

# 基于多元优化算法的路径规划

李宝磊<sup>1,2</sup>, 吕丹桔<sup>2</sup>, 张钦虎<sup>2</sup>, 施心陵<sup>2</sup>, 陈建华<sup>2</sup>, 张榆锋<sup>2</sup>

(1. 南阳师范学院物理与电子工程学院, 河南南阳 473061; 2. 云南大学信息学院, 云南昆明 650091)

**摘要:** 本文提出了一种基于多元优化算法和贝塞尔曲线的启发式智能路径规划方法. 该方法通过用贝塞尔曲线描述路径的方法把路径规划问题转化成最优化问题. 然后, 使用多元优化算法来寻找最优的贝塞尔曲线控制点以获得最优路径. 多元优化算法智能搜索个体协同合作交替的对解空间进行全局、局部迭代搜索以找到最优解. 多元优化算法的搜索个体(元)按照分工不同可以分为全局元和局部元. 在一次迭代中, 全局元首先探索整个解空间以找出更优的潜在解区域. 然后, 局部元在各个潜在解区域进行局部开采以改善解质量. 可见, 搜索元具有分工不同的多元化特点, 多元优化算法也就因此而得名. 分工不同的搜索元之间高效的沟通和合作保证了多元优化算法的良好性能. 为了评估多元优化算法的性能, 我们基于标准测试地图比较了多元优化算法与其它三种经典启发式智能路径规划算法. 结果表明, 我们提出的方法在最优性、稳定性和有效性上方面优于其它方法.

**关键词:** 多元优化算法; 全局元; 局部元; 路径规划; 贝塞尔曲线

**中图分类号:** TP242      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2016) 09-2242-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.09.032

## A Path Planner Based on Multivariate Optimization Algorithm

LI Bao-lei<sup>1,2</sup>, LÜ Dan-jü<sup>2</sup>, ZHANG Qin-hu<sup>2</sup>, SHI Xin-ling<sup>2</sup>, CHEN Jian-hua<sup>2</sup>, ZHANG Yu-feng<sup>2</sup>

(1. Physics and Electronic Engineering College, Nanyang Normal University, Nanyang, Henan 473061, China;

2. School of Information Science and Engineering, Yunnan University, Kunming, Yunnan 650091, China)

**Abstract:** A heuristic intelligent path planning method based on the multivariate optimization algorithm and the Bezier curve is presented. The path planning problem is transformed into an optimization problem through using the Bezier curve to represent a path in this method. Then, the multivariate optimization algorithm is applied to find the optimal control points of the best Bezier curve, aiming at finding the optimal path. The multivariate optimization algorithm searches the solution space through iterations of alternative global and local search. According to the different responsibilities, the search individuals (atoms) could be divided into two types; the global atoms and the local atoms. In each iteration, global atoms explore the whole solution space to local potential areas, and then, local atoms exploit each potential area. Obviously, atoms are characterized by multivariate responsibilities, hence the name of the multivariate optimization algorithm. The good performance of the multivariate optimization algorithm is ensured by the efficient communication and cooperation of multivariate atoms. To evaluate the performance of the multivariate optimization algorithm, comparative experiments against the other three classical heuristic path planning algorithms are carried out based on a standard testing map. The results show that our proposed method is superior to the other methods in optimality, stability and efficiency.

**Key words:** multivariate optimization algorithm; global atom; local atom; path planning; Bezier curve

## 1 引言

路径规划问题的目标是找到一条能够满足指定最优化要求的可行路径. 路径规划是移动机器人, 视频游戏等

应用中的一项基础任务并且是一个 NP(Non-deterministic Polynomial) 完全问题<sup>[1]</sup>. 鉴于蚁群算法、遗传算法和粒子群优化算法等启发式智能优化算法在解决 NP 问题中表现出了计算效率高的特点<sup>[2]</sup>. 许多学者已经把启发式智

