

# 基于信号集合势和连续性的 认知无线电宽带频谱感知

申 滨, 喻 俊, 黄 琼, 陈前斌  
(重庆邮电大学移动通信技术重点实验室, 重庆 400065)

**摘 要:** 针对传统感知算法依赖主用户信号与噪声先验信息,以及易受噪声功率估计不确定性影响的缺点,提出了一种基于信号集合势和连续性的宽带频谱感知方案. 该方案将宽带频谱感知分为主用户占子带集合势的估计和子带位置判决两步. 在两次不同感知结果中利用主用户连续占用子带的特性,有效地实现最终感知性能的提升. 理论分析和仿真结果表明,该方案不仅能够解决传统感知方法依赖噪声和主用户信号先验信息的问题,而且对抗噪声功率不确定性具有鲁棒性. 特别地,与传统的能量检测频谱感知算法相比,该算法能有效地实现宽带频谱盲感知.

**关键词:** 认知无线电; 宽带频谱感知; 集合势估计; 能量检测; 谱函数

**中图分类号:** TN929.5      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2016)08-1994-10

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.08.032

## Signal Set Cardinality and Contiguity Based Wideband Spectrum Sensing for Cognitive Radio

SHEN Bin, YU Jun, HUANG Qiong, CHEN Qian-bin

(Key Laboratory of Mobile Communications Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** To solve the problem that traditional spectrum sensing methods require a prior knowledge of the noise power and the primary user signal, and are vulnerable to noise uncertainty, signal set cardinality and contiguity based wideband spectrum sensing schemes are proposed for cognitive radios. The proposed schemes perform wideband spectrum sensing in two phases: estimation of the cardinality of occupied subbands set and decisions of the occupied subband location. Through different cardinality estimations, performance can be effectively improved by exploiting occupied subbands continuity feature. Theoretical analysis and simulation results verify that the proposed algorithm demands no a prior knowledge of the noise power and the primary user signal, and is robust against the noise power uncertainty problem. It can effectively discern subbands status blindly, compared with the conventional spectrum sensing methods.

**Key words:** cognitive radio; wideband spectrum sensing; subspace identification; energy detection; spectrum function

### 1 引言

认知无线电 (Cognitive Radio, CR)<sup>[1,2]</sup> 因其能够动态地利用时空上空闲的授权频谱,被认为是未来实现动态频谱接入、解决频谱资源匮乏问题的关键技术. 在 CR 研究的诸多技术中,CR 频谱感知是其核心技术之一,是实现频谱管理、频谱共享等技术的前提.

近年来,CR 宽带频谱感知因其能够灵活地监控宽带频谱上的可用空闲频段而受到广泛关注. 当前,关于

宽带感知的研究主要分为:(1)信道化的宽带感知;(2)非信道化宽带感知. 信道化的宽带感知是将宽带频谱分为单个授权频带 (Licensed Frequency Band, LFB),然后对其进行感知判决,例如,滤波器组<sup>[3]</sup>、信道化能量检测器<sup>[4]</sup>. 非信道化宽带感知则并未对子带划分,直接进行宽带感知判决. 例如,宽带压缩感知<sup>[5]</sup>. 以上宽带感知存在的主要问题有:(1)若不进行信道化的划分,则在 PU 占用带宽比例较小的情况下,感知结果易受累计噪声的影响并且无法提高宽带上的可用频谱分

辨率;(2)在信道化的宽带感知中,若采用串行感知,则效率太低.为了克服以上矛盾,文献[6]中探讨了多信道 LFB 联合检测,提出了一种基于多频带联合检测的宽带感知方法.但是,总的来说,这些研究或多或少地需要关于 PU 和噪声的先验信息,因而在普遍意义上缺乏灵活度和鲁棒性.文献[7]中探讨了信息论准则(Information Theory Criterion, ITC)在宽带频谱感知中的应用,以 ITC 来估计被授权用户(Primary User, PU)占用子带的个数,能一定程度地解决这些不足,但其检测性能受信噪比(Signal Noise Ratio, SNR)和采样数影响较大,难以满足 CR 宽带感知的实际应用要求.

当前,对 ITC 的研究仍受到广泛关注<sup>[8-11]</sup>.例如,利用线性收缩估计噪声子空间方式<sup>[8]</sup>,利用特征值的分布等改进 ITC 中条件概率密度函数<sup>[9,10]</sup>,利用特征值升幂的方式<sup>[11]</sup>等.这些方法大多只从某一方面对 ITC 的性能进行提升,并不能就一致性、稳定性、复杂度、检测能力等性能达到全面的提升.

为了解决上述问题,本文基于集合势的概念,将整个宽带感知分为被 PU 占用子带集合势的估计和子带位置的判决,利用估计出的集合势代替原有能量检测(Energy Detect, ED)<sup>[12]</sup>算法中的门限,解决了对先验信息的依赖性和对抗噪声不确定性缺乏鲁棒性的问题.

## 2 宽带系统感知模型

在频域中,CR 系统中整个 LFB 被分为  $Q$  个带宽相等且为 WHz 的窄带子带,其中,PU 占用子带集合为  $S_{PU}$ ,空闲子带集合为  $S_0$ ,如图 1(a)所示.  $P$  个 PU 独立地工作在 LFB 上且共占用  $M$  个子带.第  $p$  个 PU 占用子带集合为  $S_p = \{q_{p,0}, q_{p,0} + 1, \dots, q_{p,1} - 1, q_{p,1}\}$ ,其中,  $q$  对应宽带 LFB 中子带位置.本文假设 PU 数目、信号结构及被占用子带等信息都完全未知.经感知判决之后得到 PU 占用子带集合  $\hat{S}_{PU}$ ,空闲子带集合  $\hat{S}_0$ ,如图 1(b)所示.

由图 1 可知,宽带频谱感知实则是从子带构成全集中确定被 PU 占用子带子集  $S_{PU}$ ;而子集  $S_{PU}$  的确定,主要包括子集  $S_{PU}$  中元素的个数  $M$  的确定(即集合势的确定),以及这  $M$  个元素的具体值(即子带位置的确定).

在频域中,宽带 LFB 上子带的忙闲与否采用二元

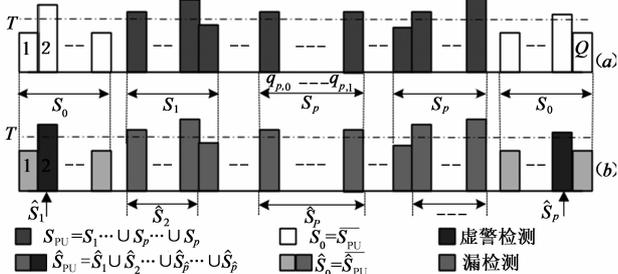


图1 宽带系统LFB上子带状态模型

假设表示,使用  $H_{q,0}$  表示第  $q$  个子带被占用状态,  $H_{q,1}$  表示其空闲状态.在感知时间  $T_s$  内,第  $q$  个子带的第  $n$  次快拍信号  $r_q(n)$  为:

$$r_q(n) = \begin{cases} h_q(n)s_q(n) + v_q(n), & H_{q,1} \\ v_q(n), & H_{q,0} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $q = 1, 2, \dots, Q, n = 1, 2, \dots, N, h_q(n)$  为信道增益,  $s_q(n)$  为 PU 信号,  $v_q(n) \sim CN(0, \sigma_n^2)$  为加性高斯白噪声.

## 3 集合势的估计

确定集合  $S_{PU}$  的关键在于其势的确定,在众多方法中,基于协方差矩阵<sup>[13]</sup>的方案提供了一种对先验信息依赖程度低的估计方法.假设感知时间  $T_s$  内, SU 接收机快拍  $N$  次得到感知数据协方差矩阵  $C$ :

$$\begin{aligned} C &= E[\mathbf{r}(n)\mathbf{r}^H(n)] \\ &= \mathbf{H}E[\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)]\mathbf{H}^H + E[\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^H(n)] \\ &= \mathbf{H}\mathbf{C}_s\mathbf{H}^H + \mathbf{C}_v \\ &= \mathbf{H}\mathbf{C}_s\mathbf{H}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{r}(n) = [r_1(n), r_2(n), \dots, r_Q(n)]^T, \mathbf{s}(n) = [s_1(n), s_2(n), \dots, s_Q(n)]^T, \mathbf{v}(n) = [v_1(n), v_2(n), \dots, v_Q(n)]^T$ .  $\mathbf{C}_s$  为 PU 信号协方差矩阵,  $\mathbf{H} = \text{diag}[h_1, h_2, \dots, h_Q]$  为信道增益矩阵,  $\mathbf{C}_v$  为噪声协方差矩阵,  $\mathbf{I}$  为  $Q$  阶单位矩阵.

