

# 向心运动耦合机构设计与分析

高慧芳 刘婧芳 余跃庆

(北京工业大学机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124)

**摘要:** 针对正四面体的几何结构特点及对称性, 将其棱边和顶点分别用两种构件替代, 并通过单自由度转动副连接组合得到正四面体的等效几何基础模型。采用添加支链改变约束系的方法得到了基本可动单元体, 进一步通过单元体的组合重构, 设计了一种类正四面体耦合机构。基于独立运动分流标记法对其进行了运动性质分析, 并通过 Matlab 软件得到各对称节点位移变化曲线, 分析表明了设计的新机构具有 2 个移动自由度并且可以实现向心运动。

**关键词:** 耦合机构; 正四面体; 添加支链; 向心运动

**中图分类号:** TH112    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1000-1298(2016)06-0373-08

## Design and Analysis of Coupled Radial Mechanism

Gao Huifang Liu Jingfang Yu Yueqing

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** A novel coupled mechanism was synthesized based on the particular geometrical construction and high symmetry of the regular tetrahedron. Firstly, two simple types of substitutive element component were designed and implanted in the location of all vertexes and edges contained in the regular solid respectively. An equivalent geometrical basic model was obtained with combination of the element parts connected by revolution joints according to frame of regular tetrahedron. The relative studies of the basic geometrical model with four congruent sub-structures were converted into a 6-bar closed-loop linkage. Secondly, the mobility of geometrical basic model was determined on the basis of independent motion shunting measurement method. The approach of adding chains was adopted to allocate the constraint sets and rearrange the components spatially when the closed-loop linkage was rigid on the basis of the screw theory. The element unit loop structure was abstracted by the means of modifying the constraint set of the 6-bar closed-loop linkage with the corresponding added chains symmetrically. Finally, the novel quasi-regular tetrahedron coupled mechanism was established with regroup of the identical elementary units according to the same way of combining the equivalent geometrical model. To define the motion of the new mechanism, a three-dimensional model was developed based on the SolidWorks for simulation analysis and the displacement variation of the output part and the other two symmetrical node components was provided by Matlab. The results showed that the new-designed coupled mechanism had two translational degrees of freedom which belonged to a plane perpendicular to the base and the three node components located in the vertexes had the same radial motion trend directed to the geometrical centre of the new structure. The mobility and the centripetal characteristic of the mechanism were verified correctively. This new structure can be applied to the executing structure of the deployable mobile robot.

**Key words:** coupled mechanism; regular tetrahedron; adding chains; radial mechanism

收稿日期: 2016-03-01 修回日期: 2016-03-28

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(51475015)和公路养护装备国家工程实验室(长安大学)开放基金项目(310825151130)

**作者简介:** 高慧芳(1988—), 女, 博士生, 主要从事机构学理论和方法设计研究, E-mail: gaohuifang369@126.com

**通信作者:** 刘婧芳(1985—), 女, 副教授, 主要从事机构学理论和方法设计研究, E-mail: jfliu@bjut.edu.cn

## 引言

多环耦合机构作为一种更加复杂的混联机构,是机构类型发展的必然趋势。近年来,混联机构由于结合了串并联机构各自的优点已成为机构学领域的一个重要研究方向,其中一些机构在实际生产中得到了广泛的应用<sup>[1-6]</sup>。自20世纪后期以来,关于并联机构构型综合的方法理论相继被提出、丰富和完善,设计发明了许多并联机构,这些构型综合理论可以归结为运动综合法<sup>[7-9]</sup>和约束综合法2种类型<sup>[10-12]</sup>。但是,多环耦合机构的输入和输出构件之间的连接支链并不独立,彼此之间相互耦合形成复杂的网状或环状结构,此结构特点决定了关于并联机构的构型综合理论对此类新型机构并不适用。

目前存在的多环耦合机构通常以多面体的形式存在,通过特定单元体的巧妙组合或堆叠设计得到,具备了结构功能及外观的双重优点,符合机构发展趋势并在一些特定场合得到了很好的应用。特别是具有高度对称性的正多面体耦合机构,在运输存储和工作过程可以根据需求伸缩至特定位形,该类机构作为一类重要的伸缩机构,其本身具有完美奇妙的外观、高度的对称性以及空间堆积性能,受到了学者们的青睐。基于正多面体结构形式的耦合机构是多环耦合机构研究的主要内容,目前关于此类特殊耦合机构的设计研究并不多。姚燕安等采用将特定的移动副单元、平行四边形缩放单元及转动副单元组合的方法,设计了多面体翻滚机构<sup>[13-14]</sup>。文献<sup>[15-22]</sup>设计的多面体耦合机构在日常生活、生产加工以及重型工业等方面有良好的应用。

本文以正四面体的特殊几何结构特点和对称性为新型机构设计的切入点,将其顶点和棱边用特定形式的单元构件替代得到正四面体等效几何基础模型,基于螺旋理论,采用添加支链改变约束系的方法设计一种具有向心运动性质的类正四面体耦合机构,以期能够实现2自由度的移动。采用独立运动分流标记方法<sup>[23-24]</sup>对其运动性质进行分析。

## 1 基于正四面体结构的耦合机构构型设计

正四面体所有顶点间的距离都相等,每个顶点处棱边的汇聚连接情况完全相同。基于正四面体的这种几何结构特点建立等效几何基础模型,再根据对称性采用添加支链改变约束系的方法建立基本单元体结构,并通过组合基本单元体设计得到一种耦合机构。