能优化算法应用于解决路径规划问题<sup>[3,4]</sup>. 尽管它们已经被证明能够有效的解决路径规划问题<sup>[5,6]</sup>. 但是蚁群算法、遗传算法和粒子群算法容易陷入由于路径规划环境中的障碍物产生的局部最优解而停滞<sup>[7]</sup>, 并且路径编码设计不合理导致寻优过程中经常产生不可行解<sup>[8]</sup>. 因此基于智能优化算法的路径规划方法寻优策略和路径编码设计方面仍有可改善的空间. 近几年, 为了解决早熟收敛问题, 许多学者提出了许多改进的粒子群算法以及其它新颖的仿生优化方法. 其中萤火虫算法 (Firefly Algorithm, FA) 被证明具有较强的鲁棒性和自适应性<sup>[9]</sup>. 萤火虫算法受启发于萤火虫之间的相互吸引力与他们各自的亮度成正比与他们的距离成反比<sup>[10]</sup>. 尽管萤火虫算法在路径规划问题中跳出局部最优解的能力较遗传算法和粒子群算法有所改善<sup>[11]</sup>, 但是这些方法主要从高效信息传播角度出发来改善算法的性能, 而无法解决全局和局部搜索能力相互制约的问题. 搜索个体分工不明确引起的全局、局部搜索不均衡会导致这些算法不能高效处理多峰复杂优化问题<sup>[12]</sup>.

为了加强全局搜索的同时保证局部搜索能力, 我们提出了搜索个体 (元) 多元化分工、协同合作的多元化优化算法以有效解决早熟收敛问题, 从而保证算法的最优性、稳定性和效率. 根据分工不同, 搜索元可以分为全局元和局部元. 全局元负责在整个搜索空间全局搜索以找到潜在最优解区域. 局部元负责对各个潜在解区域进行局部搜索以期找到该局部质量更优的解. 搜索元多元化的分工解除了全局搜索和局部搜索之间的相互制约. 这使得多元优化算法能够保证局部搜索的同时增强全局搜索以跳出局部最优解<sup>[13]</sup>. 考虑到搜索元具有分工不同的多元化特点, 我们以多元化优化算法命名该算法. 由于多元优化算法独特的特点, 我们通过贝塞尔曲线技术把路径规划问题转化为最优化问题并利用多元优化算法解决路径规划问题.

通过编码规则把路径规划问题转变为一个最优化问题是基于启发式智能优化算法的路径规划方法的关键. 利用曲线描述路径是一种简单有效的把路径规划问题转变为一个最优化问题的方法. Liang 教授比较了利用费格森、 $\eta_3$  和贝塞尔曲线来描述路径的方法, 并发现贝塞尔曲线是最适合<sup>[14]</sup>. 在该方法中, 路径是由控制点确定的贝塞尔曲线来描述的, 启发式智能优化算法搜索解空间以找到最优控制点位置.

本文利用多元优化算法寻找最优的贝塞尔曲线的控制点来解决路径规划问题. 为了展示多元优化算法的性能, 本文基于标准测试地图, 进行了利用智能优化算法解决最短路径优化的对比实验. 实验结果表明, 多元优化算法在最优性, 稳定性和效率三方面的性能优于其它参比方法.

## 2 基本理论

### 2.1 多元优化算法

多元优化算法通过交替的全局、局部搜索对解空间进行搜索. 通过对历史信息的筛选、记忆和共享来指导多元化搜索元分工合作对解空间分别进行全面和细致的探索. 算法基于如图 1 所示的上三角型结构体对历史信息进行筛选、记忆和共享. 结构体由一个全局有序链表和  $n$  个局部有序链表构成. 全局链表长度为  $n$ , 第  $i$  个局部链表长度为  $n - i + 1$ . 全局链表基于全局元信息对潜在解区域的信息进行记忆, 更新与共享. 每个局部链表基于该局部内局部元信息负责该区域内历史信息的记忆与更新.

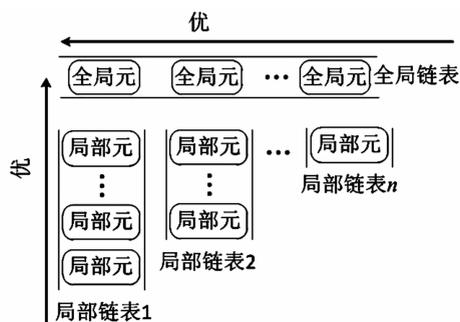


图1 多元优化算法结构体

多元优化算法一次迭代包括全局搜索和局部搜索两个阶段. 在全局搜索阶段, 按照式 (1) 在整个解空间随机生成全局元对整个解空间进行全局搜索.

$$\mathbf{G} = [h_1, \dots, h_d] \quad (1)$$

$$h_i = \text{unifrnd}(\min_i, \max_i)$$

式中,  $h_i$  表示第  $i$  个待寻优参数,  $d$  是待寻优参数的个数, 也就是待优化问题的维度;  $\min_i$  和  $\max_i$  分别为解空间第  $i$  维的下限和上限;  $\text{unifrnd}(\min_i, \max_i)$  函数返回一个均匀分布在  $\min_i$  和  $\max_i$  之间的随机数. 为了指导下一步的局部搜索, 新生成的全局元与全局链表中的元比较, 适应度值较好的全局元被作为潜在解区域的中心记录在结构体的全局链表中. 在局部搜索阶段, 根据式 (2) 在以全局元  $\mathbf{G}$  为中心,  $r$  为半径的局部邻域内随机生成局部元实现对各个潜在解区域的局部搜索.

$$\mathbf{L} = \mathbf{G} + r \times [l_1, \dots, l_d] \quad (2)$$

式中,  $l_i (i = 1, \dots, d)$  是  $-1$  到  $1$  之间的随机数. 新生成的局部元与局部链表中的元比较, 较好的元作为历史信息保留下来. 如果局部元优于该区域的全局元, 则该局部元将取代全局元作为新的潜在解区域中心进入全局链表, 以此向该局域的最优解逼近.

### 2.2 基于多元优化算法的路径规划

在我们提出的方法中, 多元优化算法被用来寻找贝塞尔曲线的最优控制顶点以确定一条最优路径. 本

文以可行条件下,路径长度最短为最优目标,基于贝塞尔曲线的最优路径问题定义为:

$$\mathbf{P}^* = \min(f_{\text{len}}(\mathbf{P}) \mid \mathbf{P} \text{ 可行}) \quad (3)$$

式中  $\mathbf{P}$  是由贝塞尔曲线  $P^e$  所表示的路径,  $f_{\text{len}}(\mathbf{P})$  是路径  $\mathbf{P}$  的长度. 二维坐标系中,由搜索元确定的贝塞尔曲线  $P^e$  可以由式(4)描述.

$$\begin{aligned} P_x^e(t) &= P_x^s B_{0,N}(t) + \sum_{i=0}^{d/2} h_i B_{i,N}(t) + P_x^e B_{N,N}(t) \\ P_y^e(t) &= P_y^s B_{0,N}(t) + \sum_{i=d/2+1}^d h_i B_{i,N}(t) + P_y^e B_{N,N}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $h_i$  表示搜索元的第  $i$  个参数.  $(P_x^s, P_y^s)$  和  $(P_x^e, P_y^e)$  分别表示路径规划问题起点和终点的横纵坐标.  $N$  等于  $d/2 + 1$ ,  $B_{i,N}(t)$  是伯恩斯坦多项式:  $B_{i,N}(t) = C_N^i t^i (1-t)^{N-i}$  ( $i=0, \dots, N$ ).

