

基于 ℓ_1 稀疏正则化的信源个数估计新算法

金芳晓¹, 邱天爽¹, 王鹏¹, 夏楠², 李景春²

(1. 大连理工大学电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024; 2. 国家无线电监测中心, 北京 100037)

摘 要: 针对现有信号源个数估计相关算法在低信噪比和较少快拍数下存在欠估计的问题, 提出一种适用于空间平稳噪声下基于 ℓ_1 稀疏正则化的信源个数估计新算法。该算法利用信号协方差矩阵特征值分解得到的特征值序列的稀疏性, 选取合适的正则化参数对信号源个数进行估计。理论分析和仿真实验表明, 所提算法可以在较低信噪比的空间平稳噪声条件下, 实现对较少快拍数下阵列接收数据信源个数的精确估计。

关键词: 稀疏正则化; 信源个数估计; 空间平稳噪声; 正则化参数

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

New source number estimation algorithm based on ℓ_1 sparse regularization

JIN Fang-xiao¹, QIU Tian-shuang¹, WANG Peng¹, XIA Nan², LI Jing-chun²

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. State Radio Monitoring Center, Beijing 100037, China)

Abstract: In view of the problems of inefficient in low SNR and less snapshots when using existing sources number estimation related algorithms, a new algorithm based on ℓ_1 sparse regularization under space stationary noise was proposed to estimate the number of signal sources. The algorithm estimated the sources number by using the sparse representation of eigenvalues vectors with the suitable regularization parameter. Theoretical analysis and simulation results show that the algorithm can realize an accurate sources number estimation in low SNR and less snapshots.

Key words: sparse regularization, sources number estimation, space stationary noise, regularization parameter

1 引言

随着阵列传感器在雷达、声纳、无线通信和医学成像等许多领域的广泛使用^[1], 阵列信号处理的重要性日益凸显。精确的信源数是许多超分辨率阵列信号处理算法实现的基础, 如果信源个数估计错误, 这些算法的估计性能会显著下降, 甚至完全失效。

阵列信号中的信源个数最初是通过假设检验方法来估计的, 在空间平稳白噪声条件下, 根据先验知识预设判决门限, 此方法的缺点是带有很强的

主观性。为解决这一问题, Wax 和 Kailath^[2]首先将信息论准则引入阵列信号信源个数估计中, 该类方法中最具代表性且比较简单易行的是根据 Akaike 信息论准则(AIC, Akaike information criterion)^[3]和最小描述长度(MDL, minimum description length)^[4]准则提出的信源数估计算法。为了进一步提高抗噪能力, 文献[5]从算法的稳健性出发提出了一个比较稳健的 MDL 算法(robust-MDL), 文献[6]则采用最大特征值变化率准则(MEVRC, maximum eigenvalue varied rate criteria)对信源个数进行估计。然而, 上述的信号源个数估计方法均是利用白噪声信

收稿日期: 2016-02-02; 修回日期: 2016-08-30

通信作者: 邱天爽, qiutsh@dlut.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61139001, No.61172108, No.81241059, No.61501301); 国家科技支撑计划基金资助项目 (No.2012BAJ18B06-04)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61139001, No.61172108, No.81241059, No.61501301), The National Key Technology R&D Program (No.2012BAJ18B06-04)

号模型推导出来的, 仅适用于白噪声条件。但在实际中, 由于各种因素的影响, 白噪声条件难以满足。为此, 文献[7]提出了用 Gerschgorin 圆盘定理(GDE, Gerschgorin disk estimator) 判断信源个数的方法, 可适用于有色噪声条件, 但其调整因子的选择较为困难。另一方面, 在低快拍数和低信噪比的情况下, 上述算法信源个数估计的精度均显著下降。