理论上,协方差矩阵  $C$  一般通过下式计算:

$$C = \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{C} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{r}(n)\mathbf{r}^H(n) \quad (4)$$

从上式可知,当  $N \rightarrow \infty$  时,即得到理想协方差矩阵  $C$ .在实际中,仅能依靠有限次快拍得到矩阵  $\hat{C}$ ,此时,协方差矩阵  $\hat{C}$  的最小特征值不再具有多重性,使得特征值空间内对应的信号子带与噪声子带的边界变得模糊, Schmidt 通过多样性计算  $M$  的方法<sup>[14]</sup>很难再适用.

### 3.1 集合势估计之基本准则

为了解决以上问题,ITC 中的 Akaike 信息准则(Akaike's Information Criterion, AIC)和最小描述长度(Minimum Description Length, MDL)已被用于宽带频谱感知中集合  $S_{PU}$  势  $M$  的估计<sup>[8]</sup>,其表达式如下所示,由对数项和补偿项两部分组成:

$$ITC_M = -2\log f(\mathbf{r} | \hat{C}_M) + p(\varphi_M) \quad (5)$$

其中,  $\hat{C}_M$  表示假设  $M$  个子带被占用时协方差矩阵的极大似然(Maximum Likelihood, ML)估计,  $p(\varphi_M)$  表示补偿项,为自适应参数的函数.当 ITC 为 AIC 时,  $p(\varphi_M) = 2\varphi_M$ ;当 ITC 为 MDL,  $p(\varphi_M) = \varphi_M \log N$ .  $f(\mathbf{r} | \hat{C}_M) = f(\mathbf{r}(1), \mathbf{r}(2), \dots, \mathbf{r}(N) | \hat{C}_M)$  为  $N$  次采样的条件高斯概率密度函数.

由于 AIC 并不满足一致性, MDL 受 SNR 影响较大,文献[15]提出了一种基于二者加权的 WIC 准则,而在实际应用中, WIC 的性能介于 AIC 和 MDL 之间,较之二

者提升很少,特别是在宽带感知中,难以满足低 SNR 下的集合势估计的要求. 因此,本文提出一种指数嵌入族准则 (Exponentially Embedded Families, EEF) <sup>[16,17]</sup> 用于估计集合  $S_{PU}$  的势  $M$ , 能有效地解决以上问题,更符合宽带感知要求. 该准则表达式为:

$$EEF_M = \left\{ L_M(\mathbf{r}) - \varphi_M \left[ \log \left( \frac{L_M(\mathbf{r})}{\varphi_M} + 1 \right) \right] \right\} \cdot u \left( \frac{L_M(\mathbf{r})}{\varphi_M} - 1 \right) \quad (6)$$

这里,  $u(\cdot)$  表示单位阶跃函数,  $L_M(\mathbf{r})$  表示似然比函数, 其定义为:

$$L_M(\mathbf{r}) \triangleq 2 \log \frac{f(\mathbf{r} | \hat{\mathbf{C}}_M)}{f(\mathbf{r} | \hat{\mathbf{C}}_0)} \quad (7)$$

其中,  $\hat{\mathbf{C}}_0$  为  $M=0$  时协方差矩阵  $\mathbf{C}$  的 ML 估计.

根据矩阵特征值分解理论, 有:

$$\hat{\mathbf{C}}_M = \sum_{i=1}^M (\hat{\lambda}_i - \hat{\sigma}_n^2) \hat{\mathbf{v}}_i \hat{\mathbf{v}}_i^H + \hat{\sigma}_n^2 \mathbf{I} \quad (8)$$

其中,  $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_M$  和  $\hat{\mathbf{v}}_1, \hat{\mathbf{v}}_2, \dots, \hat{\mathbf{v}}_M$  分别表示  $\hat{\mathbf{C}}_M$  的特征值和对应的特征向量. 此时, 对应的参数向量为  $\boldsymbol{\Theta}^{(M)} = [\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_M, \hat{\sigma}_n^2, \hat{\mathbf{v}}_1^T, \hat{\mathbf{v}}_2^T, \dots, \hat{\mathbf{v}}_M^T]^T$ , 其个数为  $\varphi_M \approx M(2Q - M)$  <sup>[16]</sup>.

将参数的 ML 估计值代入各准则的表达式, 经数学运算及化简, 可得到:

$$ITC_M = -2M \log \left( \frac{\prod_{i=M+1}^Q l_i}{\left( \frac{1}{Q-M} \sum_{i=M+1}^Q l_i \right)^{Q-M}} \right) + p(\varphi_M) \quad (9)$$

其中,  $l_1 \geq l_2 \geq \dots \geq l_M \geq l_{M+1} \geq \dots \geq l_Q$  为矩阵  $\hat{\mathbf{C}}_M$  的特征值.

$$EEF_M = \left\{ -2N\Omega - M(2Q - M) \left[ \log \left( \frac{-2N\Omega}{M(2Q - M)} + 1 \right) \right] \right\} \cdot u \left( \frac{-2N\Omega}{M(2Q - M)} - 1 \right) \quad (10)$$

其中  $\Omega = \alpha + \beta + \gamma$ , 而

$$\alpha = \log \left( \prod_{i=1}^M l_i \right) \quad (11a)$$

$$\beta = (Q - M) \log \left( \frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q l_i \right) \quad (11b)$$

$$\gamma = Q \log \left( \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_0)}{Q} \right) \quad (11c)$$

根据 ITC、EEF 准则估计势  $M$  的方程为:

$$\hat{M} = \arg \min_{M=0,1,2,\dots,Q-1} ITC_M \quad (12)$$

$$\hat{M} = \arg \max_{M=0,1,2,\dots,Q-1} EEF_M \quad (13)$$

其中, ITC 可采用 AIC 或 MDL 方法. 使得 ITC 取得最小值的  $M$  或 EEF 准则取得最大值的  $M$ , 即为相应准则所估计出的集合  $S_{PU}$  的势  $\hat{M}$ .

在频谱感知中, 微弱信号的检测是核心难题. 在低 SNR 下, ITC 和 EEF 准则都会产生很大的  $M$  值的低估, 导致最终检测率过低. 文献 [11] 中通过对 MDL 低估的原因进行详细分析, 认为提高其准确估计的方法大致可以分为两类: 对特征值升幂或减小补偿项.

比较 ITC 与 EEF 准则可以发现, 这两类准则都是关于条件高斯概率密度函数  $f(\mathbf{r} | \hat{\mathbf{C}}_M) = f(\mathbf{r}(1), \mathbf{r}(2), \dots, \mathbf{r}(N) | \hat{\mathbf{C}}_M)$  的函数, 推导过程中都用到了 KL 距离 (KL 散度). 考虑二者的相似性, 下文将讨论这两类基本准则基于这种特性的几种改进方法, 通过减小补偿项来提高估计能力.

### 3.2 盖氏酉变换准则

矩阵  $\mathbf{C}_M$  经 Gerschgorin 酉变换后为  $\mathbf{Z}_M = \mathbf{V}^H \mathbf{C}_M \mathbf{V}$ , 将其估计值代入条件概率密度函数, 经化简、取 log 等运算后代入式 (5), 省略常数项及无关项, 可得 Gerschgorin 定理下的 ITC 集合势的估计 <sup>[18]</sup> 为:

$$GITC_M = -2M \log \left( \frac{\prod_{i=M+1}^{Q-1} l'_i}{\left( \frac{1}{Q-M-1} \sum_{i=M+1}^{Q-1} l'_i \right)^{Q-M-1}} \right) - 2M \log \left( c_{QQ} - \sum_{i=1}^M \frac{\rho_i}{l'_i} \right) + p(\varphi_M) \quad (14)$$

其中,  $l'_1 \geq l'_2 \geq \dots \geq l'_M \geq l'_{M+1} \geq \dots \geq l'_{Q-1}$  为矩阵  $\hat{\mathbf{C}}$  的前  $(Q-1)$  阶子阵的特征值,  $\rho_i (i=1, 2, \dots, Q-1)$  被称为盖氏圆半径. 由于噪声子空间与信号子空间正交, 对于  $i=M+1, M+2, \dots, Q-1, \rho_i = 0$  <sup>[18]</sup>. 此时的自适应参数  $\varphi_M \approx M(M+1)$  <sup>[18]</sup>.