贝塞尔曲线控制点坐标被作为待寻优参数编码为搜索元. 多元优化算法搜索元通过全局局部交替寻优,进行迭代更新,实现对贝塞尔曲线控制点的调整,以发现长度最短的可行路径,给出路径规划问题寻优解.

图2展示了基于多元优化算法的路径规划方法的伪代码. 其中  $X_{i,j}$  是位于结构表的第  $i$  行,第  $j$  列节点中的搜索元.

```

设置每次迭代中全局元个数  $m$ ; 第  $i$  个局部内分配的局部元个数  $m_i$ ; 局部半径  $r$ ; 最大迭代次数  $I_{\max}$ ; 问题的维度  $d$ ; 解空间第  $i$  维的上、下限  $\min_i$  和  $\max_i$ . 以新生成的全局元, 局部元  $X_{i,j}$  ( $i=1, 2, \dots, m; j=m_i$ ) 及其适应度值初始化结构体.
While  $k < I_{\max}$ 
  For  $i=1:m$  % 全局搜索
     $G_i \leftarrow$  根据式(1)生成全局元
     $P_i \leftarrow$  根据  $G_i$  构造路径
     $f(G_i) \leftarrow$  计算路径  $P_i$  的代价
  End For
  根据  $f(X_{1,i}) < f(X_{1,i+1})$  的原则, 用  $G_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) 更新全局链表.
  For  $i=1:m$ 
    For  $j=1:m_i$  % 局部搜索
       $L_j \leftarrow$  根据式(2)生成  $X_{1,i}$  邻域内的局部元
       $P_j \leftarrow$  根据  $L_j$  构造路径
       $f(L_j) \leftarrow$  计算路径  $P_j$  的代价
    End For
    根据  $f(X_{j,i}) < f(X_{j+1,i})$  的原则, 用  $L_j$  ( $j=1, \dots, m_i$ ) 更新第  $i$  个局部链表.
  End For
   $k = k + 1$ 
End While

```

图2 基于多元优化算法的路径规划方法伪代码

### 2.3 适应度函数设计

本文利用多元优化算法解决最短路径规划问题,

所以在可行的条件下路径越短则越优. 搜索元的适应度就是它所确定的路径的代价. 一条路径  $\mathbf{P}$  的代价函数定义如下:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{P}) &= f_{\text{len}}(\mathbf{P}) + \lambda \times N_{\text{im}} \times f_{\text{len}}(\mathbf{P}) = \sum_{k=2}^m \sqrt{a^2 + b^2} \\ a &= P_x^e\left(\frac{k}{m}\right) - P_x^e\left(\frac{k-1}{m}\right), b = P_y^e\left(\frac{k}{m}\right) - P_y^e\left(\frac{k-1}{m}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $f_{\text{len}}(\mathbf{P})$  是路径  $\mathbf{P}$  的长度,  $m$  是用来确定用来描述路径的连续点的个数的, 如果  $m$  取值过小, 相邻两点距离较大, 会出现由这些点连成的路径与较小障碍物交叉的现象. 本文实验中  $m$  取一个较大的值 1000, 即  $\mathbf{P}$  是由 1000 个点描述的. 如果用于表示路径的 1000 个点都在可行区域, 我们认为这条路径是可行的, 否则其是不可行的. 对于不可行的路径我们实施惩罚策略.  $\lambda$  是平衡路径长度和惩罚的常数, 其被设置为远大于实际最短路径长度的值 500.  $N_{\text{im}}$  是路径  $\mathbf{P}$  上非可行区以及地图外点的个数.

## 3 实验

### 3.1 测试环境

为了构造不同复杂程度的路径规划问题, 本文从游戏 Dragon Age: Origins 标准地图中选择具有多样性、复杂性的 den400d<sup>[15]</sup> 为实验环境. 测试路径规划问题的起点、终点及多元优化算法找到的最短路径如图3所示, 其中可行区域为白色, 障碍物用黑色表示. ‘□’ 和 ‘\*’ 是问题起点和终点标识符号.