针对上述问题, 本文将理想情况下信号协方差矩阵特征值分解得到的具有稀疏性的特征值(SREV, sparse representation of eigenvalues vectors) 序列作为重构目标; 同时利用协方差矩阵估计误差的概率分布获取重构残差项较大概率的置信上界, 以此作为约束条件来最小化待求解矢量的 ℓ_1 范数, 从而得到一种简单易懂且较为准确的参数选取方法, 进而提出了一种基于 ℓ_1 稀疏正则化^[8,9]的阵列信号信源个数估计新算法(ℓ_1 -SREV)。与现有的基于信息论准则、基于盖尔圆盘定理的信号源估算方法不同, 本文是在稀疏表示理论框架内研究信号源个数估计问题, 结合稀疏表示能够用较少的采样数据重构原信号的优点, 使本文算法具有不需精确已知阵列流形、适用于较低信噪比且较少快拍数条件、阵列信号个数估计顽健性较好等优点。

2 信号模型

假设 K 个入射角为 $\theta_i, i=1,2,\dots,K$ 的远场平稳窄带信号 $\mathbf{s}(t)=[s_1(t),s_2(t),\dots,s_K(t)]^T$ 入射到由 M ($M > K$) 个阵元组成的阵列天线上, 则 t 时刻接收到的数据 $\mathbf{x}(t)=[x_1(t),\dots,x_M(t)]^T$ 为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{A}=[\mathbf{a}(\theta_1),\mathbf{a}(\theta_2),\dots,\mathbf{a}(\theta_K)]$ 为 $M \times K$ 维的阵列流形矩阵; $\mathbf{n}(t)=[n_1(t),n_2(t),\dots,n_M(t)]^T$ 为 $M \times 1$ 维的空间平稳白噪声, 将其表示为阵列接收数据模型的矩阵形式

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{X}=[\mathbf{x}(1),\mathbf{x}(2),\dots,\mathbf{x}(t),\dots]$ 为阵列接收数据矩阵, $\mathbf{S}=[\mathbf{s}(1),\mathbf{s}(2),\dots,\mathbf{s}(t),\dots]$ 为信号数据矩阵, $\mathbf{N}=[\mathbf{n}(1),\mathbf{n}(2),\dots,\mathbf{n}(t),\dots]$ 为噪声数据矩阵。则阵列信号的协方差矩阵的表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\} \\ &= \mathbf{A}E\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\}\mathbf{A}^H + E\{\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)\} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \end{aligned} \quad (3)$$

这里 $\mathbf{R}_s = E\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\}$ 为信号的协方差矩阵, $\sigma_n^2\mathbf{I}$ 表示噪声协方差矩阵, 对式(3)进行特征值分解有

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{V}\mathbf{U}^H \quad (4)$$

其中, \mathbf{U} 为特征矢量矩阵, \mathbf{V} 为由特征值组成的对角矩阵

$$\mathbf{V} = \text{diag}(\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_M) \quad (5)$$

式(5)中的特征值满足如下关系

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K \gg \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_M = \sigma_n^2 \quad (6)$$

从而得到 K 个较大的特征值和 $M-K$ 个等于 σ_n^2 的特征值。因此, 对信号源个数 K 的确定转换为求最小相等特征值的个数问题。

然而考虑实际情况, 在有限快拍数的情况下, 信号源个数估计受到较大影响, 具体原因如下: 设有限快拍数下, 采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 如式(7)所示。

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t), \quad t=1,2,\dots,L \quad (7)$$

得到的采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 与理想自相关矩阵 \mathbf{R} 存在计算误差, 这里将这种误差表示为

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R} + \Delta\mathbf{R} \quad (8)$$

其中, 矩阵 $\Delta\mathbf{R}$ 为误差矩阵, 文献[10]表明其满足下列渐进高斯分布

$$\text{vec}(\Delta\mathbf{R}) \sim \text{AsN}(\boldsymbol{\theta}_{M^2 \times 1}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (9)$$