同理, 将构造的似然比函数  $L_M(\mathbf{w})$  (这里  $\mathbf{w}(n) = \mathbf{V}^H \mathbf{r}(n)$ ) 代入式 (6), 省略常数项及无关项, 同时令矩阵  $\hat{\mathbf{Z}}_{11}^M$  为  $\mathbf{Z}_M$  的前  $(Q-1)$  阶子阵, 可得 Gerschgorin 定理下的 EEF 集合势估计:

$$GEEF_M = \left\{ -2N\Omega' - M^2 \left[ \log \left( \frac{-2N\Omega'}{M^2} + 1 \right) \right] \right\} \cdot u \left( \frac{-2N\Omega'}{M^2} - 1 \right) \quad (15)$$

其中,  $\varphi_M \approx M^2, \Omega' = \alpha' + \beta' + \gamma'$ , 而

$$\alpha' = \log \left( \prod_{i=1}^M l'_i \right) \quad (16a)$$

$$\beta' = (Q - M - 1) \log \left( \frac{1}{Q - M - 1} \sum_{i=M+1}^{Q-1} l'_i \right) \quad (16b)$$

$$\gamma' = (Q - 1) \log \left( \frac{\text{tr}(\hat{\mathbf{Z}}_{11}^M)}{Q - 1} \right) \quad (16c)$$

因而, GITC 和 GEEF 估计势  $M$  的判决方程为:

$$\hat{M} = \arg \min_{M=0,1,2,\dots,Q-1} GITC_M \quad (17)$$

$$\hat{M} = \arg \max_{M=0,1,2,\dots,Q-1} GEEF_M \quad (18)$$

值得说明的是, 上述关于 ITC、EEF (GITC、GEEF)

的分析都是基于经典多元统计理论对特征值  $l_i$  的描述 (大采样数下)<sup>[11]</sup>, 即  $Q$  固定,  $N \rightarrow \infty$ . 在随机矩阵理论 (Random Matrix Theory, RMT) 中, 当  $Q, N \rightarrow \infty$  以及  $\frac{Q}{N} \rightarrow c \in (0, \infty)$ , 若  $c$  较大, 由于相对矩阵维度  $Q$  而言, 采样数  $N$  受限, 使得矩阵  $\hat{C}$  的特征值波动较大, 某些噪声对应的特征值  $l_i \rightarrow 0$ , 从而致使 ITC、EEF 准则 log 似然项中的  $\prod_{i=M+1}^Q l_i$  (GITC、GEEF 准则 log-似然项中的  $\prod_{i=M+1}^Q l_i'$ ) 趋于 0, 导致 log 项失效, ITC、EEF (GITC、GEEF) 也就失去了估计能力. 例如, 在实验中考虑宽带 LFB 上 128 个子带中 40 个被 PU 占用. SNR = 5dB 时,  $N$  次采样数下的协方差矩阵特征值  $l_i$  及子带平均功率  $\theta_q$  按降序排列, 以及  $M$  不同取值时, 噪声对应的特征值和子带平均功率的几何平均/算数平均比值如图所示:

从图 2 中可以看出: 当采样数  $N$  从 10000 减到 100

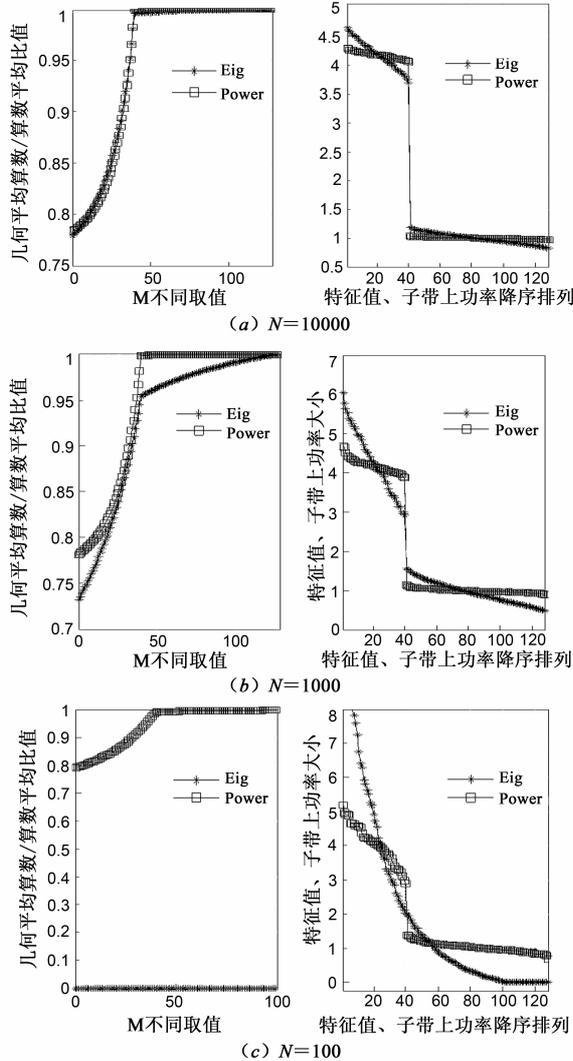


图2 特征值  $l_i$ , 子带功率  $\theta_q$  以及对应的几何平均/算数平均比值随采样数变化图

(与矩阵维度  $Q$  相当) 时, 较小的特征值  $l_i$  几乎为 0, 而此时其几何平均/算数平均的比值几乎为 0, 在  $M = 40$  时也不具有明显的变化, 从而致使以上准则失效.

### 3.3 基于 RMT 的改进

为了解决特征值  $l_i$  波动较大对以上准则的影响, 在 RMT 中, 直接考虑噪声特征值  $l_i$  的分布情况. 对于特征值  $l_i (i = M + 1, M + 2, \dots, Q)$ , 有<sup>[19]</sup>:

$$\eta_M = \frac{\frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q l_i^2}{\left(\frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q l_i\right)^2} \quad (19)$$

由于随着  $Q, N \rightarrow \infty$  以及  $c_N = \frac{Q}{N} \rightarrow c \in (0, \infty)$ ,

$Q[\eta_M - (1 + c)]$  按分布收敛于  $N\left(\left(\frac{2}{\mu} - 1\right)c, \frac{4}{\mu}c^2\right)$  (当数据为实数域时,  $\mu = 1$ ; 当数据为复数域时,  $\mu = 2$ ), 因而, 根据 KL 距离 (KL 散度)<sup>[20]</sup> 定义, 可利用  $Q[\eta_M - (1 + c)]$  的对数似然函数代替 ITC 和 EEF 中 log 似然函数项<sup>[19]</sup>. 经过运算、简化后, 可到 RMT 下的 ITC 的判决准则为:

$$\text{RMT-ITC} = \frac{N^2}{2} \left[ \frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q l_i^2 - \left(1 + \frac{Q}{N}\right) \right]^2 + p(\varphi_M) \quad (20)$$

其中,  $\Theta^{(M)} = [l_1, \dots, l_M, \sigma_n^2]^T$ , 因此  $\varphi_M = (M + 1)$ .