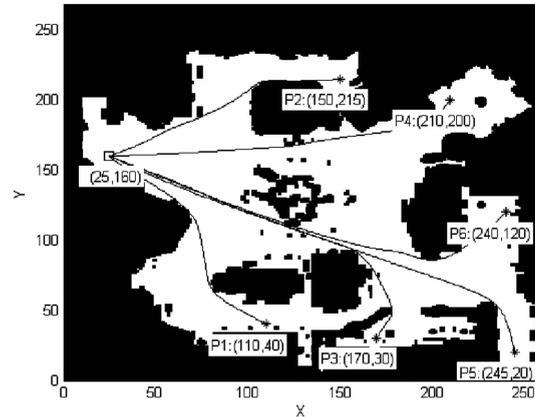


图3 测试地图

### 3.2 实验设置

本文实验使用 Matlab7.1 在英特尔 CPU T1600 和内存为 2.5GB 的计算机上进行. 所有算法的种群规模和最大迭代次数都分别设置为 65 和 450, 所以最大评价函数次数为 29250. 参与比较的算法和参数设置如下:

(1) 精英保留策略的基因算法 (GA with Elitist,

EGA): EGA 算法是一种改进 GA 算法, EGA 迭代中, 当前种群最优解以概率 1 被保留下来, 目的是为了防止找到的最优解丢失. 该算法出处文献中建议 80% 的新一代是由轮盘赌选择产生的, 20% 是由交叉产生的, 基因突变概率为 0.01<sup>[16]</sup>.

(2) 递减惯性权重粒子群优化算法 (PSO with inertia weight, PSO-w): 惯性权重从 1.4 减少到 0.5, 加速度常数  $c_1 = c_2 = 1.49445$ <sup>[17]</sup>.

(3) 萤火虫算法: 随机参数  $\alpha$  是 0.2, 吸引力  $\beta_0$  设置为 1, 光吸收系数  $\gamma$  的值为 1<sup>[18]</sup>.

(4) 多元优化算法: 局部邻域的半径值  $r$  为 20. 所使用的结构体为上三角结构, 其中全局链表长度是 10, 第  $i$  个局部链表长度是  $10 - i$ . 因此, 搜索群由 10 个全局元和 55 个局部元组成.

### 3.3 性能指标

本文用 30 次独立测试获得的统计结果来比较不同方法的性能. 以下三个标准分别用于评估不同方法的最优性<sup>[19]</sup>, 稳定性和有效性.

(1) 可行路径长度. 30 次测试中获得的无碰撞可行的最短路径长度的均值  $M_f$  作为主要指标, 找到无碰撞可行的最短路径的频率  $F_r$  和 T 检验 (Student's t test) 结果作为辅助指标来评价算法的最优性. 最小的  $M_f$  值表明算法找到的最短路径具有最优性. 可行最短路径长度的均值仅考虑了算法找到了可行路径的测试, 因此有必要统计可行率. 可行率也就是 30 次测试中找到可行路径的测试次数与总测试次数的比率. 同时, 利用 T 检验来分析获得最小  $M_f$  值的算法与其它算法在 30 次测试中获得的结果的差异性. 定义算法改善不显著为原假设.  $h = 0$  表示以 5% 的显著水平接受原假设, 即算法改善不显著.  $h = 1$  表示以 5% 的显著水平拒绝原假设, 即算法改善明显.

(2) 成功率 (success rate), 表示为  $R_s$ . 成功率是指算法找到的路径长度小于预设的可接受阈值 (精度) 的测试次数与总测试次数的比率. 较高的成功率表示在一个可接受的精度水平内, 算法解决问题的稳定性较好.

(3) 适应度函数评价次数均值 (average number of fitness function evaluations), 表示为  $A_{fe}$ . 适应度函数评价次数均值是指 30 次测试中算法找到的路径长度小于预设可接受阈值所需要的适应度函数评价次数的平均值. 较小适应度函数评价均值表明较高的效率性.