这里, $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵列向量化, $\text{AsN}(\mu, \sigma^2)$ 表示均值为 μ , 方差为 σ^2 的渐近正态分布, $\boldsymbol{\Sigma}$ 为协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma} \approx \frac{\mathbf{R}^T \otimes \mathbf{R}}{L}$, L 为快拍数, \otimes 表示 Kronecker 积。由于计算误差的影响, 有限快拍数据下的阵列协方差矩阵的噪声特征值不再相等, 而是具有式(10)所示的关系。

$$\lambda_{K+1} > \lambda_{K+2} > \dots > \lambda_M > \sigma_n^2 \quad (10)$$

将式(8)与式(2)做比较, 可以看出误差矩阵 $\Delta\mathbf{R}$ 类似于信号模型中噪声矩阵 \mathbf{N} 的地位, 结合式(3)对式(8)进行修改, 从而构建相关域上模型 $\tilde{\mathbf{R}}$, 其表达式如式(11)所示, 基于此模型本文提出了一种阵列信号信源个数估计新算法。

$$\tilde{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{R}} - \sigma_n^2\mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \Delta\mathbf{R} \quad (11)$$

3 信源个数估计算法研究

3.1 算法原理

首先假设在无限快拍数, 即式(6)成立的理想条

件下，本文很自然地想到利用特征值分解后得到的最小特征值 λ_M 作为噪声功率的估计 $\hat{\sigma}_n^2 \approx \lambda_M$ ，消除特征值序列 $\mathbf{A} = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_M]$ 中的噪声功率，从而得到稀疏度为 K 的稀疏向量 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^M$

$$\mathbf{u} = \mathbf{A} - \hat{\sigma}_n^2 = [\lambda_1 - \lambda_M, \dots, \lambda_K - \lambda_M, 0_{K+1}, \dots, 0_M] \quad (12)$$

则向量 \mathbf{u} 中非零元素的个数便是信号源的个数。

然而，在有限阵列快照数据下，由于噪声的特性（如均值、方差）会有一定偏差，导致阵列信号协方差矩阵特征值分解得到的噪声子空间不再相等，则利用上述方法得到的向量 \mathbf{D} 如式(13)所示。

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \hat{\sigma}_n^2 = [\lambda_1 - \lambda_M, \dots, \lambda_K - \lambda_M, \lambda_{K+1} - \lambda_M, \dots, \lambda_M - \lambda_M] \quad (13)$$

参考式(12)，本文的核心思想是利用稀疏表示相关算法，对稀疏向量 \mathbf{u} 进行重构，进而将信源个数估计转化为向量 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^M$ 的稀疏度 K 的求解，其稀疏度用 l_0 范数表示为 $\|\mathbf{u}\|_0^0$ ，从而得到信源个数估计的算法如下。

$$\begin{aligned} \min \|\mathbf{u}\|_0^0 \\ \text{s.t. } \|\mathbf{D} - \mathbf{u}\|_2^2 \leq \beta^2 \end{aligned} \quad (14)$$

其中， β 为“容噪”参数^[9]，其具体选取方法将在下节中介绍。这里，向量 \mathbf{u} 为稀疏的假设是必要的，因为如果没有此假设，则式(14)为病态问题。但是，式(14)需要列出 \mathbf{u} 中所有非零项位置的 C_M^K 种可能的线性组合，才能得到最优解。因此，其数值计算极不稳定且为 NP 难问题。针对此问题，学者们提出许多近似算法，其中包括贪婪逼近算法^[10]、FOCUSS 算法^[11]以及 l_1 和 l_p 松弛算法^[12]等。基于上述理论基础，本文提出了基于 l_1 稀疏正则化的信源个数估计新算法，其目标函数为

$$\min \|\mathbf{D} - \mathbf{u}\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{u}\|_1 \quad (15)$$

其中， γ 为正则化参数，其具体选取将在下节中具体介绍。这里假设 γ 选取适当，设定信源个数为 3，阵列的阵元数目为 6，则在不同信噪比的空间平稳白噪声条件下，通过式(15)得到的稀疏向量 \mathbf{u} 如表 1 所示。由此表可以看出，本文算法可以将低信噪比下混淆的信号子空间与噪声子空间很好地分离开来，使噪声子空间的功率近似为零，进而将信源个数的估计转化为稀疏向量 \mathbf{u} 中的稀疏度的求取。

