

南京林业大学
硕士研究生入学考试初试试题

科目代码：603 科目名称：高等数学 D 满分：150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③

本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

1、设 $f(x) = e^x$ ， $f[g(x)] = 1 + x$ ，且 $g(x) \leq 0$ ，则 $g(x)$ 是 ()

(A) 有界函数 (B) 周期函数 (C) 单调增函数 (D) 单调减函数

2、已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{1+x} - ax - b \right) = 1$ ，则常数 a 、 b 满足 ()。

(A) $a=1, b=-1$ (B) $a=1, b=-2$ (C) $a=1, b=0$ (D) $a=-1, b=-1$

3、函数 $f(x) = \frac{x-1}{(2-x)x} \ln|x-1|$ 的跳跃间断点为 ()。

(A) $x=0$ 和 $x=2$ (B) $x=2$ (C) $x=0$ (D) $x=1$

4、设 $f(x)$ 可导，且 $F(x) = f(x)(2+|x|)$ ，要使 $F(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则必有 ()。

(A) $f(0)=0$ (B) $f'(0)=0$ (C) $f'(0)+f(0)=0$ (D) $f'(0)-f(0)=0$

5、设 $y = f(x)$ 在点 x 处的增量 $\Delta y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Delta x + o(\Delta x)$ ，其中 $o(\Delta x)$ 在 $\Delta x \rightarrow 0$ 时是比 Δx 高阶的无穷小量，且 $f(0)=1$ ，则 $f(\sqrt{3}) = ()$ 。

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

6、函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处 ()。

(A) 连续、偏导数不存在、不可微 (B) 连续、偏导数存在、不可微

(C) 不连续、偏导数存在、可微 (D) 不连续、偏导数存在、不可微

7、 $\int_0^{2R} dx \int_{\sqrt{2Rx-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x,y)dy = (\quad)$ 。

(A) $\int_0^R dy \int_{\sqrt{R^2-y^2}}^{R+\sqrt{R^2-y^2}} f(x,y)dx$ (B) $\int_0^R dy \int_0^{R-\sqrt{R^2-y^2}} f(x,y)dx$

(C) $\int_0^R dy \int_{R-\sqrt{R^2-y^2}}^{R+\sqrt{R^2-y^2}} f(x,y)dx$ (D) $\int_0^R dy \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} f(x,y)dx$

8、微分方程 $y'' - 4y = xe^{2x}$ 所具有的特解形式为 ()。

(A) $(ax^2 + bx)e^{2x}$ (B) axe^{2x} (C) $(ax + b)e^{2x}$ (D) ax^2e^{2x}

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分)

9、设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{n(x-1)} + ax + b}{1 + e^{n(x-1)}}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续，则 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10、函数 $f(x) = |x + 1|e^{\frac{1}{|x|}}$ 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条渐近线。

11、设 $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^n$ ，其中 n 为正整数，则 $f^{(n)}(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12、 $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13、设 $z = (3x + 2y)^x$ ，则 $dz|_{(1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14、函数 $f(x,y) = 1 - (x^2 + y^2)^{\frac{2}{3}}$ 的极大值点为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题 (本大题共有 9 小题，满分 94 分)

15、(本题满分 10 分) 已知： $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1 + \frac{f(x)}{\sin 3x}\right)}{e^{\frac{x}{e^3}} - 1} = 3$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$ 。

16、(本题满分 10 分) 求函数 $y = \frac{2x^2}{(1-x)^2}$ 的单调区间与极值、凹凸区间与拐点。

17、(本题满分 10 分) 设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f(a) = a$ ，

$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{3}(b^3 - a^3)$ ，求证：至少存在一点 $\xi \in (a,b)$ 使得 $f'(\xi) = 2\xi$ 。

18、(本题满分 10 分) 求由曲线 $x^2 + y^2 \leq 2x$ 与 $y \geq x$ 确定的平面图形绕直线 $y = 1$ 旋转所成的旋转体体积。

19、(本题满分 11 分) 设二元函数 $z = f[\cos(x+y), xy]$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

20、(本题满分 11 分) 求二重积分 $\iint_D |\cos(x+y)| dx dy$, 其中 D 是由 $y = x$ 、 $x = \frac{\pi}{2}$ 、 X 轴所围的区域。

21、(本题满分 10 分) 求满足方程: $\int_0^x f(t) dt = \frac{x^2}{2} + \int_0^x t f(x-t) dt$ 的函数 $f(x)$ 。

22、(本题满分 11 分)(本题有两小题, 林学专业做(1), 计算机类做(2))

(1) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上可导, 且 $f(0) = 0$, $f'(x)$ 单调递增, 求证: 函数 $\frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增。

(2) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{n+1}}{n \cdot (n+1)}$ 的收敛域与和函数。

23、(本题满分 11 分)(本题有两小题, 林学专业做(1), 计算机类做(2))

(1) 证明恒等式: $2 \arctan x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi \quad (x > 1)$

(2) 计算曲面积分: $\iint_{\Sigma} xz^2 dy dz + yz^2 dz dx + 2z(x^2 + y^2) dx dy$, 其中 Σ 为半球面

$z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧。