

南京林业大学

硕士研究生入学考试初试试题

科目代码: 611 科目名称: 数理统计 (含试验设计) 满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③

本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、(40分) 选择题 (每小题2分)

1. 设随机变量 $X \sim N(-1, 5)$, $Y \sim N(1, 2)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $X-2Y$ 服从() 分布。

A. $N(-3, 1)$ B. $N(-3, 13)$ C. $N(-3, 9)$ D. $N(-3, 1)$

2. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态分布 $N(0, 1)$ 的一个简单随机样本,

则统计量 $\frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_3^2 + x_4^2}}$ 服从的分布为 ()。

A. $t(3)$ B. $t(2)$ C. $F(1, 2)$ D. $F(2, 2)$

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x \leq b, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则区间端点 b 为 ()。

A. $-\pi/2$ B. $\pi/2$ C. π D. 2π
4. 设随机事件 A 与 B 互不相容, $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$, 则 $P(A|B) = ()$ 。
A. 0 B. 0.2 C. 0.4 D. 0.5

5. 无论 σ^2 是否已知, 正态总体均值 μ 的置信区间的中心都是 ()。

A. μ B. σ^2 C. \bar{X} D. S^2
6. 设 A, B 为随机事件, 则 $P(A-B) = ()$ 。
A. $P(A)-P(B)$ B. $P(A)-P(AB)$ C. $P(A)-P(B)+P(AB)$ D. $P(A)+P(B)-P(AB)$

7. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & 3 < x < 6, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $P(3 < X \leq 4) = ()$ 。

A. $P(1 < X \leq 2)$ B. $P(4 < X \leq 5)$ C. $P(3 < X \leq 5)$ D. $P(2 < X \leq 7)$

8. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $F(x)$ 一定满足 ()。

A. $F(-\infty) = 1$ B. $F(0) = 0$ C. $F(+\infty) = 0$ D. $F(+\infty) = 1$

9. 设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 2.4$, $D(X) = 1.44$, 则参数 n, p 的值分别为 ()。

A. 4 和 0.6 B. 6 和 0.4 C. 8 和 0.3 D. 3 和 0.8

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知, 且 X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本, \bar{X} 为样本均值, $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$ 为样本方差, 则对于假设检验问题 $H_0: \mu = \mu_0 \leftrightarrow H_1: \mu \neq \mu_0$, 应选用的统计量是 ()。

A. $\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ B. $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n-1}}$ C. $\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n-1}}$ D. $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

11. 如果函数 $f(x) = \begin{cases} x, a \leq x \leq b; \\ 0, x < a \text{ 或 } x > b \end{cases}$ 是某连续随机变量 X 的概率密度, 则区间 $[a, b]$ 可以是 ()。

- A. (0, 1) B. (0, 2) C. (0, $\sqrt{2}$) D. (1, 2)

12. 设 A, B 为随机事件, $P(A) > 0, P(B) > 0, P(A|B) = 1$, 则必有 ()。
 A. $P(A \cup B) = P(A)$ B. $A \subset B$ C. $P(A) = P(B)$ D. $P(AB) = P(A)$

13. 下列各函数中是随机变量分布函数的为 ()。

- A. $F_1(x) = \frac{1}{1+x^2}, -\infty < x < +\infty$ B. $F_2(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x}{1+x}, & x > 0. \end{cases}$
- C. $F_3(x) = e^{-x}, -\infty < x < +\infty$ D. $F_4(x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \arctg x, -\infty < x < +\infty$

14. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布列为

	Y		
	0	1	2
X	0	1	2
0	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{2}{12}$
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	0
2	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$

则 $P\{X=0\} = ()$ 。

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{2}{12}$ C. $\frac{4}{12}$ D. $\frac{5}{12}$

15. 已知随机变量 X 和 Y 相互独立, 且它们分别在区间 $[-1, 3]$ 和 $[2, 4]$ 上服从均匀分布, 则 $E(XY) = ()$ 。

- A. 3 B. 6 C. 10 D. 12

16. 设二维随机向量 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$, 则下列结论中错误的是 ()。

- A. $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ B. X 与 Y 相互独立的充分必要条件是 $\rho = 0$
- C. $E(X+Y) = \mu_1 + \mu_2$ D. $D(X+Y) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$

17. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则随 σ 的增大, 概率 $P(|X - \mu| < \sigma)$ 的值 ()。

- A. 单调增大 B. 单调减少 C. 增减不定 D. 保持不变

18. 已知 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 而 $F_x(x), F_y(y)$ 分别为 (X, Y) 关于 X 和 Y 的边缘分布函数, 则概率 $P(X > x_0, Y > y_0)$ 可表示为 ()。

- A. $F(x_0, y_0)$
 B. $1 - F(x_0, y_0)$
 C. $[1 - F_x(x_0)][1 - F_y(y_0)]$
 D. $1 - F_x(x_0) - F_y(y_0) + F(x_0, y_0)$

19. 方差分析资料的基本假定除独立性、方差齐性以外, 还有 ()。

- A. 无偏性 B. 唯一性 C. 正态性 D. 可加性

20. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 未知, σ^2 已知, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本, $n \geq 2$, 则下列说法中正确的是 ()。

- A. $\frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 是统计量 B. $\frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 是统计量
 C. $\frac{\sigma^2}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 是统计量 D. $\frac{\mu}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 是统计量

二、(20分) 简答题 (每小题5分)

- 简述相关系数与决定系数。
- 简述有效性与无偏性。
- 简述单侧检验与双侧检验。
- 简述裂区试验设计与多因素完全随机区组试验设计有何异同。

三、(40分) 填空 (每小题2分)