### 1.1 建立等效几何基础模型

正四面体是由4个全等正三角形围成的空间封

闭图形,图1a为其结构形态示意图。图中正四面体的4个顶点A、B、C、D均与3条棱边连接,将这4个顶点分别用如图1b所示的构件替代,6条棱边分别用如图1c所示的构件替代。其中图1b所示顶点替代构件为正三角形构件,3个转动副轴线均位于构件本身所在平面内,且相邻轴线之间夹角均为 $60^\circ$ ;图1c所示棱边替代构件为二副杆构件,两转动副轴线平行。

因此,将正三角形构件和二副杆构件分别替代正四面体的所有顶点和棱边,并按其结构布局,用R副(转动副)将上述替代构件组合连接,就得到一个类正四面体等效几何基础模型,如图1d所示。图中构件 $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$ 和 $D_4$ 分别与图1a中的4个顶点A、B、C、D对应,构件 $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$ 、 $L_4$ 、 $L_5$ 和 $L_6$ 分别与正四面体的6条棱边AB、BD、AC、CD、BC和AD对应。

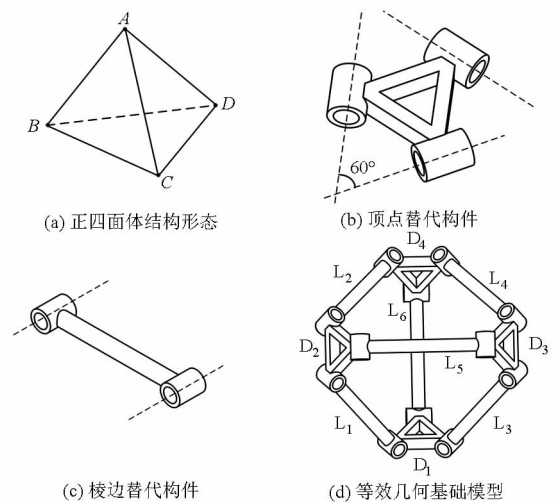


图1 正四面体及替代构件结构示意图

Fig. 1 Sketches of regular tetrahedron and substitutive components

### 1.2 配置基本单元体结构

同时注意到,上述等效几何基础模型可看作由4个相同的图1d所示环状结构顺次相接得到。每个环状结构与图1a所示正四面体结构形态中的1个正三角形面对应,如图2a所示环状结构与图1a中正三角形面ABC对应。根据对称性,这4个环状结构受到的约束是相同的。以环状结构为分析单元,把整个机构的约束问题简化为单元环状结构的约束分析,通过添加支链的方法配置支链空间布局得到基本单元体结构。

首先分析单元环状结构受到的约束系。以图2a所示环状结构为例,选择构件 $D_1$ 为机架,构件 $D_2$ 为动平台,该结构可以看作是由分支1: $D_1-L_1-D_2$ -和分支2: $D_1-L_3-D_3-L_5-D_2$ -并联得到。由螺旋基础理论<sup>[2]</sup>可知,分支1为动平台提供4个约束,包括2个约束力偶和2个约束力,其中2个约束力

偶的方向均与杆  $L_1$  转动副轴线所在方向垂直, 1 个约束力沿杆  $L_1$  杆长方向, 1 个约束力沿杆  $L_1$  转动副轴线方向。分支 2 为动平台提供 2 个约束, 包括 1 个约束力偶和 1 个约束力, 其中约束力偶方向与构件  $D_3$  所在平面垂直, 约束力与杆  $L_3$  和  $L_5$  所有转动副轴线交点得到的连线方向重合。所以环状结构在空间任意方向的移动和转动自由度均被约束, 为刚性结构。

为使其变成期望的可动结构, 添加支链改变各分支的约束螺旋系, 配置构件的空间布局使环状结构变成可动的。考虑到耦合机构结构形式的多样性, 本文只考虑含 R 副的机构, 所以添加支链得到的可动机构的运动螺旋系由若干线矢量组成。一般伸缩机构具有往复移动运动, 根据螺旋相关性和相逆性的几何判断法<sup>[2]</sup>, 与分支的运动螺旋系相逆的

线矢量必须与所有偶量相垂直且与所有线矢量相交, 所以在分支 1 中添加 1 个图 1c 所示构件组成两杆三副杆组, 以下简称杆组, 见图 2b。这样添加支链可以减少分支 1 提供给动平台的 1 个约束力, 使其具有与杆组轴线方向垂直的移动。用同样的方法给分支 2 添加支链, 并对整个环包含构件的空间布局进行配置, 得到图 2c 所示的可动运动环, 将其作为基本单元体进行耦合机构的重构与设计。最终组合得到的新型耦合机构包含的所有环路和节点数要符合多面体欧拉公式<sup>[2]</sup>

$$V + F - E = 2 \quad (1)$$

式中  $V$ ——多面体包含所有顶点数  
 $F$ ——多面体包含所有面数  
 $E$ ——多面体包含所有棱边数

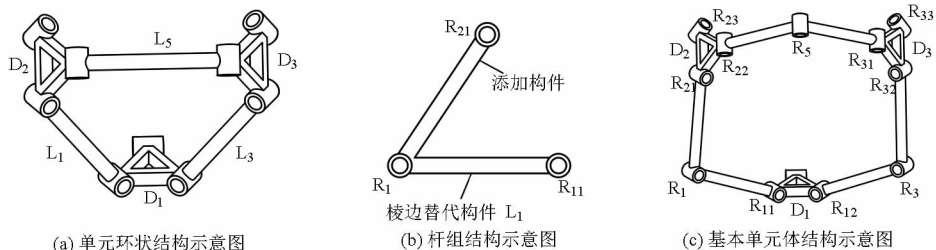


图 2 模型结构示意图

Fig. 2 Mechanism sketches of model

### 1.3 重构耦合机构

用图 2c 所示的基本单元体替换等效几何基础模型中对应的其他 3 个不可动环状结构, 组合得到一种类正四面体耦合机构, 见图 3。机构包括 8 个面 ( $V = 8$ )、18 个顶点 ( $F = 18$ )、24 条棱边 ( $E = 24$ ), 满足式 (1) 所示欧拉定理。