## 4 结果分析

表 1 列出了可行路径长度的平均值、可行率和 T 检验统计结果. 最好的结果用黑体字标出. 从表 1 中我们可以得到以下结论:

(1) 在除了 P2 以外的所有问题中, 多元优化算法具有最小的  $M_f$  值. 这说明与精英保留策略的基因算法、递减惯性权重粒子群优化算法和萤火虫算法相比, 多元优化算法找到的路径较优.

(2) 多元优化算法和萤火虫算法都以 100% 的可行率找到了可行路径, 而 EGA 和 PSO-w 不能保证 100% 的可行率. 这说明 EGA 和 PSO-w 易陷入局部最优解而无法找到可行路径. 但是多元优化算法和萤火虫算法具有跳出局部最优解的能力.

(3) 多元优化算法获得最小  $M_f$  值时, 除了问题 P4 外, 其它方法 T 检验获得的  $h$  值都为 1. 这表明, 在大部分测试中多元优化算法获得的最短路径较其它几个方法有明显改善.

综上所述, 多元优化算法能够以较高的可行率获得较优的路径且改善水平显著. 因此, 多元优化算法在最优性方面优于精英保留策略的基因算法, 递减惯性权重粒子群优化算法和萤火虫算法.

表 1 路径长度统计结果

问题	EGA			PSO-w			FA			MOA		
	$M_f$	$F_r$	$h$									
P1	167.8	1	1	164.8	0.8	1	182	1	1	155.3	1	-
P2	142.9	0.6	0	141.3	0.2	-	170.7	1	1	141.5	1	0
P3	247.1	0.7	1	227.9	0.83	1	247.9	1	1	220.5	1	-
P4	202.4	1	1	199.5	1	0	209	1	1	195.7	1	-
P5	277.2	0.13	1	274.9	0.13	1	292.5	1	1	272.4	1	-
P6	254	0.4	1	248.8	0.43	1	261.8	1	1	245.6	1	-

在路径规划问题中, 方法的稳定性和效率也是一个重要的指标. 表 2 中列出了成功率和适应度函数评价次数的均值. 为了统计成功率, 所有方法找到的最小  $M_f$  值的 1.1 倍作为可接受阈值. 对于问题 P1 ~ P6, 阈值分别是 170, 156, 241, 215, 299 和 269.

表 2 成功率和适应度函数评价次数均值

问题	EGA		PSO-w		FA		MOA	
	$R_s$	$A_{fe}$	$R_s$	$A_{fe}$	$R_s$	$A_{fe}$	$R_s$	$A_{fe}$
P1	0.83	9.56E+03	0.73	8.51E+03	0	-	1	1.68E+03
P2	0.6	1.48E+04	0.2	2.37E+04	0.07	2.86E+04	1	3.40E+03
P3	0.3	2.15E+04	0.77	1.09E+04	0.2	2.72E+04	1	2.96E+03
P4	0.9	3.65E+03	0.9	3.52E+03	0.97	1.18E+04	1	1.13E+03
P5	0.13	2.55E+04	0.13	2.56E+04	0.67	1.94E+04	1	1.87E+03
P6	0.4	1.87E+04	0.43	1.69E+04	0.93	1.06E+04	1	1.76E+03

由表 2 我们可以得出以下结论:

(1) 多元优化算法解决所有测试问题的成功率均为 100%, 都大于精英保留策略的基因算法, 递减惯性权重粒子群优化算法和萤火虫算法. 可见, 多元优化算法在稳定性上优于其它几个参与比较的方法.

(2)与精英保留策略的基因算法、递减惯性权重粒子群优化算法和萤火虫算法相比,多元优化算法规划出路径长度低于指定可接受阈值所需要的适应度值函数评价次数均值较小.这说明多元优化算法具有较高的效率.