按照式(7)的定义, 可求得 log 似然比函数  $L_M(d)$ , 将  $L_M(d)$  及  $\varphi_M = M + 1$  代入式(6), 可得

RMT 下新的 EEF 判决准则为:

$$\text{RMT-EEF}_M = \left\{ L_M(d) - \varphi_M \left[ \log\left(\frac{L_M(d)}{\varphi_M}\right) + 1 \right] \right\} \cdot u\left(\frac{L_M(d)}{\varphi_M} - 1\right) \quad (21)$$

因而, 经 RMT 改进后, RMT-ITC 和 RMT-EEF 估计集合  $S_{pu}$  的势  $M$  的估计方程为:

$$\hat{M} = \arg \min_{m=0, 1, 2, \dots, \min(N, Q)-1} \text{RMT-ITC}_m \quad (22)$$

$$\hat{M} = \arg \max_{m=0, 1, 2, \dots, \min(N, Q)-1} \text{RMT-EEF}_m \quad (23)$$

### 3.4 基于采样功率的改进

由图 2 可知, 相对于特征值  $l_i$  而言, 子带上  $N$  次采样的功率  $\theta_q$  更加稳定, 受采样数  $N$  影响较小, 而且, 当  $N \rightarrow \infty$  时,  $\theta_i = l_i = \lambda_i (i = 1, 2, \dots, Q)$ . 因而, 可考虑利用子带  $N$  次采样的功率值替代上式中的特征值  $l_i$ <sup>[8]</sup>.

理论上, 对于上述的基本准则、Gerschgorin 系列准则以及 RMT 系列准则, 都可直接用功率  $\theta_q$  替换特征值  $l_i$ . 但是, 对于 RMT 系列准则而言, 当采样数  $N$  受限时,

经  $\theta_q$  替换后的准则反而不够稳定. 例如, 在仿真中考虑宽带 LFB 上 128 个子带中 40 个被 PU 占用. 在 SNR = 5dB 时,  $N$  次采样数下的矩阵特征值及子带平均功率  $\theta_q$

$$\text{对应的表达式 } X = \frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q x_i^2 - (1 + c) \left( \frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q x_i \right)^2 \text{ 的取值随}$$

$M$  取值不同的曲线如图所示:

从图 3((a)、(b) 右图是对左边的部分放大) 中可以看出: 当采样数  $N$  从 10000 减到 100 (与矩阵维度  $Q$  相当) 时, 由于子带功率的波动较小, 使得  $X < 0$  恒成立, 致使 RMT 系列准则失效. 因此, 通过比较可以看出, 子带采样功率  $\theta_q$  对于几何平均/算术平均这种结构更稳定, 特征值对于平方的算术平均/算数平均这种结构更稳定.

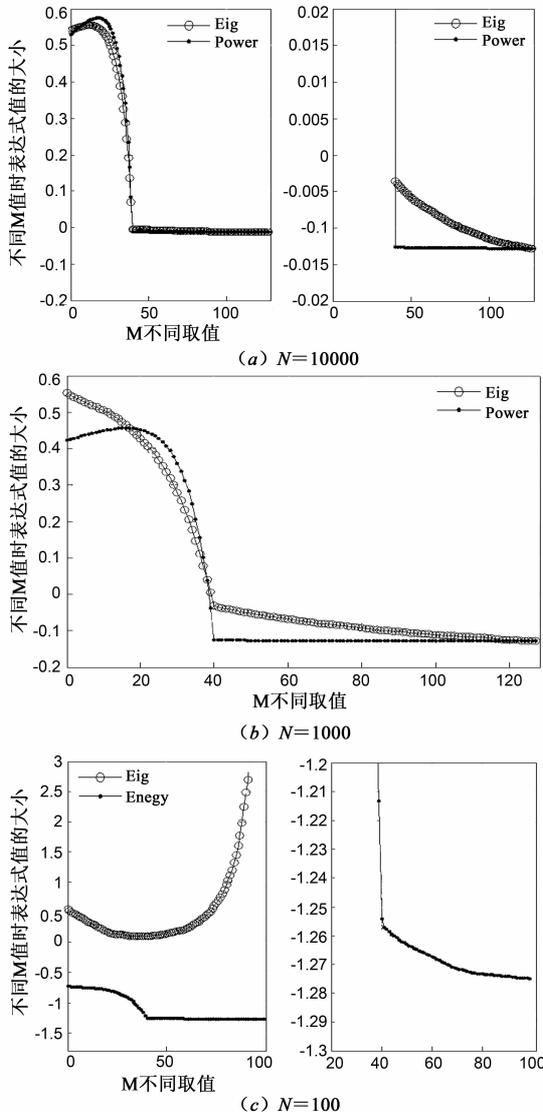


图3 特征值 $\lambda_i$ , 子带功率 $\theta_q$ 对应的表达式比值随采样数变化图

在基本准则的替换中, 可考虑进一步简化, 减小补偿项, 以达到提高估计性能的目的<sup>[12]</sup>.  $Q$  个子带上的  $N$  次采样下的功率向量为  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_Q]^T$  经变换可表示为  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \tilde{\mathbf{V}}\boldsymbol{\theta}$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$  由  $\theta_q$  按递减次序排列组成的向量,  $\tilde{\mathbf{V}}$  为变换矩阵.

令  $\tilde{\mathbf{r}}(n) = \tilde{\mathbf{V}}\mathbf{r}(n)$ , 则有:

$$\tilde{\mathbf{C}} = E[\tilde{\mathbf{r}}(n)\tilde{\mathbf{r}}^H(n)] = \tilde{\mathbf{V}}E[\mathbf{r}(n)\mathbf{r}^H(n)]\tilde{\mathbf{V}}^H = \tilde{\mathbf{V}}\mathbf{C}\tilde{\mathbf{V}}^H \quad (24)$$

将上式代入 ITC 准则的似然函数中, 简化及省略无关项<sup>[8]</sup>, 可得到基于采样功率的 ITC 准则为:

$$\text{SP-ITC}_M = -2N \log \left( \frac{\prod_{i=M+1}^Q \tilde{\theta}_i}{\left( \frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q \tilde{\theta}_i \right)^{c_{Q-M}}} \right) + p(\varphi_M) \quad (25)$$

其中,  $\boldsymbol{\Theta}^{(M)} = [\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \dots, \tilde{c}_M, \sigma_n^2]^T$ , 因此  $\varphi_M = (M + 1)$ .

将式(24)代入 EEF 准则的似然比函数中, 可得到基于采样功率的 EEF 准则为:

$$\text{SP-EEF}_M = \left\{ -2N\Omega^* - (M + 1) \left[ \log \left( \frac{-2N\Omega^*}{(M + 1)} \right) + 1 \right] \right\} \cdot u \left( \frac{-2N\Omega^*}{(M + 1)} - 1 \right) \quad (26)$$

其中  $\Omega^* = \alpha^* + \beta^* + \gamma^*$

$$\alpha^* = \log \left( \prod_{i=1}^M \tilde{\theta}_i \right) \quad (27a)$$

$$\beta^* = (Q - M) \log \left( \frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q \tilde{\theta}_i \right) \quad (27b)$$

$$\beta^* = Q \log \left( \frac{\text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_0)}{Q} \right) \quad (27c)$$

因而, 基于 SP 的 ITC 和 EEF 估计  $M$  的方程为:

$$\hat{M} = \arg \min_{m=0,1,2,\dots,\min(N,Q)-1} \text{SP-ITC}_m \quad (28)$$

$$\hat{M} = \arg \max_{m=0,1,2,\dots,\min(N,Q)-1} \text{SP-EEF}_m \quad (29)$$

在同等情况下, 当 SNR 较小、 $N$  足够大时, 比较

$$\frac{\prod_{i=M+1}^Q x_i}{\left( \frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q x_i \right)^{(Q-M)}} \text{ 和 } \frac{1}{Q - M} \sum_{i=M+1}^Q x_i^2, \text{ 显然前者对于 } i$$

的取值从  $M \rightarrow Q$  变为  $M - 1 \rightarrow Q$  时的变化更加敏锐, 因而, 此时的 SP-ITC (SP-EEF) 检测性能优于 RMT-ITC (RMT-EEF). 综上, 可总结以上分析的准则性能如表 1 所示.