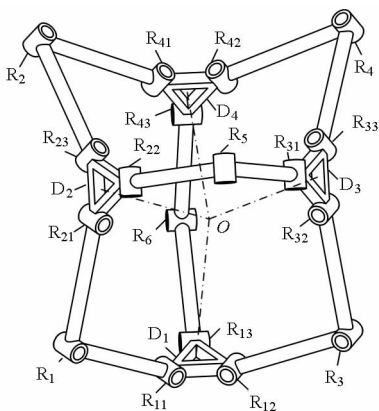


图 3 类正四面体耦合机构结构

Fig. 3 Sketch of novel coupled mechanism

可见此类正四面体耦合机构是由 4 个结构相同的基本单元体组合连接得到, 每个基本单元体是包含 3 个正三角形构件的 9 杆空间单环结构。整个机构包含 4 个正三角形构件和 12 个二副杆, 由 18 个转动副连接形成一个复杂的多环网状机构。其中, 4

个正三角形构件为节点构件, 记为  $D_i (i = 1, 2, 3, 4)$ ; 每个节点构件上对称分布 3 个转动副, 用  $R_{j1} \sim R_{j3} (j = 1, 2, 3, 4)$  表示; 每个杆组的中间转动副记为  $R_k (k = 1, 2, \dots, 6)$ 。设计的机构由 4 个节点构件和 6 个杆组组成, 过各节点构件的重心且垂直于各自所在平面的直线相交于一点  $O$ , 为机构某一时刻的几何中心, 整个机构关于该点对称。图 3 为机构运动过程中的任意时刻, 将该时刻机构的位形记为初始位形。

## 2 机构运动性质分析

基于独立运动分流标记法对机构的运动性质进行分析。首先, 根据分流标记原则将机构解耦为多个独立运动分支, 确定从机架至末端件的运动传输路线; 然后, 根据机构的几何对称性建立合理的坐标系, 基于螺旋理论分析各独立运动分支施加给末端件的约束, 并将其等效为相对于机架的独立运动单链, 通过对等效机构的运动和约束螺旋进行分析, 可以分析确定设计机构的自由度数目及性质。

固定构件  $D_1$  为机架, 节点构件  $D_4$  为动平台, 根据运动分流原则, 动平台  $D_4$  上含有 3 个转动副  $R_{41}$ 、 $R_{42}$  和  $R_{43}$ , 所以该多环耦合机构可以拆分为 3 个独立的分支, 用虚线箭头将各分支的运动传输路线在机构中标出, 见图 4。对应各分支的结构组成框图

如图5所示。

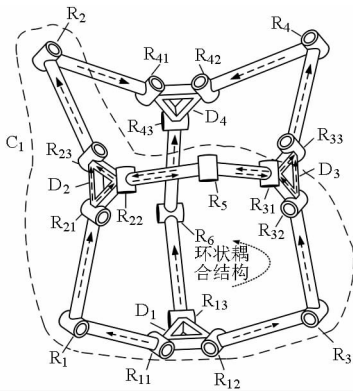


图4 机构运动分流标记示意图

Fig. 4 Motion flow sign sketch of novel mechanism

$$D_1 - \begin{bmatrix} R_{11} - R_1 - R_{21} \\ R_{12} - R_3 - R_{32} - R_{31} - R_5 - R_{22} \end{bmatrix} - D_2 - R_{23} - R_2 - R_{41} - D_4$$

$$D_1 - \begin{bmatrix} R_{12} - R_3 - R_{32} \\ R_{11} - R_1 - R_{21} - R_{22} - R_5 - R_{31} \end{bmatrix} - D_3 - R_{33} - R_4 - R_{42} - D_4$$

$$D_1 - R_{13} - R_6 - R_{43} - D_4$$

图5 机构3个分支结构

Fig. 5 Three branches of novel mechanism

将机架与动平台上的转动副之间的运动连接记为  $C_i (i=1,2,3)$ , 则3个分支可以分别表示为: 第1分支  $C_1 - R_{41}$ , 第2分支  $C_2 - R_{42}$  和第3分支  $C_3 - R_{43}$ 。其中, 第1分支和第2分支中各含有一个耦合节点, 分别为  $D_2$  和  $D_3$ , 节点处各有2个运动副指向机架, 这样分支1和分支2中的耦合部分是由两条子分支  $C_{i1} \cup C_{i2} (i=1,2)$  并联组成, 是1个9杆9副环状结构。初始位形时刻, 分支1和分支2关于几何中心  $O$  对称分布, 只需要选择其中1个分支进行自由度及约束分析。这里选择第2分支为研究对象, 其结构组成和运动流向如图6所示。

