglement conditions for two-mode states[J]. *Physical Review Letters*, 2006, **96**: 050503.
- [3] ZHANG B. Entanglement between two atoms in two distant cavities connected by an optical fiber beyond strong fiber-cavity coupling[J]. *Optics Communications*, 2010, **283**(1): 196-199.
- [4] GHOSE S, SINCLAIR N, DEBNATH S, *et al.* Tripartite entanglement versus tripartite nonlocality in three-qubit Greenberger-Horne-Zeilinger-Class states [J]. *Physical Review Letters*, 2009, **102**: 250404.
- [5] WU C, FANG M F. The entanglement of two moving atoms interacting with a single-mode field via a three-photon process [J]. *Chinese Physics B*, 2010, **19**: 020309.
- [6] AHARON B. Discord and quantum computational resources [J]. *Physical Review A*, **88**: 022307.
- [7] OLLIVIER H, ZUREK W H. Quantum discord: a measure of the quantumness of correlations[J]. *Physical Review Letters*, 2002, **88**(1): 017901.
- [8] WANG L C, SHEN J, YI X X. Discord under the influence of a quantum phase transition[J]. *Chinese Physics B*, 2011, **20**: 050306.
- [9] WANG B, XU Z Y, CHEN Z Q, *et al.* Non-Markovian effect on the quantum discord[J]. *Physical Review A*, **81**(1): 014101.
- [10] HE Zhi, LI Long-wu. Quantum correlation dynamics of two two-level atoms in common environment[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(18): 180301.
贺志, 李龙武. 两二能级原子共同环境下的量子关联动力学[J]. *物理学报*, 2013, **62**(18): 180301.
- [11] JIANG F J, LU H J, YAN X H, *et al.* A symmetric geometric measure and the dynamics of quantum discord[J]. *Chinese Physics B*, 2013, **22**(4): 040303.
- [12] PENG P, LI F L. Entangling two atoms in spatially separated cavities through both photon emission and absorption processes[J]. *Physical Review A*, 2007, **75**: 062320.
- [13] YE S Y, ZHONG Z R, ZHENG S B. Deterministic generation of three-dimensional entanglement for two atoms separately trapped in two optical cavities [J]. *Physical Review A*, 2008, **77**: 014303.
- [14] ZHENG S B, YANG Z B, XIA Y. Generation of two-mode squeezed states for two separated atomic ensembles via coupled cavities[J]. *Physical Review A*, 2010, **81**: 015804.
- [15] YIN Z Q, LI F L. Multiatom and resonant interaction scheme for quantum state transfer and logical gates between two remote cavities via an optical fiber[J]. *Physical Review A*, 2007, **75**: 012324.
- [16] DAKIC B, VEDRAL V, BRUKNER C. Necessary and sufficient condition for nonzero quantum discord[J]. *Physical Review Letters*, 2010, **105**: 190502.
- [17] LU Dao-ming. Entanglement properties in the system of three atoms trapped in three distant cavities connected by two optical fibers [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2013, **52**(9):3057-3065.