在算法实现中, 相对于特征值分解 (为  $O(Q^3)$  量级,  $Q$  为矩阵维度), 其它操作的计算量较小, 因而, 表 1 中算法 SP-ITC (SP-EEF) 的复杂度最低. 由于 GITC (GEEF) 不仅需要进行特征值分解, 并且还需要进行 Gerschgorin 西变化等一系列操作, 因此, 相对来说其复杂度最高. RMT-ITC 和 ITC 只涉及特征值的运算, 因此,

二者复杂度相当.但是,相对于 RMT-ITC(RMT-EEF)而言,由于 ITC(EEF)中涉及到几何平均数和对数运算,因此,ITC 的复杂度略高于 RMT-ITC.至于 EEF 系列与 ITC 系列算法相比,由于前者的计算结构更为复杂,因此复杂度相应地更高.

表 1 各估计准则的比较

算法类型	估计	性能比较	复杂度
关于特征值(需矩阵特征分解)	ITC,EEF	稳定性差估计能力不足	高
	GITC,GEEF	稳定性差估计能力强	最高
	RMT-ITC RMT-EEF	稳定性强估计能力一般	高
关于功率值(不需特征值分解)	SP-ITC SP-EEF	稳定性强估计能力强	低

值得说明的是,集合势  $M$  的估计方法并不局限于文中所提及,还有许多其它的方法.例如,结合序列检测与假设检验的 SHTE<sup>[21,22]</sup>, Gerschgorin 圆半径的迭代 GDE<sup>[18]</sup>等.这些方法也大多是基于协方差矩阵进行的.

## 4 子带判决统计量

在整个盲感知过程中,SU 所依赖的仅仅是  $N$  次采样数据,因此,子带上  $N$  次采样的功率成为一种最常见的判决统计量.在本文中,通过对 SU 接收到的采样数据的分析,提出了一种关于特征值的判决统计量用于子带判决.

### 4.1 基于子带谱函数的判决

假设已知整个宽带授权频带上被 PU 占用的子带数为  $M$ ,则式(1)中的信号模型也可以分解表示为<sup>[8]</sup>:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{G}\mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (30)$$

其中, $\mathbf{x}(n) = [x_{q_1}(n), x_{q_2}(n), \dots, x_{q_m}(n), 0, \dots, 0]^T$ ,结合式(1)可知, $x_{q_m}(n) = h_{q_m}s_{q_m}(n)$ , $\mathbf{x}(n)$ 为接收端吸收了信道系数的接收信号, $q_m (m = 1, 2, \dots, M)$ 为  $M$  个子带在宽带 LFB 上的具体位置.  $Q \times Q$  的变换矩阵  $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_M, \dots, \mathbf{g}_Q]$  为单位阵  $\mathbf{I}_Q$  经初等行变换后的矩阵,每行每列只有一个元素为 1,其余都为 0.

相应地,协方差矩阵  $\mathbf{C}$  可表示为:

$$\mathbf{C} = E[\mathbf{r}(n)\mathbf{r}^H(n)] = \mathbf{G}\mathbf{C}_x\mathbf{G}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_Q \quad (31)$$

由于 PU 等效发射信号  $s_q$ 、信道增益  $h_q$  间的独立性,矩阵  $\mathbf{C}_x = \text{diag}[\sigma_{q_1}^2, \sigma_{q_2}^2, \dots, \sigma_{q_m}^2, 0, \dots, 0]$ ,其中  $\sigma_{q_m}^2 = E[x_{q_m}(n)x_{q_m}^H(n)]$ ,且  $\sigma_{q_1}^2 \geq \sigma_{q_2}^2 \geq \dots \geq \sigma_{q_m}^2$ .根据矩阵分解理论和信号与噪声子空间的关系,可将协方差矩阵  $\mathbf{C}$  分解为:

$$\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{C}_x\mathbf{G}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_Q = (\mathbf{U}_s, \mathbf{U}_v) \begin{pmatrix} \mathbf{L}_s & \\ & \mathbf{L}_v \end{pmatrix} (\mathbf{U}_s, \mathbf{U}_v)^H \quad (32)$$

其中, $\tilde{\mathbf{C}}_x = \text{diag}[\sigma_{q_1}^2, \sigma_{q_2}^2, \dots, \sigma_{q_m}^2]$ , $\mathbf{L}_s = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M]$ ,由于  $\lambda_m = \sigma_{q_m}^2 + \sigma_n^2$ ,因而  $\mathbf{L}_v = \text{diag}[\lambda_{M+1}, \lambda_{M+2}, \dots, \lambda_Q]$  为噪声特征值矩阵,且  $\lambda_{M+1} = \lambda_Q = \dots = \sigma_n^2$ .  $\mathbf{U}_s, \mathbf{U}_v$  分别为信号子空间和噪声子空间.

分析式(32),由  $\mathbf{U}_s$  与  $\mathbf{U}_v$  间的正交性及  $\mathbf{U}_s$  为次酉矩阵,有:

$$\mathbf{U}_s^H \mathbf{U}_v = \mathbf{0} \quad \text{即} \quad \mathbf{g}_m^H \mathbf{U}_v = \mathbf{0} \quad (33)$$

$$\mathbf{U}_s^H \mathbf{U}_s = \mathbf{I}_M \quad \text{即} \quad \mathbf{g}_m^H \mathbf{U}_s = \mathbf{e}_m \quad (34)$$

其中, $\mathbf{I}_M$  为  $M$  阶单位矩阵, $\mathbf{e}_m$  为第  $m$  个元素为 1 的  $M$  维单位向量.

由于  $\mathbf{g}_m$  为某一元素是 1 的单位向量,因而,可构造子带谱函数  $\Psi_v$  和  $\Psi_s$  为:

$$\Psi_v(q) = \frac{1}{\mathbf{e}_q^H \hat{\mathbf{U}}_v \hat{\mathbf{U}}_v^H \mathbf{e}_q} = \frac{1}{\sum_{j=M+1}^Q |\mathbf{e}_q^H \hat{\mathbf{u}}_j|^2}, q = 1, 2, \dots, Q \quad (35)$$

$$\Psi_s(q) = \mathbf{e}_q^H \hat{\mathbf{U}}_s \hat{\mathbf{U}}_s^H \mathbf{e}_q = \sum_{j=M+1}^Q |\mathbf{e}_q^H \hat{\mathbf{u}}_j|^2, q = 1, 2, \dots, Q \quad (36)$$

其中, $\mathbf{e}_q$  为单位矩阵  $\mathbf{I}_Q$  中的列向量, $q$  表示第  $q$  维元素为 1, $\hat{\mathbf{u}}_j (j = \hat{M} + 1, \hat{M} + 2, \dots, Q)$  和  $\hat{\mathbf{u}}_j (j = 1, 2, \dots, \hat{M})$  分别为  $\hat{\mathbf{U}}_v$  和  $\hat{\mathbf{U}}_s$  的列向量.当特征向量正交归一化后,空闲子带谱函数  $\Psi_v$  和  $\Psi_s$  的值分别为 1 和 0;被占子带谱函数  $\Psi_v$  和  $\Psi_s$  为的值分别为  $+\infty$  和 1.

假设宽带频谱监测范围分为 64 个子带,连续被占子带的个数为 20 个,被占的子带范围为 [15, 34]. 图 4、图 5 分别给出了每个子带上对应的采样功率和谱函数(图中的  $\Psi_w$  为加权谱函数)值随 SNR、采样数  $N$  变化的示意图.

### 4.2 基于加权谱函数的判决

由图 4、5 可看出,受采样数  $N$  的限制,PU 占用子带和空闲子带的谱值并不为理想值.而且随着 SNR 降低,被占子带的谱函数值( $\Psi_v$  或  $\Psi_s$ )波动较大,与空闲子带之间的差距越来越不明显.因而,为了减小这种波动带来的误判,提升二者之间的辨识度,需要进一步对二者进行改进.

由前文可知,一方面,可以利用  $\Psi_v \times \Psi_s$  改进谱函数,此时被 PU 占用子带和空闲子带对应谱函数值分别为  $+\infty$  和 0;另一方面,特征值  $\lambda_m = \sigma_{q_m}^2 + \sigma_n^2 (m = 1, 2, \dots, M)$  (若  $\sigma_n^2 < 1$ ,令  $\bar{\lambda}_m = \frac{\lambda_m}{\sigma_n^2}$  代替  $\lambda_m$ ,以保证  $\bar{\lambda}_m > 1$ ),可以利用  $\lambda_j (j = 1, 2, \dots, M)$  对信号子空间进行加权,使得被占子带的谱函数  $\Psi_s$  取值大于 1 (为  $\lambda_m$ ),从而增大两种子带间的差异.