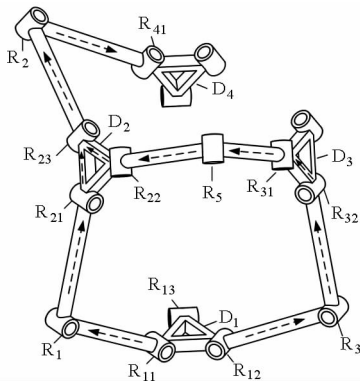


图6 分支1结构图

Fig. 6 Sketch of branch 1

## 2.1 第1分支 $C_1 - R_{41}$ 运动约束分析

### 2.1.1 分支 $C_1$ 运动约束分析

由图5可知, 初始时刻第一分支中并联分支  $C_{11}$  和  $C_{12}$  分别为  $C_{11}: D_1 - R_{11} - R_1 - R_{21}$ ,  $C_{12}: D_1 - R_{12} - R_3 - R_{32} - R_{31} - R_5 - R_{22}$ , 这2个并联分支组成一个空间

单环结构。其中, 转动副  $R_{11}$ 、 $R_1$  和  $R_{21}$  的轴线相互平行,  $R_{12}$ 、 $R_3$  和  $R_{32}$  的轴线相互平行,  $R_{31}$ 、 $R_5$  和  $R_{22}$  的轴线相互平行。假设  $R_1$  和  $R_5$  的轴线相交于点  $O_{11}$ ,  $R_3$  和  $R_5$  的轴线相交于点  $O_{12}$ ,  $R_1$  和  $R_3$  的轴线相交于点  $O_{13}$ , 根据对称性容易得到  $O_{11}$ 、 $O_{12}$  及  $O_{13}$  重合于一点, 记为  $O_1$ 。过点  $O_1$  作平行于机架  $D_1$ , 且垂直于转动副  $R_{13}$  轴线的直线  $O_1O'_1$ , 那么形成的平面  $R_5O_1O'_1$  就是  $C_{11}$  和  $C_{12}$  形成环状结构的对称平面。

以点  $O_1$  为坐标原点建立坐标系  $O_1X_1Y_1Z_1$ , 使  $X_1$  轴沿  $O_1O'_1$  方向,  $Z_1$  轴垂直于对称平面  $R_5O_1O'_1$ , 如图7所示。由右手法则可判断出位于对称平面内

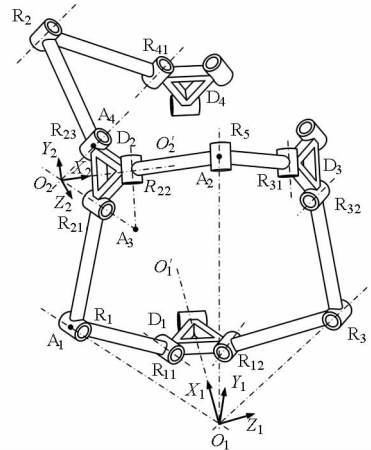


图7 分支1分析坐标系示意图

Fig. 7 Analysis coordinate sketch of branch 1

$Y_1$  轴方向。在坐标系  $O_1X_1Y_1Z_1$  中, 假设  $R_1$  轴线中心点位置坐标记为  $A_1 = (a_1, 0, c_1)$ ,  $R_5$  轴线中心点位置坐标记为  $A_2 = (a_2, b_2, 0)$ ,  $R_{21}$  和  $R_{22}$  轴线交点位置坐标记为  $A_3 = (l_1, m_1, n_1)$ , 则在该坐标系中, 支链  $C_{11}$  的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11} = (a_1 & 0 & c_1; & d_1 & e_1 & f_1) \\ \mathcal{S}_1 = (a_1 & 0 & c_1; & 0 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}_{21} = (a_1 & 0 & c_1; & c_1 m_1 & a_1 n_1 - c_1 l_1 & -a_1 m_1) \end{cases} \quad (2)$$

式中  $d_1, e_1, f_1$  ——旋量  $\mathcal{S}_{11}$  对偶部的3个分量

式(2)中  $d_1, e_1$  及  $f_1$  均为与转动副轴线位置有关的变量, 其大小可通过位置分析求解, 与分析机构运动及约束的问题无关。螺旋  $\mathcal{S}_{11}$ 、 $\mathcal{S}_1$ 、 $\mathcal{S}_{21}$  的下角标与表示转动副的下角标一一对应。求解式(2)的反螺旋, 得到该支链的约束螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11}^{1r} = (a_1 & 0 & c_1; & 0 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}_{11}^{2r} = (0 & 0 & 0; & 0 & 1 & 0) \\ \mathcal{S}_{11}^{3r} = (0 & 0 & 0; & d_1 & 0 & f_1) \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\mathcal{S}_{ij}^{mr}$  ——支链  $C_{ij} (i, j=1, 2)$  的第  $m$  个反螺旋式(3)表明支链  $C_{11}$  施加给  $D_2$  的约束为1个约

束力和2个约束力偶。其中,约束力 $\mathcal{S}_{11}^r$ 沿转动副 $R_1$ 轴线方向,限制了 $D_2$ 沿该方向的移动;约束力偶 $\mathcal{S}_{11}^{2r}$ 和 $\mathcal{S}_{11}^{3r}$ 的方向均与转动副 $R_1$ 轴线方向垂直,限制了 $D_2$ 绕这2个方向的转动。