综上所述,多元优化算法能够在较少的适应度值评价次数内获得较高的成功率.

## 5 结论

本文利用多元优化算法寻找最优贝塞尔曲线的控制点来解决最短路径规划问题.基于标准测试地图,我们进行了对比试验,从最优性、稳定性和效率三个方面比较了多元优化算法以及其它三个常用智能优化算法的性能.结果表明,多元优化算法在最优性、稳定性和效率方面优于其它参与比较方法的.

基于多元优化算法的路径规划方法需要根据地图的大小,人工调整局部邻域半径 $r$ ,以获得较好的性能.下一步的工作将集中在利用局部链表中的历史信息自适应调整局部邻域半径 $r$ 以期保证算法效率和稳定性的同时提高最优解质量.

## 参考文献

- [1] Canny J, Reif J. New lower bound techniques for robot motion planning problems [A]. IEEE Symposium on the Foundations of Computer [C]. Los Angeles, CA, USA; IEEE, 1987. 49 - 60.
- [2] Raja P, Pugazhenth S. Optimal path planning of mobile robots: A review [J]. International Journal of Physical Sciences, 2012, 7(9): 1314 - 1320.
- [3] Hu Y, Yang S X. A knowledge based genetic algorithm for path planning of a mobile robot [A]. 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation [C]. New Orleans, LA, USA; IEEE, 2004. 4350 - 4355.
- [4] 柳长安, 鄢小虎, 刘春阳, 等. 基于改进蚁群算法的机器人动态路径规划方法 [J]. 电子学报, 2011, 39(5): 1220 - 1224.  
Liu Chang-an, Yan Xiao-hu, Liu Chun-yang, et al. Dynamic path planning for mobile robot based on improved ant colony optimization algorithm [J]. Acta Electronic Sinica, 2011, 39(5): 1220 - 1224. (in Chinese)
- [5] 周兰凤, 洪炳熔. 用基于知识的遗传算法实现移动机器人路径规划 [J]. 电子学报, 2006, 34(5): 911 - 914.  
Zhou Lan-feng, Hong Bin-rong. A knowledge based genetic algorithm for path planning of a mobile robot [J]. Acta Electronic Sinica, 2006, 34(5): 911 - 914. (in Chinese)
- [6] 吴宪祥, 郭宝龙, 王娟. 基于粒子群三次样条优化的移动机器人路径规划算法 [J]. 机器人, 2009, 31(6): 556 - 560.  
Wu Xian-xiang, Guo Bao-long, Wang Juan. Mobile robot path planning algorithm based on particle swarm optimization of cubic splines [J]. Robot, 2009, 31(6): 556 - 560. (in Chinese)
- [7] 徐晓晴, 朱庆保. 动态环境下基于多人工鱼群算法和避碰规则库的机器人路径规划 [J]. 电子学报, 2012, 40(8): 1694 - 1700.  
Xu Xiao-qing, Zhu Qing-bao. Multi-artificial fish-swarm algorithm and a rule library based dynamic collision avoidance algorithm for robot path planning in a dynamic environment [J]. Acta Electronic Sinica, 2012, 40(8): 1694 - 1700. (in Chinese)
- [8] 陈刚, 沈林成. 复杂环境下路径规划问题的遗传路径规划方法 [J]. 机器人, 2001, 23(1): 40 - 44.  
Chen Gang, Shen Lin-cheng. Genetic path planning algorithm for complex environment path planning [J]. Robot, 2001, 23(1): 40 - 44. (in Chinese)
- [9] Fister I, Yang X S, Fister D, et al. Firefly Algorithm: A Brief Review of the Expanding Literature [M]. Berlin: Springer, 2014, 347 - 360.
- [10] Yang X S. Firefly Algorithms for Multimodal Optimization [M]. Berlin: Springer, 2009: 169 - 178.
- [11] Liu C, Gao Z, Zhao W. A new path planning method based on firefly algorithm [A]. 2012 Fifth International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization [C]. Harbin; IEEE, 2012. 775 - 778.
- [12] Ostadmohammadi Arani B, Mirzabeygi P, Shariat Panahi M. An improved PSO algorithm with a territorial diversity-preserving scheme and enhanced exploration-exploitation balance [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2013, 11(2013): 1 - 15.
- [13] Li B L, Shi X L, Gou C X, et al. Multivariate optimization algorithm for multimodal optimization [A]. Proceedings of the International Conference on Mechanical Engineering, Materials and Energy [C]. Switzerland; Trans Tech Publications Ltd, 2014. 453 - 457.
- [14] Liang J J, Song H, Qu B Y, et al. Comparison of three different curves used in path planning problems based on particle swarm Optimizer [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014(2014): (1 - 15).
- [15] Sturtevant N R. Benchmarks for grid-based path finding [J]. IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games, 2012, 4(2): 144 - 148.
- [16] Djurišić A B. Elite genetic algorithms with adaptive mutations for solving continuous optimization problems-application to modeling of the optical constants of solids [J]. Optics Communications, 1998, 151(1): 147 - 159.
- [17] Shi Y, Eberhart R. A modified particle swarm optimizer [A]. 1998 IEEE International Conference on Computa-