3.2 正则化参数选取

式(15)中的正则化参数 γ 是信源个数估计算法中的重要参数，它的选取是否适当不仅影响算法的收敛性及收敛速度，而且决定所求得解是否收敛于真实解。为此，本文采用 L-curve 法^[13]对参数 γ 进行遍历搜索，将残差项最小值作为参数 γ 的估计值，得到参数 γ 在 0.5 ~ 0.6 范围内。表 2 为此范围的参数 γ 在不同信噪比下的正确检测率，由此表可以看出，在 0.5 ~ 0.6 范围内参数 γ 越小，意味着对向量的稀疏性约束越弱，故更适合在低信噪比条件下进行信源个数估计；但随着信噪比的增高，向量的稀疏性随之增强，故参数 γ 有所增大，准确率也更高。虽然此方法相对繁琐，但对于固定系统模型来说，参数 γ 的值是不变的，故可预先设定。

由于正则化参数 γ 的选取较为复杂，本文利用拉格朗日乘子法将式(15)的无约束优化问题转化为如(16)所示的约束优化求解问题。

$$\begin{aligned} \min \|\mathbf{u}\|_1 \\ \text{s.t. } \|\mathbf{D} - \mathbf{u}\|_2^2 \leq \beta^2 \end{aligned} \quad (16)$$

则将正则化参数 γ 的估计转化为式(17)中相对简单的参数 β 的选取问题。由上节介绍可知，本文的目标是构建一个仅包含信号特征值的稀疏向量 \mathbf{u} ，这意味着参数 β 的选取应满足： β 足够大，使

表 1 不同信噪比条件下的稀疏向量 \mathbf{u}

u_i	SNR = -10 dB	SNR = -5 dB	SNR = 0 dB	SNR = 5 dB	SNR = 10 dB
u_1	11.38	10.62	10.66	10.57	10.57
u_2	6.04	5.91	5.83	5.80	5.77
u_3	0.63	0.25	0.08	0.08	0.08
u_4	0.06	5.28×10^{-9}	7.42×10^{-10}	2.95×10^{-10}	2.12×10^{-10}
u_5	2.36×10^{-9}	2.93×10^{-9}	2.97×10^{-10}	1.32×10^{-10}	1.04×10^{-10}
u_6	2.24×10^{-29}	5.86×10^{-29}	5.00×10^{-31}	5.51×10^{-31}	6.53×10^{-31}

表 2 正则化参数 γ 取值为范围内 0.5~0.6 不同信噪比下的估计准确率

正则化参数 γ	估计准确率				
	SNR = -20 dB	SNR = -10 dB	SNR = 0 dB	SNR = 10 dB	SNR = 20 dB
0.5	66%	52%	0	0	0
0.55	46%	72.5%	0	0	0
0.6	0	30	100%	100%	100%

注：粗体数字对应的是每个信噪比条件下的最高识别率。

满足 $\|\mathbf{n}\|_2^2 \geq \beta$ 的概率很小，这里 $\mathbf{n} = \mathbf{A}_n - \hat{\sigma}_n^2$ ， $\mathbf{A}_n = [\lambda_{k+1} \ \lambda_{k+2} \ \dots \ \lambda_M]$ 。由本文第 2 节可知，向量 \mathbf{n} 中的元素不为零是有限快拍数下误差矩阵 $\Delta \mathbf{R}$ 所引起的，由于 $\text{vec}(\Delta \mathbf{R})$ 是符合渐进高斯分布^[14]的，故可将向量 \mathbf{n} 的方差 $\|\mathbf{n}\|_2^2$ 近似看作服从自由度为 M 的 χ^2 分布。根据分布情况，设定置信值 p （通常情况下，为使式(16)对于阵列信号个数具有较好的顽健性，设置 $p = 0.01$ ），将 $\|\mathbf{n}\|_2^2$ 上限值作为参数 β 的值。

3.3 算法实现步骤

为了解决(16)中的 ℓ_1 稀疏正则化问题，本文使用斯坦福大学 Grant 和 Boyd 教授等开发的 CVX 工具箱对其进行求解，信源个数估计的具体求解步骤如下所示。