根据对称性,支链 $C_{12}$ 的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{12} = (a_1 & 0 & -c_1; & -d_1 & -e_1 & f_1) \\ \mathcal{S}_3 = (a_1 & 0 & -c_1; & 0 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}_{32} = (a_1 & 0 & -c_1; & -c_1 m_1 & -a_1 n_1 + c_1 l_1 & -a_1 m_1) \\ \mathcal{S}_{31} = (a_2 & b_2 & 0; & b_2 n_1 & -a_2 n_1 & b_2 l_1 - a_2 m_1) \\ \mathcal{S}_5 = (a_2 & b_2 & 0; & 0 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}_{22} = (a_2 & b_2 & 0; & -b_2 n_1 & a_2 n_1 & b_2 l_1 - a_2 m_1) \end{cases} \quad (4)$$

求反螺旋,得到该支链的约束螺旋系为

$$\mathcal{S}_{12}^{lr} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad d_1 b_2 \quad -a_1 d_1 \quad -f_1 b_2) \quad (5)$$

式(4)表明支链 $C_{12}$ 中存在1个局部自由度,式(5)说明该支链施加给节点构件1个约束力偶,该力偶所在方向沿转动副 $R_{21}$ 和 $R_{22}$ 轴线形成平面的法线方向,限制了 $D_2$ 绕该法线方向的转动。

对式(3)和(5)的合集求二次反螺旋,得

$$\mathcal{S}_{11}^g = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0; & -c_1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0; & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中 $\mathcal{S}_{11}^g$ ——环状结构的二次反螺旋

式中 $\mathcal{S}_{11}^g$ 包括2个移动螺旋,两者均沿与转动副 $R_{21}$ 轴线垂直的方向,表明节点构件 $D_2$ 相对于机架的独立运动可以等效为2个与转动副 $R_{21}$ 轴线垂直方向的移动 $P_1$ 和 $P_2$ 。所以,分支 $C_1$ 相对于机架的独立运动可以等效为广义运动链 $P_1-P_2-R_{23}-R_2-R_{41}$ 。

### 2.1.2 第1分支运动约束分析

如图7所示,假设转动副 $R_{21}$ 和 $R_{23}$ 轴线相交于点 $O_2$ ,在构件 $D_2$ 所在平面内,过交点 $O_2$ 作垂直于转动副 $R_{22}$ 轴线方向的垂线 $O_2 O_2'$ 。建立坐标系 $O_2 X_2 Y_2 Z_2$ ,以 $D_2$ 所在平面为 $X_2 O_2 Z_2$ 面,使 $X_2$ 轴沿 $O_2 O_2'$ 方向, $Y_2$ 轴垂直于 $Y_2 O_2 Z_2$ 面。在坐标系 $O_2-X_2 Y_2 Z_2$ 中,假设 $R_{21}$ 轴线中心点位置坐标标记为 $A_4 = (a_3, 0, c_3)$ ,那么第1分支等效运动链的运动螺旋系表示为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{p1} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad p_1 \quad q_1 \quad r_1) \\ \mathcal{S}_{p2} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad p_2 \quad q_2 \quad r_2) \\ \mathcal{S}_{23} = (a_3 \quad 0 \quad -c_3; \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\ \mathcal{S}_2 = (a_3 \quad 0 \quad -c_3; \quad p_3 \quad q_3 \quad r_3) \\ \mathcal{S}_{41} = (a_3 \quad 0 \quad -c_3; \quad p_4 \quad q_4 \quad r_4) \end{cases} \quad (7)$$

式中 $p_1, q_1, r_1$ ——旋量 $\mathcal{S}_{p1}$ 对偶部的3个分量

$p_2, q_2, r_2$ ——旋量 $\mathcal{S}_{p2}$ 对偶部的3个分量

$p_3, q_3, r_3$ ——旋量 $\mathcal{S}_2$ 对偶部的3个分量

$p_4, q_4, r_4$ ——旋量 $\mathcal{S}_{41}$ 对偶部的3个分量  
求反螺旋,得到该等效支链的约束螺旋系为

$$\mathcal{S}_1^r = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0; & c_3 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0; & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

式(8)表明第1分支对动平台的约束螺旋系为2个约束力偶,均与 $R_{41}$ 轴线方向垂直,位于与轴线垂直的平面内,即约束了 $D_4$ 绕这2个方向的转动。

## 2.2 机构整体运动约束分析

第1分支和第2分支结构对称,所以施加给动平台的约束性质相同,均为2个约束力偶,限制了动平台 $D_4$ 绕约束力偶所在方向的转动。

第3分支结构同第1分支(或第2分支)中 $C_{11}$ (或 $C_{21}$ )结构相同,所以该分支施加给动平台1个约束力和2个约束力偶,其中约束力沿 $R_{43}$ 轴线方向,2个约束力偶方向均与 $R_{43}$ 轴线方向垂直,分别限制了 $D_4$ 沿该轴线方向的移动和与该轴线方向垂直的2个方向的转动。

以坐标系 $O_1 X_1 Y_1 Z_1$ 为整体坐标系,各分支提供给动平台的约束为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1^{lr} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad u_1 \quad v_1 \quad w_1) \\ \mathcal{S}_1^{2r} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2) \\ \mathcal{S}_2^{lr} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad -u_1 \quad -v_1 \quad w_1) \\ \mathcal{S}_2^{2r} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad -u_2 \quad -v_2 \quad w_2) \\ \mathcal{S}_3^{lr} = (0 \quad 0 \quad 1; \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\ \mathcal{S}_3^{2r} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad 0 \quad 1 \quad 0) \\ \mathcal{S}_3^{3r} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad 1 \quad 0 \quad 0) \end{cases} \quad (9)$$