- tional Intelligence [C]. Anchorage, AK: IEEE, 1998. 69 - 73.
- [18] Yang X S. Firefly algorithm, stochastic test functions and design optimisation [J]. International Journal of Bio-Inspired Computation, 2010, 2(2): 78 - 84.
- [19] 曲道奎, 杜振军, 等. 移动机器人路径规划方法研究 [J]. 机器人, 2008, 30(2): 97 - 101.
- Qu D K, Du Z J, et al. Research on path planning for a mobile robot [J]. Robot, 2008, 30(2): 97 - 101. (in Chinese)

### 作者简介



**李宝磊** 男, 1987 年 4 月出生, 河南驻马店人. 2009 年毕业于延边大学通信工程系, 2012 年获得云南大学通信与信息系统专业硕士研究生学位, 2012 年进入云南大学信息与通信工程专业攻读博士学位, 现在为南阳师范学院讲师, 从事自适应信号处理、智能优化算法方面的有关研究.

E-mail: bl\_li@qq.com



**吕丹桔** 女, 1977 年 11 月出生, 云南昭通人, 副教授. 分别于 2000 年、2012 年在云南大学获工学学士和工学硕士, 2012 年进入云南大学信息与通信工程专业, 现为博士研究生, 主要从事智能优化算法、信号检测方面的有关研究.

E-mail: lvdanjv@gmail.com



**张钦虎** 男, 1988 年 8 月出生, 四川南充人. 2012 年毕业于内江师范学院电子信息工程, 于 2012 年进入云南大学信息学院攻读硕士研究生学位, 从事自适应信号处理、智能优化算法方面的有关研究.

E-mail: 472765713@qq.com



**施心陵(通信作者)** 男, 1956 年 4 月出生, 云南昆明人. 1983 年毕业于云南大学无线电电子学专业, 现为云南大学信息学院教授、博士生导师. 主要从事智能优化算法、生物医学、自适应信号处理等方面的研究工作.

E-mail: xlshi@ynu.edu.cn



**张榆锋** 男, 1965 年出生, 云南昆明人. 1986 年、1989 年和 2009 年分别在云南大学获工学学士、工学硕士和工学博士学位, 现为云南大学信息学院教授、博士生导师. 主要从事物医学工程与超声医学工程等方面的研究工作.

E-mail: zhangyf@ynu.edu.cn



**陈建华** 男, 1964 年出生, 云南昆明人. 现为云南大学信息学院电子工程系教授、博士生导师, 主要从事信息传输理论与应用, 信号处理等方面的研究工作.

E-mail: chenjh@ynu.edu.cn