ℓ_1 -SREV 信源个数估计算法

已知：阵列接收信号 $\mathbf{x}(t)$ ；阵元个数 M ；

$$\beta^2 = (\chi^2(M))^2$$

求解：信源个数 K

算法：对阵列信号 $\mathbf{x}(t)$ 的协方差矩阵进行特征值分解得到特征值序列 \mathbf{A} ；

将最小特征值作为噪声功率的估计 $\hat{\sigma}_n^2 = \mathbf{A}(M)$ ，

进而得到向量 $\mathbf{D} = \mathbf{A} - \hat{\sigma}_n^2$ ；

引入向量 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^M$ ，使其满足：

cvx_begin

variable \mathbf{u}

min $\|\mathbf{u}\|$

s.t. $\|\mathbf{D} - \mathbf{u}\|_2^2 \leq \beta^2, \beta^2 = (\chi^2(M))^2$

cvx_end

求取向量 \mathbf{u} 的稀疏度作为信号源个数估计值。

本文通过分析算法所需的乘法次数估算运算复杂度。以 K 个信号源的 M 维阵列为例，采用式(15)的信号源估计的运算复杂度主要包括 ℓ_1 稀疏正则化目标函数和特征值分解，为 $O(M^3 + KM^3)$ ，采用式(16)的运

算复杂度则为 $O(K^3M^3)$ 。而采用 RMDL 算法的运算复杂度为 $O(M^4)$ ^[5]。虽然本文算法在运算复杂度上并没有明显改善，但是本文利用采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 与理想自相关矩阵 \mathbf{R} 存在计算误差矩阵 $\Delta \mathbf{R} = \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}$ 满足渐进高斯分布 $\text{vec}(\Delta \mathbf{R}) \sim \text{AsN}(\mathbf{0}_{M^2 \times 1}, \boldsymbol{\Sigma})$ 的原理，将其作为“容噪”参数 β 的选取依据，从而克服了有限快拍数所引起的误差，估计的韧性更好，抗噪性能更强。同时结合稀疏表示能够用较少的采样数据重构原信号的优点，使本文算法更加适用于较少快拍数的条件。

4 仿真

为了说明上述算法的有效性，将本文提出的算法 ℓ_1 -SREV 与已有算法 RMDL^[5]、AIC^[3]、MEVRC^[6]和 MGDE^[7]进行信号源个数估计实验比较，其中，MGDE 算法调整因子经多次实验取 0.1。本文设定实验条件为 10 阵元，间距为半波长的均匀圆阵，接收信号为 3 个远场独立源，其入射角分别为 $(40^\circ, 60^\circ, 80^\circ)$ ，Monte Carlo 实验次数为 200。衡量算法性能的指标选为估计准确率 P_d ，其定义为正确估计次数与 Monte Carlo 实验次数的比值。

4.1 不同信噪比下，信源个数估计算法性能对比分析

本文在空间平稳噪声条件下，快拍数为 50 时，对上述 5 种算法的信源个数估计性能进行比较分析。图 1 为平稳噪声条件下，5 种算法信源个数估计准确率 P_d 随 SNR 变化曲线仿真。由此图可以看出，当信噪比较低 ($SNR \leq -4$ dB) 时，相对于其他 3 种方法，AIC 算法和本文算法估计性能较好，且 AIC 算法准确率要高于本文算法；随着信噪比的增加 (-4 dB $<$ SNR $<$ -2 dB)，本文算法性能迅速提高，但 AIC 算法改善不明显；随着 SNR 进一步增加 ($SNR \geq 2$ dB)，本文算法和其他算法均达到 100% 估计准确率，但 AIC 算法对信源个数准确率仍无法达到 100%，从而影响后续基于信

源个数相关阵元信号处理算法的顽健性。综上所述，相对于其他算法，本文算法具有更好的综合性能。

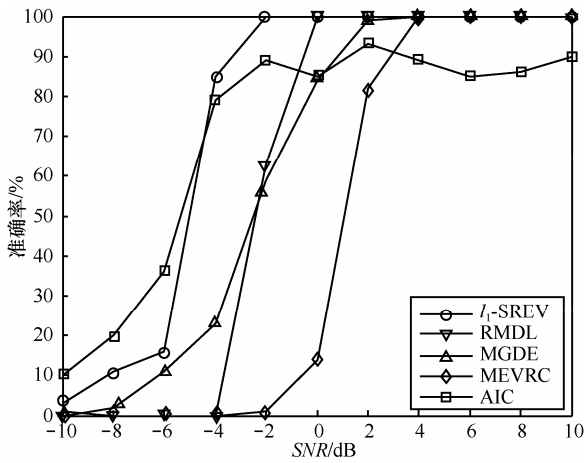


图 1 平稳噪声条件下，对应于 SNR 的算法性能比较

虽然本文算法是白噪声假设下提出的，但当噪声为色噪声时（实验中的色噪声是白噪声经过滤波裁剪得到的），在参数 β 预先设定好的情况下，同样具有较好的结果。由文献[15]可知，RMDL、AIC、MEVRC 和 EDC 的估计算法都是基于白噪声信号模型推导出来的，无法准确估计此时的信源数。MGDE 算法虽然可以处理，但是当 MGDE 进行酉变换时，其阵列协方差矩阵较小特征值对应的特征向量与导向矢量并不是完全正交的，所以在信噪比较高的情况下，其估计的误差也不会趋于零。图 2 为色噪声条件下，信源个数估计准确率对应于 SNR 的算法性能对比，可以看出，本文提出的 ℓ_1 -SRAE 算法，相对于 MGDE 算法受色噪声的影响更小。

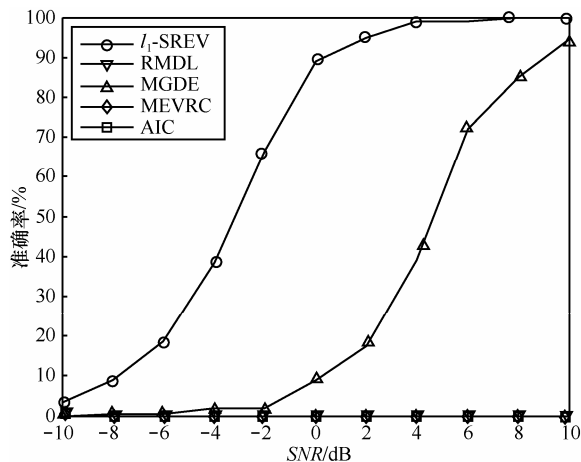


图 2 色噪声条件下，对应于 SNR 的算法性能比较

4.2 不同快拍数下，信号源个数估计算法性能对比分析

图 3 是 5 种算法在信噪比为 0 dB 的平稳噪声条件下，快拍数的变化从 10 到 240 时算法的估计性能比较仿真。从图中可以看出，在较少快拍数（快拍数小于 10）的条件下，AIC 算法的估计精度相对较高，其他各算法的估计准确率均不高。但随着快拍数的增加，由于本文算法较好地克服了有限快拍所引起的误差，估计准确率迅速提升。当快拍数增加到 50 时，估计准确率便达到了 100%，RMDL 算法则在快拍数为 70 时，才达到 100% 的估计准确率，而其他算法则在快拍数增加到 200 时，仍无法达到 100% 的估计准确率。综上所述，本文算法可以在较少快拍数下实现对信源个数的精确估计。