式中 $u_1, v_1, w_1$ ——旋量 $\mathcal{S}_1^{lr}$ 对偶部的3个分量

$u_2, v_2, w_2$ ——旋量 $\mathcal{S}_1^{2r}$ 对偶部的3个分量

式(9)求二次反螺旋为

$$\mathcal{S}^r = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0; & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0; & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

这表明在初始时刻动平台有2个移动自由度,方向分别沿 $X_1$ 轴和 $Y_1$ 轴,即动平台 $D_4$ 在初始位形下的运动位于 $X_1 O_1 Y_1$ 平面内,方向与 $X_1$ 轴和 $Y_1$ 轴有一定夹角。

## 2.3 等效机构输出件的自由度分析

根据上述分析,整个耦合机构等效为图8所示的机构。等效机构包括12个杆件、13个运动副。其中分支1和分支2结构相同且对称,每个分支中的环状结构有1个局部自由度,并且相对于机架的独立运动都可等效为广义运动链 $P_1-P_2-R_1'-R_2'-R_3'$ ,共给动平台提供4个约束力偶,分支3给动平台提供1个约束力和2个约束力偶,整个机构存在3个并联冗余约束。由修正的G-K公式<sup>[3]</sup>,计算末端

件的自由度为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \zeta = 6(12 - 13 - 1) + 13 + 3 - 2 = 2 \quad (11)$$

式中  $M$ ——机构自由度  $d$ ——机构阶数  
 $n$ ——机架构件数目  $g$ ——运动副数目  
 $f_i$ ——第  $i$  个运动副的自由度  
 $v$ ——并联冗余约束  
 $\zeta$ ——机构中存在的局部自由度

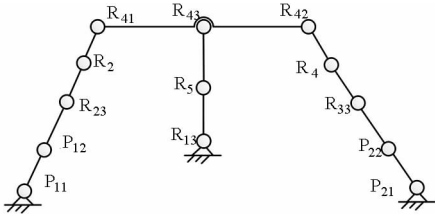


图8 等效机构示意图

Fig. 8 Equivalent mechanism sketch of coupled mechanism

### 3 运动特性分析

为了直观验证本文设计的机构为具有向心运动特性的2移动自由度耦合机构,应用 SolidWorks 建立耦合模型,用 Matlab 软件分析构件  $D_2$ 、 $D_3$  及  $D_4$  在空间3个方向的位移变化曲线,研究机构末端件的输出运动特性和整个机构具有的向心运动特性。

#### 3.1 机构输出运动性质分析

建立类正四面体耦合机构的三维模型及整体坐标系  $OXYZ$ ,如图9所示,其中原点  $O$  与机架  $D_1$  的几何中心重合, $XOY$  平面位于机架  $D_1$  所在平面, $X$  轴与转动副  $R_{13}$  轴线方向平行,由右手螺旋法则可确定  $Z$  轴方向,图10为机架  $D_1$  的俯视图。

由第2节分析得到机构具有2个移动自由度,所以将构件  $D_1$  固定为机架,为直观表示与转动副  $R_{11}$  直接连接的二副杆  $S_1$  和与转动副  $R_{12}$  上直接连接的二副杆  $S_2$  的线性运动,直接在二副杆上设置线性位移驱动,方向如图9中箭头所指方向。

机构中正三角形构件和二副杆构件的尺寸参数,见表1。

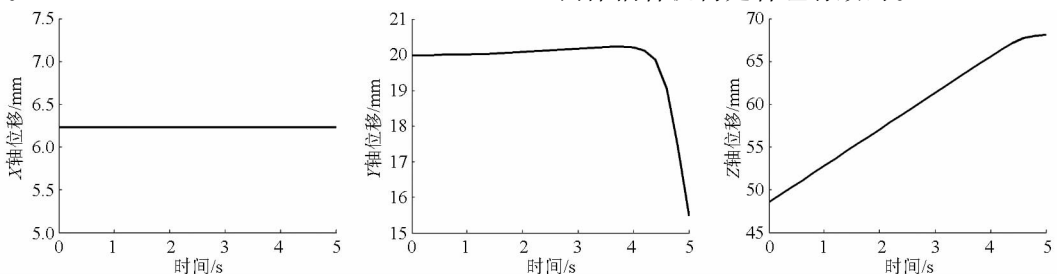


图11 动平台沿各坐标轴位移变化示意图

Fig. 11 Displacement variations of moving platform along axis

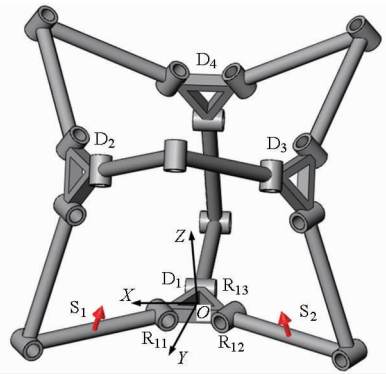


图9 机构模型示意图

Fig. 9 Model sketch of mechanism in SolidWorks

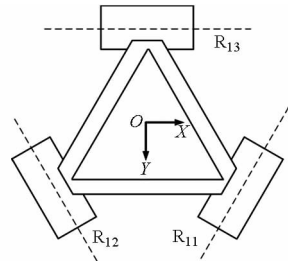


图10 机架  $D_1$  俯视图

Fig. 10 Top view of base  $D_1$

表1 构件参数

构件	参数	数值
正三角形	边长	9
	转动副半径	1
二副杆	边长	20
	转动副半径	1

设置线性马达的移动速度为  $5 \text{ mm/s}$ ,总时间为  $5 \text{ s}$ ,间隔为  $0.2 \text{ s}$ 。在构件  $D_4$  的几何中心处设置线性位移测量点,通过仿真得到每个时间间隔  $D_4$  沿坐标系各轴向位移的变化结果,为使结果更直观,将仿真结果绘制成位移变化曲线,见图11。