结合二者,可构造加权子带谱函数  $\Psi_w(q)$  为:

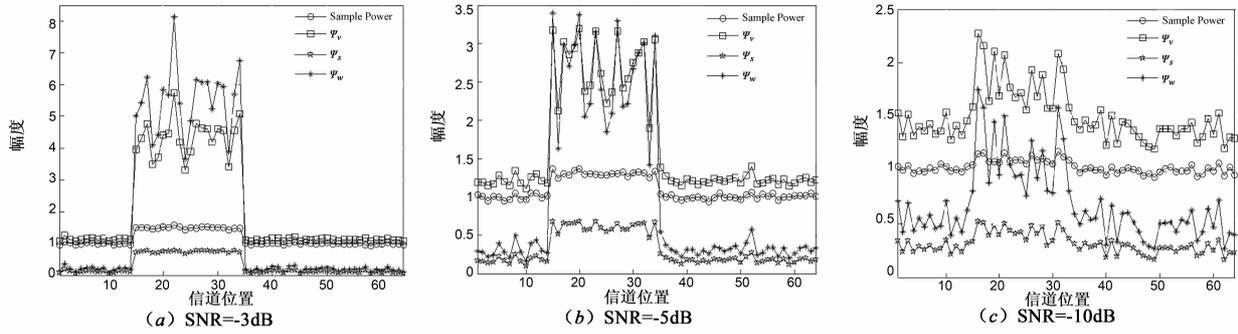


图4  $N=1000$ ,  $SNR=-3dB$ ,  $SNR=-5dB$ ,  $SNR=-10dB$ 时, 子带对应的能量值和谱函数数值示意图

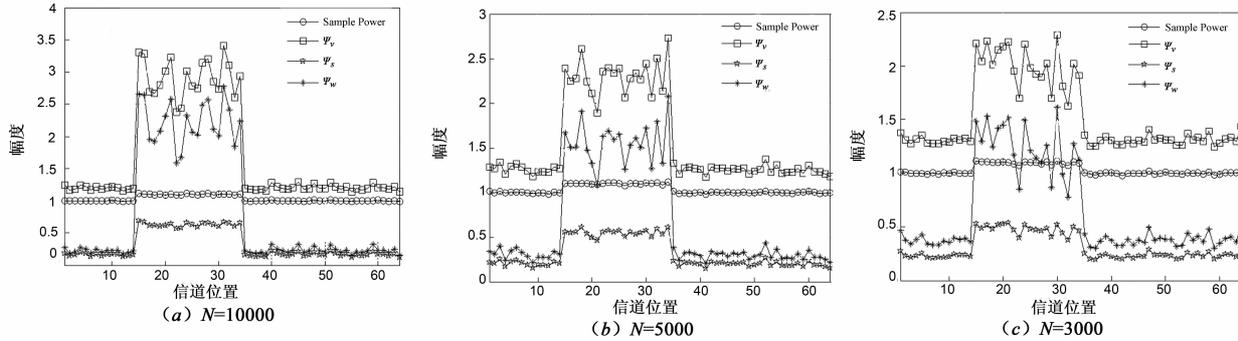


图5  $SNR = -10dB$ ,  $N=10000$ ,  $N=5000$ ,  $N=3000$ 时, 子带对应的采样功率和谱函数数值示意图

$$\Psi_w(q) = \frac{\sum_{j=1}^M \hat{\lambda}_j |e_q^H \hat{u}_j|^2}{\sum_{j=M+1}^Q |e_q^H \hat{u}_j|^2} \quad q = 1, 2, \dots, Q \quad (37)$$

其中,  $\hat{u}_j (j=1, 2, \dots, M)$  和  $\hat{u}_j (j=M+1, M+2, \dots, Q)$  分别为信号和噪声对应的特征向量。

从图4、5中可以看出, 与被占子带和空闲子带间功率差距相比, 被占子带的谱函数数值与空闲子带的谱函数数值之间的差距明显增大。然而, 两种子带间谱函数数值的差距仅仅是将两种子带间采样功率差距的放大, 在实际盲感知中并不能改变对子带的判决结果。相反地, 由于感知过程中仅仅依赖  $N$  次采样数据, 在低  $SNR$  时, 采样数  $N$  不足导致时间增益过小, 矩阵  $\hat{U}_s$  和矩阵  $\hat{U}_w$  受噪声起伏影响过大, 使得子带谱函数值的波动比采样功率更大, 因而, 据其进行判决的结果反而不如采样功率稳定。

### 5 基于被占子带连续性的改进

由图1可知, 在实际应用中, PU占用的子带往往不止一个, 而是会占用整个LFB中的多个连续子带。

由分析及仿真结果可知, 在进行集合  $S_{PU}$  势的估计过程中, 低  $SNR$ 、采样数  $N$  受限时, ITC、EEF、GITC、GEFF 等所估计出的势  $\hat{M}$  不尽相同, 甚至差距很大, 导致子带的判决不同。假设采用两种不同集合势估计算法, 同一种判决统计量进行宽带感知, 感知结果分别为:

$$\hat{S}_{PU,1} = \bigcup_{p=1}^{P'} \hat{S}_{1,p}, \hat{M}_1 = R|\hat{S}_{PU,1}| = \sum_{p=1}^{P'} R|\hat{S}_{1,p}| \quad (38)$$

$$\hat{S}_{PU,2} = \bigcup_{p=1}^{P'} \hat{S}_{2,p}, \hat{M}_2 = R|\hat{S}_{PU,2}| = \sum_{p=1}^{P'} R|\hat{S}_{2,p}| \quad (39)$$

其中,  $\hat{S}_{1,p}, \hat{S}_{2,p}$  为第  $p$  个连续子带集合,  $P'', P'$  为类似连续子带集合的个数, 且  $P'' \geq P'$ 。  $R|\cdot|$  表示求集合的势,  $\hat{M}_1, \hat{M}_2$  为所被估计出的被占子带集合的势。

当PU连续占用子带中某些子带上信号较弱时, 依据较小集合势  $\hat{M}_1$  所判决出的集合  $\hat{S}_{PU,1}$  中, 可能会漏检这些子带, 只检测出其中较大的, 而在依据较大集合势  $\hat{M}_2$  所判决出的集合  $\hat{S}_{PU,2}$  中, 可能会检测出这些子带, 此时利用二者交集的非空, 能有效避免漏检; 当连续空闲子带中某些子带上噪声过大时, 依据较大集合势  $\hat{M}_2$  所判决出的集合  $\hat{S}_{PU,2}$  中, 可能会虚警检测出这些子带, 而在依据较小集合势  $\hat{M}_1$  所判决出的集合  $\hat{S}_{PU,1}$  中, 可能不会检测出这些子带, 此时利用二者交集为空, 能有效地减小虚警率。

因而, 利用PU占用子带连续性, 由式(38)(39)可得到最终感知结果  $\hat{S}_{PU}$  的判决依据为:

$$\hat{S}_{PU,p'} = \begin{cases} \hat{S}_{2,p'}, & \text{if } \exists p \in [1, P'] \\ \phi, & \text{if } \forall p \in [1, P'] \end{cases}, \quad \hat{S}_{1,p} \cap \hat{S}_{2,p'} = \emptyset \\ \hat{S}_{1,p} \cap \hat{S}_{2,p'} = \emptyset \quad (40)$$

故

$$\hat{S}_{PU} = \bigcup_{p'=1}^{P'} \hat{S}_{PU,p'} \quad (41)$$

最终的感知结果  $\hat{S}_{PU}$  为克服了  $\hat{S}_{PU,1}$  部分漏检, 克服了

$\hat{S}_{PU,2}$ 部分虚警检测的子带集合.

### 6 仿真结果及分析

在 Matlab 仿真中,设定  $Q = 128$ ,假设宽带 LFB 上存在 2 个活动 PU,连续占用的子带的个数分别为 8 个和 32 个.对于 ISTT 算法(独立子带门限检测,ED 在宽带中的实现方式),考虑噪声功率估计不确定度  $\alpha = 10\log\text{AdB}$ ,即在区间  $[\frac{\sigma_n^2}{A}, A\sigma_n^2]$  上服从均匀分布<sup>[23]</sup>,仿真中考虑  $\alpha = 0, \alpha = 1$ .

**仿真 1** 采样数  $N = 1000$  时,仿真不同集合势估计方法,依据功率值  $\theta_q$  判决子带时的宽带频谱感知算法性能.从图 6 中看出,WIC 算法的性能介于 AIC 与 MDL 之间,EEF 算法性能较之 ITC 有很大的提升,但与 ISTT ( $\alpha = 0$ ) 仍然相差很远.经改进后,盖氏系列、SP 系列的性能都有很大的提升,但是 RMT 系列的性却与 AIC 相当,仍离 ISTT ( $\alpha = 0$ ) 仍有不少差距. GAIC 与 GEEF, SP-AIC 与 SP-EEF, RMT 系列的性能较为接近,其中 GAIC 和 SP-AIC 并未表现出一致性,SNR 较高时,其  $R_{FA}$  也不为 0. 低 SNR 时,GAIC 比 SP-AIC (及 GEEF 比 SP-EEF) 的  $R_D$  高,而 GAIC (GEEF) 的  $R_{FA}$  也相对较高.

**仿真 2** 仿真采样数  $N = 100$ ,不同集合势估计改进方法,依据功率值  $\theta_q$  判决子带时的宽带频谱感知算法性能.从图 7 可以看出,ITC、EEF、GITC、GEEF 估计算法失效,RMT-ITC、RMT-EEF、SP-ITC、SP-EEF 估计算法性能较为稳定,但是受  $N$  影响,性能都有很大的削弱.与 ISTT ( $\alpha = 0$ ) 相比,RMT 系列性能相差很远,SP 系列性能较为接近,且 SP-EEF 满足一致性.

**仿真 3**  $N = 1000$  时,仿真 GEEF、SP-EEF 估计算法,依据谱函数和功率值  $\theta_q$  进行子带判决时的感知性能.从图 8 可知,依据  $\Psi_v(q)$ 、 $\Psi_s(q)$ 、 $\Psi_w(q)$ 、 $\theta_q$  判决的结果仅有细微的差别.而且,按照其顺序,感知性能依次略微增强.

**仿真 4** 采样数  $N = 1000$  时,分别仿真基于 GAIC 和 GMDL 估计集合势,谱函数判决子带,以及基于 SP-AIC 和 SP-EEF 估计集合势,功率  $\theta_q$  判决子带的子带连续性(SC)改进算法性能.在图 9 中,SC 改进感知算法利用被占子带的连续性,从高  $R_{FA}$  判决集合中剔除了部分空闲子带,往低  $R_D$  判决集合中吸收了部分被占子带,很好的提升了整个感知方案的性能.