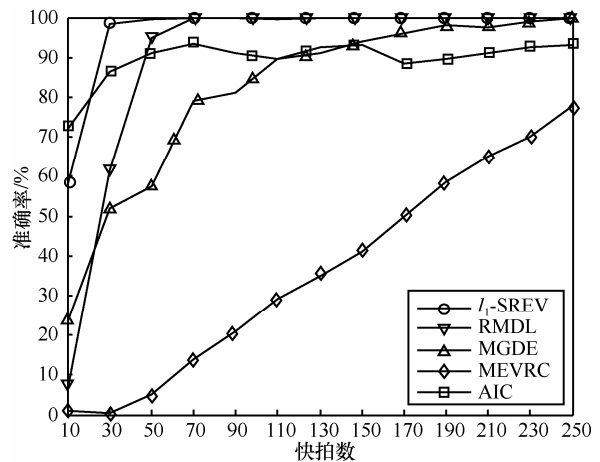


图 3 不同快拍数下，不同算法信源个数估计准确率对比

5 结束语

精确的信源数是许多超分辨阵列信号处理算法实现的基础。针对现有的信号源个数估计算法在低信噪比和低快拍数下估计性能差的问题，本文提出了一种适用于远场阵列信号的基于 ℓ_1 稀疏正则化的信源个数估计新算法，理论和仿真实验证明了该算法在低快拍数和低信噪比的情况下，与现有信号源个数估计算法相比具有较好的一致性和顽健性。

参考文献：

[1] 程伟, 左继章. 基于时空结构的阵列信号三维参数同时估计方法[J]. 通信学报, 2004, 25(10): 67-74.
CHENG W, ZUO J Z. A new method for simultaneous estimation of 3-D parameters of array signal based on time-space structure[J]. Journal on Communications, 2004, 25(10): 67-74.

[2] CHEN W, WONG K M, REILLY J P. Detection of the number of

signals: a predicted eigen-threshold approach[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 39(5): 1088-1098.

- [3] ZHAO L C, KRISHNAIAH P, BAI Z D. Remarks on certain criteria for detection of number of signals[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1987, 35(2): 129-132.
- [4] WAX M, ZISKIND I. Detection of the number of coherent signals by the MDL principle[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(8): 1190-1196.
- [5] FISHLER E, POOR H V. Estimation of the number of sources in unbalanced arrays via information theoretic criteria[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(9): 3543-3553.
- [6] LIU Y, SORAGHAN J, DURRANI T. Detection of number of harmonics by maximum eigenvalue varied rate criteria[C]//International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP). 1990: 2543-2546.
- [7] WU H T, YANG J F, CHEN F K. Source number estimators using transformed Gerschgorin radii[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(6): 1325-1333.
- [8] 石光明, 刘丹华, 高大化. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070-1081.
SHI G M, LIU D H, GAO D H. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Chinese Journal of Electronics, 2009, 37(5): 1070-1081.
- [9] MALIOUTOV D, ÇETIN M, WILLISKY A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [10] RAO B D, ENGAN K, COTTER S F. Subset selection in noise based on diversity measure minimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(3): 760-770.
- [11] OTTERSTEN B, STOICA P, ROY R. Covariance matching estimation techniques for array signal processing applications[J]. Digital Signal Processing, 1998, 8(3): 185-210.
- [12] MILLER A. Subset selection in regression[M]. CRC Press, 2002.
- [13] YARDIBI T, LI J, STOICA P. Source localization and sensing: a non-parametric iterative adaptive approach based on weighted least squares[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(1): 425-443.
- [14] CANDES E, RUDELSON M, TAO T, et al. Error correction via linear programming[C]//IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS). 2005: 668-681.
- [15] CHEN W G, REILLY J P, WONG K M. Detection of the number of signals in noise with unknown, non-white covariance matrices[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP). 1992, 5: 377-380.

作者简介:



金芳晓 (1988-), 女, 辽宁沈阳人, 大连理工大学博士生, 主要研究方向为雷达信号处理、无线电信号处理和阵列信号处理。



邱天爽 (1954-), 男, 江苏海门人, 博士, 大连理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为统计信号处理、射频与通信信号处理等。



王鹏 (1989-), 男, 河北宁晋人, 大连理工大学博士生, 主要研究方向为雷达信号处理、无线电信号处理和阵列信号处理。



夏楠 (1983-), 男, 辽宁大连人, 博士, 国家无线电监测中心高级工程师, 主要研究方向为通信信号监测与信息处理等。



李景春 (1966-), 男, 河北宁晋人, 博士, 国家无线电监测中心副主任兼总工程师, 主要研究方向为无线电监测理论与应用等。