由图11可以看出,动平台沿  $X$  轴方向没有位移变化,只在  $Y$  轴和  $Z$  轴方向上存在位移变化。仿真结果表明,机构输出运动是在一个固定平面( $YOZ$  平面)内的二维移动,见图12。这证明了机构自由度理论分析结果的正确性,表明本文设计的类正四面体耦合机构是合理有效的。

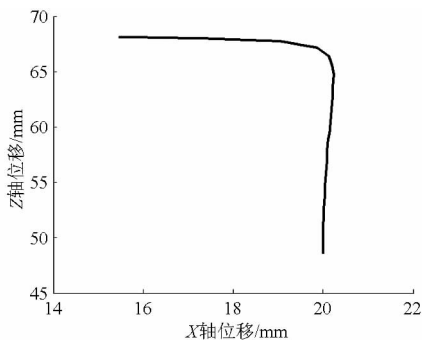


图 12 动平台在 YOZ 平面内的位移变化示意图  
Fig. 12 Displacement variation of moving platform in YOZ plane

### 3.2 向心运动特性分析

为了表明本文提出机构的向心运动特性,分别在正三角形节点构件  $D_2$  和  $D_3$  的几何中心设置与动平台  $D_4$  构件性质相同的测量点,分析构件  $D_2$  和  $D_3$  每个时间间隔沿坐标系  $OXYZ$  各轴向位移的变化结果,将仿真分析结果绘制成位移变化曲线,见图 13 和图 14。

观察构件各构件对应时刻的位移变化趋势可知, $D_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  每个时间间隔对应  $Z$  轴方向的坐标值相等,并且构件  $D_2$  和  $D_3$  在  $Y$  轴方向的坐标数值也相等,表明构件  $D_2$  和  $D_3$  关于平面  $YOZ$  对称。绘制构件  $D_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  在空间的位移变化曲线,见图 15。

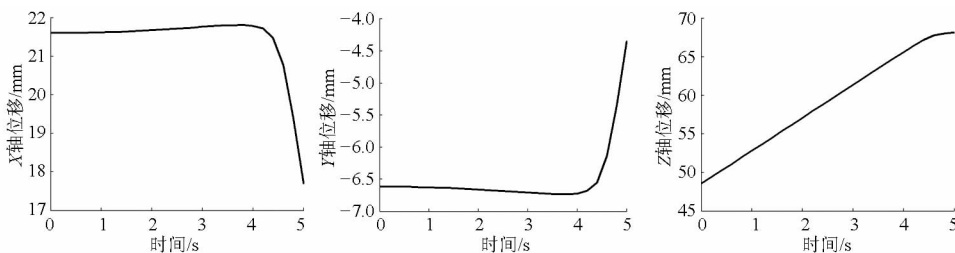


图 13  $D_2$  沿各坐标轴位移变化示意图

Fig. 13 Displacement variations of  $D_2$  along axes

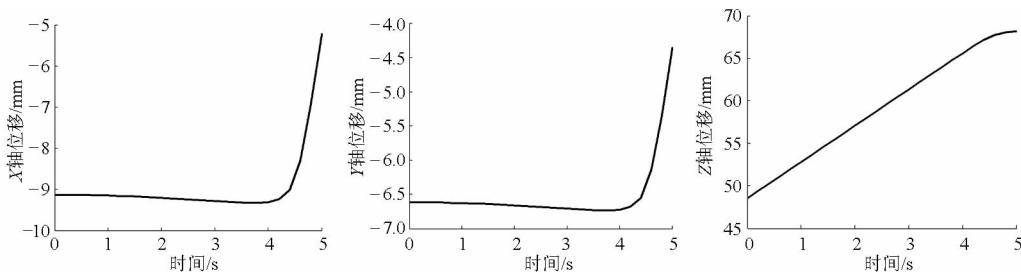


图 14  $D_3$  沿各坐标轴位移变化示意图

Fig. 14 Displacement variations of  $D_3$  along axes

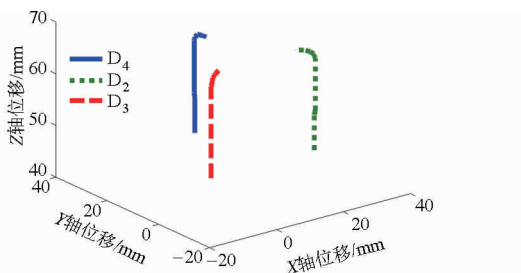


图 15 构件  $D_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  的空间运动变化示意图  
Fig. 15 Spatial location variations of  $D_2$ 、 $D_3$  and  $D_4$

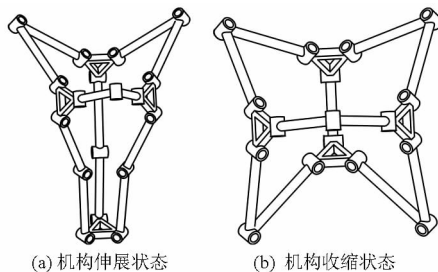


图 16 动平台相对于机架的位形示意图  
Fig. 16 Location of moving plane relative to the base

由图 15 可以直观的看出,构件  $D_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  都有向同一个中心汇聚的向心运动趋势。表明本文提出的机构是一个向心机构,它以整个耦合机构在该时刻位形的几何中心  $O$  为汇聚中心实现对称往复运动。以上运动特性分析过程也表明设计的耦合机构属于可展机构,其伸展、收缩至某一时刻时的位置形态如图 16 所示。