- 设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布, 则 $E(X^2) =$ _____。
- 在双因素方差分析中, 当 $P =$ _____ 时, 可以看出因素 A、B 间无交互作用。

B \ A	A ₁	A ₂
B ₁	8	14
B ₂	P	18

3. 设相互独立的两个随机变量 X, Y 具有相同的分布列:

X	0	1
P	0.3	0.7

则随机变量 $Z = \max(X, Y)$ 的分布列为 _____。

4. 已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 X 在区间 $[\mu - 2.58\sigma, \mu + 2.58\sigma]$ 的概率为 _____。

5. 多重比较的方法一般有 _____ 和 _____ 两类。前者一般适用于 _____ 组均值间的比较; 后者适用于 _____ 组均值间的比较。

6. 若 A 和 B 是两随机事件, 且 $P(A) = 0.6, P(B) = 0.7$, 那么满足 _____ 的条件下, $P(AB)$ 取到最小值, 最小值为 _____。

7. 设总体 $X \sim \chi^2(n), X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自 X 的样本, 那么 $E(\bar{X}) =$ _____。

8. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $\Phi(x)$ 为其分布函数, 则 $\Phi(x) + \Phi(-x) =$ _____。

9. 已知连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}e^x, & x < 0; \\ \frac{1}{3}(x+1), & 0 \leq x < 2; \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$

设 X 的概率密度为 $f(x)$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x) =$ _____。

10. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本。若假设检验问题为

$H_0: \sigma^2 = 1 \leftrightarrow H_1: \sigma^2 \neq 1$, 则采用的检验统计量应为 _____。

11. 设样本 X_1, X_2, \dots, X_n 来自正态总体 $N(\mu, 1)$, 假设检验问题为: $H_0: \mu = 0 \leftrightarrow H_1: \mu \neq 0$, 则在 H_0 成立的条件下, 对显著水平 α , 拒绝域 W 应为 _____。

12. 设两两独立的三个随机事件 A, B, C 满足 $ABC = \phi$, 且 $P(A) = P(B) = P(C) = x$, 则当 $x =$ _____ 时, $P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{4}$ 。

13. 设随机变量 $X \sim B(3, 0.4)$, 且随机变量 $Y = \frac{X(3-X)}{2}$, 则 $P\{Y=1\} =$ _____。

14. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 $X \sim \chi^2(n_1), Y \sim \chi^2(n_2)$, 则随机变量 $\frac{X/n_1}{Y/n_2} \sim$ _____。

15. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} |x|, & -1 < x < 1; \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$ 则 $E(X) =$ _____。

16. 设总体 X 的分布列为

X	0	1
P	$1-p$	p

其中 p 为未知参数, 且 X_1, X_2, \dots, X_n 为样本, 则 p 的矩估计量 $\hat{p} =$ _____。

17. 设随机事件 A 与 B 相互独立, $P(A) = 0.2, P(B) = 0.8$, 则 $P(A|B) =$ _____。

18. 设 X, Y 为随机变量, 且 $D(X+Y) = 7, D(X) = 4, D(Y) = 1$, 则 $\text{Cov}(X, Y) =$ _____。

19. 在方差分析中, 总的离差平方和总是可以分解为 _____ 和 _____。

20. 在二因素完全随机试验设计(因素 A 有 a 个水平, 因素 B 有 b 个水平, 重复 n 次)的方差分析中, 误差项的自由度为 _____。

四、(5分) 设 A, B 为随机事件, $P(B) > 0$, 证明: $P(A|B) = 1 - P(\bar{A}|B)$ 。

五、(15分) 设二维随机向量 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, 0 < x < y; \\ 0, \text{其它.} \end{cases}$

求(1) (X, Y) 分别关于 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_x(x), f_y(y)$; (5分)

(2) 判断 X 与 Y 是否相互独立, 并说明理由; (5分)

(3) 计算 $P\{X+Y \leq 1\}$. (5分)

六、(10分) 某大学来自 A, B 两市的新生中分别随机抽取 5 名与 6 名新生, 测其身高 (单位:

cm) 后算得样本平均数分别为 $\bar{x}=175.9, \bar{y}=172.0$; 样本修正方差分别为 $s_1^2=11.3, s_2^2=9.1$,

假设两市新生身高分别服从正态分布 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知, 试求 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信度为 0.95 的置信区间。

(附 $t_{0.025}(9)=2.262, t_{0.025}(10)=2.228, t_{0.025}(11)=2.201, u_{0.025}=1.96, u_{0.05}=1.645$)

七、(12分) 某汽车俱乐部, 为了比较四种不同类型赛车 (A_1, A_2, A_3, A_4) 的性能, 采用四种不同标号的汽油 (B_1, B_2, B_3, B_4), 随机选定了年龄在 5 年以上的四位司机 (C_1, C_2, C_3, C_4) 来作驾车试验, 由于试验环境与其它条件的限制, 总共安排了 16 次驾车试验。

(1) 安排一个试验设计, 要求赛车 (A)、汽油 (B) 和司机 (C) 三个因素均匀搭配; (5分)

(2) 写出试验观测值的统计模型; (4分)

(3) 试分解其总自由度。 (3分)

八、(8分) 因素 A 有 3 个水平, 因素 B 有 4 个水平, 每个处理组合重复 4 次, 设有 3 个完全区组, 其随机效应模型的方差分析表如下:

变异来源	平方和 SS	自由度 f	均方 MS	统计量 F
区组	_____	_____	_____	_____
处理	2273.64	_____	_____	_____
A	_____	_____	_____	_____
B	2192.53	_____	_____	_____
AB	5.05	_____	_____	_____
剩余(e)	61.28	_____	_____	_____
总变异	2370.31	_____	_____	_____

试将上述方差分析表填写完成。(每个空格 0.5 分)