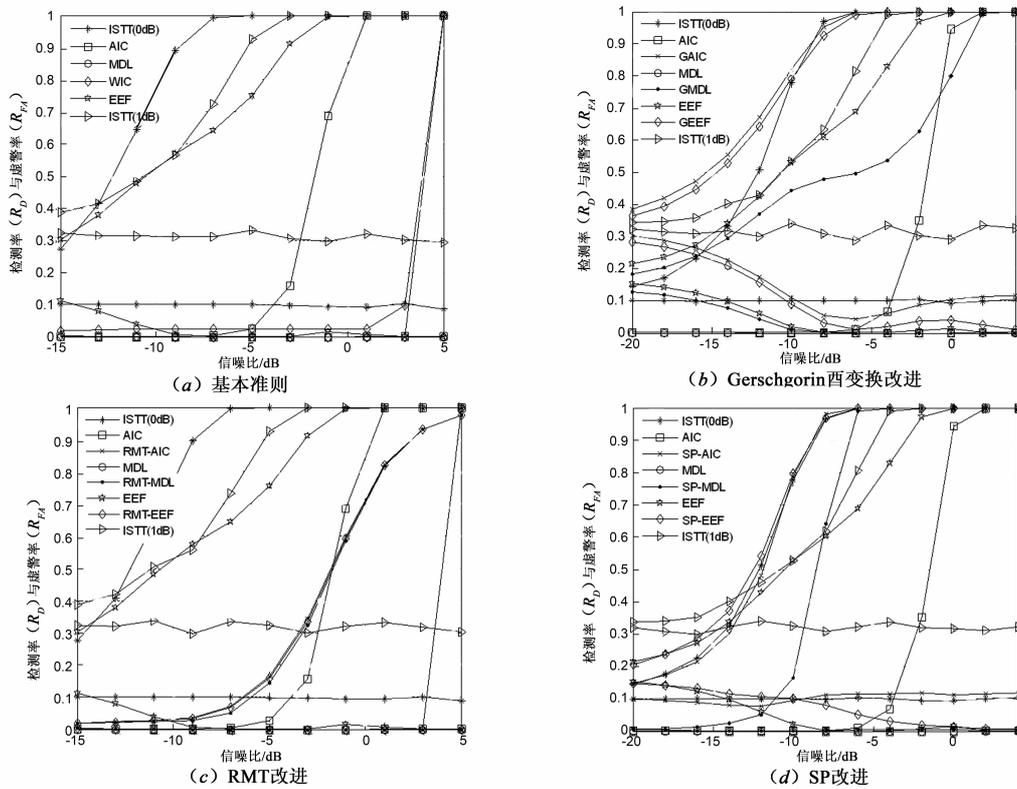


图6  $N=1000$ ,采用不同集合势估计方法时,频谱感知性能随SNR变化的检测率 $R_D$ 及虚警率 $R_{FA}$

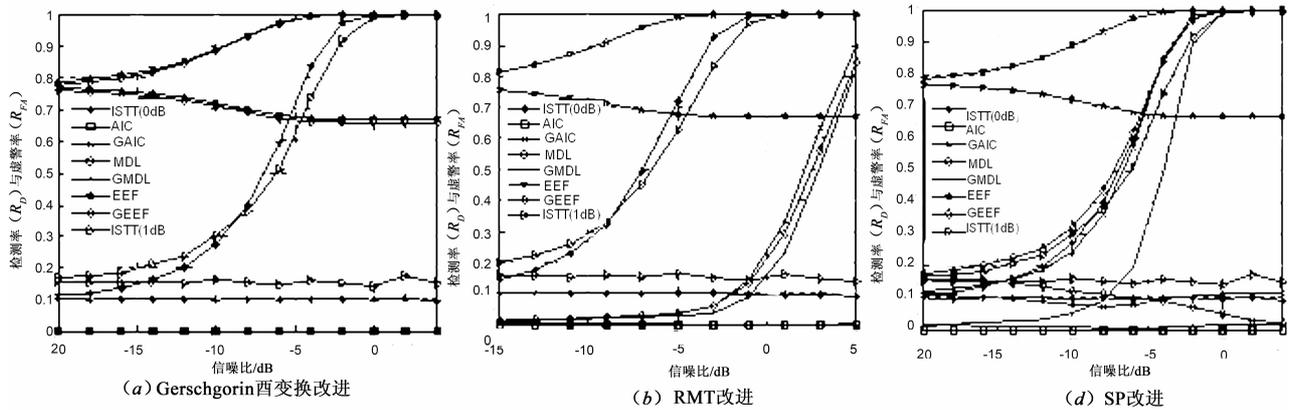


图7  $N=100$ , 采用不同集合势估计方法时, 频谱感知性能随SNR变化的检测率 $R_D$ 及虚警率 $R_{FA}$

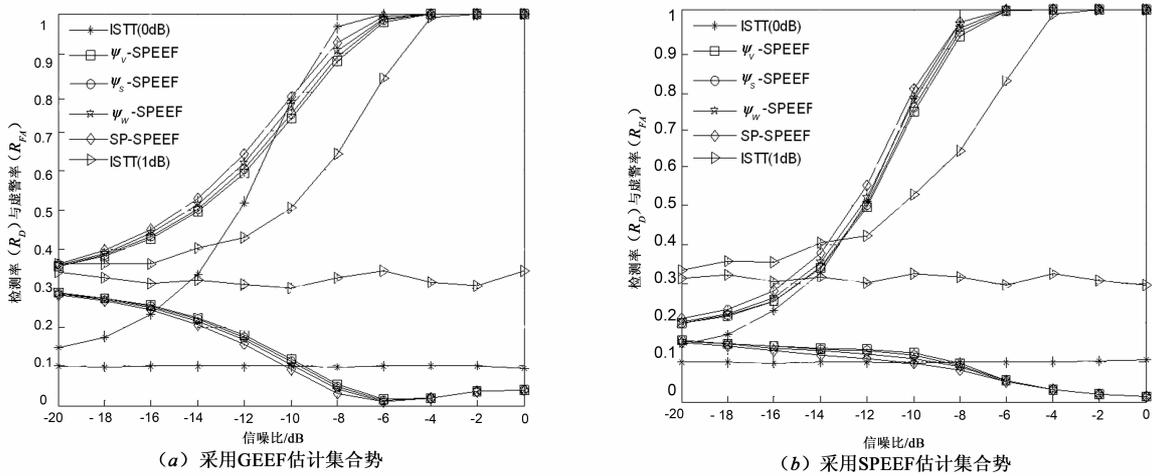


图8 采用不同统计量进行子带判决时, 频谱感知算法随SNR变化的检测率 $R_D$ 及虚警率 $R_{FA}$

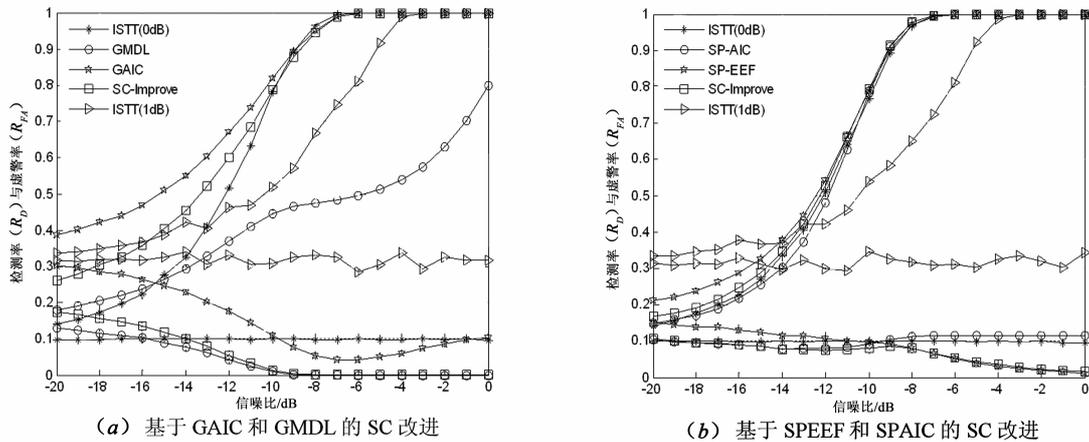


图9 采用不同集合势估计方法时, 基于SC改进频谱感知算法随SNR变化的检测率 $R_D$ 及虚警率 $R_{FA}$

### 7 结束语

本文提出了一种基于信号集合势和连续性的宽带频谱感知方案. 在不依赖先验信息的条件下, 将频谱感知过程分为被占子带集合势的估计和子带状态的判决两步来实现. 仿真结果表明, 该方案不仅能够解决传统宽带感知

算法对抗噪声功率不确定度的鲁棒性较差的缺陷问题, 而且可进一步提高有限时间段内的有限次快拍条件下的感知性能, 因而可作为宽带频谱感知的可实现方案.

### 参考文献

[1] Haykin S. Cognitive radio: brain-inspired wireless com-

- munications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2005, 23(2): 201 – 220.
- [2] 王钦辉,叶保留,田宇,等. 认知无线网络中频谱分配算法[J]. 电子学报, 2012, 40(1): 147 – 154.  
Wang Qinhui, Ye Baoliu, Tian Yu, et al. Survey on spectrum allocation algorithms for cognitive radio networks [J]. Acta Electronica Sinica. 2012, 40(1): 147 – 154. (in Chinese)
- [3] Aliasgari M, Birjandtalab J, Fakhraie S M, et al. Deep out-of-band radiation reduction by using joint filterbank and cancellation carriers in cognitive radios[A]. Telecommunications (IST), 2012 Sixth International Symposium on [C]. IEEE, 2012. 271 – 276.
- [4] Lehtomaki J J, Juntti M. Detection of frequency hopping signals using a sweeping channelized radiometer[J]. Signal Processing, 2005, 85(10): 2030 – 2043.
- [5] Ariananda D D, Leus G. Compressive wideband power spectrum estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(9): 4775 – 4789.
- [6] Quan Z, Cui S, Sayed A H, et al. Optimal multiband joint detection for spectrum sensing in cognitive radio networks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(3): 1128 – 1140.
- [7] Liu S, Shen J, Zhang R, et al. Information theoretic criterion-based spectrum sensing for cognitive radio [J]. IET Communications, 2008, 2(6): 753 – 762.
- [8] Huang L, So H C. Source enumeration via MDL criterion based on linear shrinkage estimation of noise subspace covariance matrix[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(9): 4806 – 4821.
- [9] Yazdian E, Gazor S, Bastani H. Source enumeration in large arrays using moments of eigenvalues and relatively few samples[J]. IET Signal Process, 2012, 6(7): 689 – 696.
- [10] Lu Z H, Zoubir A Z. Generalized bayesian information criterion for source enumeration in array processing[J]. IEEE Transactions on, Signal Processing, 2013, 61(6): 1470 – 1480.
- [11] Lu Z H, Zoubir A Z. Flexible detection criterion for source enumeration in array processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(6): 1303 – 1314.
- [12] Zhang S B, Dong X D, Bao Z H, et al. Adaptive spectrum sensing algorithm in cognitive ultra-wideband systems [J]. Wireless Personal Communications, 2013, 68(3): 789 – 810.
- [13] Zeng Y H, Liang Y C. Eigenvalue-based spectrum sensing algorithms for cognitive radio[J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(6): 1784 – 1793.
- [14] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1986, 34(3): 276 – 280.
- [15] Chen P, Wu T J, Yang J. A comparative study of model selection criteria for the number of signals[J]. IET Radar Sonar Navigation, 2008, 2(3): 180 – 188.
- [16] Kay S. Exponentially Embedded Families-New approaches to model order estimation [J]. IEEE Transactions on Aerosp & Electron & Syst, 2005, 41(1): 333 – 344.
- [17] Xu C C, Kay S. Source enumeration via the EEF criterion [J]. IEEE Lett on Signal Processing, 2008, 15: 569 – 572.
- [18] Qing H, Liu Y, Xie G. Robust spectrum sensing for blind multiband detection in cognitive radio systems: a gershgorin likelihood approach[J]. KSII Transactions on Internet & Information Systems, 2013, 7(5): 1131 – 1145.
- [19] Nadakuditi R R, Edelman A. Sample eigenvalue based detection of high-dimensional signals in white noise using relatively few samples[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 2625 – 2638.
- [20] Abd-Krim Seghouane, Maïza Bekara. A small sample model selection criterion based on kullback's symmetric divergence[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(12): 3314 – 3323.
- [21] Xiao M L, Wei P, Tai H M. Estimation of the number of sources ased on hypothesis testing[J]. Journal of Communications and Networks, 2012, 14(5): 481 – 486.
- [22] Xiao M L, Lu J Q, Wei P. An estimator of the number of sources based on a sequence of hypothesis test[A]. 2011 International Conference on Computational Problem-Solving (ICCP) [C]. IEEE, 2011. 538 – 543.
- [23] Tandra R, Sahai A. SNR walls for signal detection[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2008, 2(1): 4 – 17.

#### 作者简介



申 滨 男, 1978 年生于贵州兴义, 博士, 重庆邮电大学教授. 研究方向为认知无线电、IR-UWB 等.  
E-mail: shenbin@cqupt.edu.cn



喻 俊 男, 1987 年生于湖北麻城, 重庆邮电大学硕士生. 研究方向为认知无线电频谱感知.  
E-mail: yu\_jun1988@qq.com