基于以上结果和正四面体结构的对称性,固定节点构件  $D_i$  为机架,选择其他节点构件中的任何一个为动平台,都可以设计得到具有同样向心运动性质的类正四面体耦合机构,即随着与机架  $D_i$  直接连接的 3 个杆组中  $R_i$  的转动,其他 3 个节点构件以整个机构的几何中心点  $O$  为汇聚中心作向心伸缩运动,实现空间 3 个呈  $60^\circ$  夹角平面内的移动,并且与以往执行单一往复运动的伸缩机构相比,机构的结构组成形式简单,不需要较大的装配空间。

## 4 结论

(1) 针对正四面体的结构特点和对称性, 通过添加支链改变约束系得到一种可动的基本单元体, 并通过基本单元体的组合重构, 设计了一种类正四面体空间耦合向心机构。该耦合机构仅用单自由度转动运动副将两种不同类型构件组合得到, 在实际应用中有利于前期的加工、装配及后期的维护工作。本文采用的构件替代、添加支链及基本单元体重构方法也适用于基于其他多面体结构的构型设计研

究。

(2) 采用基于螺旋理论的独立运动分流标记法对机构的运动性质进行分析, 表明该机构具有 2 个移动自由度。通过进一步的建模仿真及分析, 验证了该机构的合理性。

(3) 结合机构 3 个对称节点构件位移变化曲线的分析结果, 证实该机构具有向心运动特性。根据实际需要该机构能实现多个方向的向心往复运动, 可应用于移动机器人的伸缩执行机构。

## 参 考 文 献

- 1 CLAVEL R, Delta. A fast robot with parallel geometry[C]//Proceedings of International Symposium on Industrial Robot, 1988: 91-100.
- 2 黄真, 刘婧芳, 李艳文. 论机构自由度[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- 3 沈惠平, 赵海彬, 邓嘉鸣, 等. 基于自由度分配和方位特征集的混联机器人机型设计方法及应用[J]. 机械工程学报, 2011, 47(23): 56-64.  
SHEN Huiping, ZHAO Haibin, DENG Jiaming, et al. Type design method and the application for hybrid robot based on freedom distribution and position and orientation characteristic set[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(23): 56-64. (in Chinese)
- 4 王成军, 李耀明, 马履中, 等. 3 自由度混联振动筛设计[J]. 农业机械学报, 2011, 42(增刊): 69-73.  
WANG Chengjun, LI Yaoming, MA Lüzhong, et al. Design of three degree of freedom hybrid vibration screen[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(Supp.): 69-73. (in Chinese)
- 5 TSAI L, JOSHI S. Kinematic analysis of 3-DOF position mechanisms for use in hybrid kinematic machines[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124(2): 245-253.
- 6 李菊, 赵德安, 沈惠平, 等. 多喷枪协同式喷涂五轴混联机器人设计[J]. 农业机械学报, 2014, 45(4): 216-220.  
LI Ju, ZHAO Dean, SHEN Huiping, et al. Design of 5-axes hybrid robot with several spray guns for collaborative spraying[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(4): 216-220. (in Chinese)
- 7 HERVE J M. The Lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design[J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(5): 719-730.
- 8 YANG Tingli, LIU Anxin, JIN Qiongluo, et al. Position and orientation characteristic equation for topological design of robot mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2009, 131(2): 0210011-02100117.
- 9 GOGU G. Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations[J]. European Journal of Mechanics A: Solids, 2004, 23(6): 1021-1039.
- 10 HUNT K H. Kinematic geometry of mechanisms[M]. Oxford: Oxford University Press, 1978.
- 11 KONG Xianwen, GOEELIN C M. Forward displacement analysis of third-class analytic 3-RPR planar parallel manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36(9): 1009-1018.
- 12 HUANG Zhen, LI Qinchuan. Type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel mechanisms using constraint-synthesis method[J]. The International Journal of Robotics Research, 2003, 22(1): 59-79.
- 13 李晔卓, 田耀斌, 姚燕安. 可折叠双三角锥滚动机构[J]. 机械工程学报, 2014, 50(11): 68-78.  
LI Yezhuo, TIAN Yaobin, YAO Yan'an. Foldable triangular bipyramid rolling mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(11): 68-78. (in Chinese)
- 14 刘超, 王皓, 姚燕安. 地面移动 Altmann 连杆机构[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 125-130.  
LIU Chao, WANG Hao, YAO Yan'an. Ground mobile Altmann linkage[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 125-130. (in Chinese)
- 15 WEI Guowu, DING Xilun, DAI Jiansheng. Geometric and kinematic analysis of the Hoberman switch-pitch ball and its variant[C]//Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2009, 7: 1245-1254.
- 16 AKIRA M, SATESHI H, MITSUNOBU W. Key technologies for high accuracy large mesh antenna reflectors[J]. Acta Astronautica, 2003, 53(11): 899-908.
- 17 刘征, 陈谊超, 丁华锋. 一种新型矿用正铲液压挖掘机的运动学分析[J]. 机械工程学报, 2014, 50(15): 28-33.  
LIU Zheng, CHEN Yichao, DING Huafeng. Kinematics analysis of a new hydraulic face-shovel excavator in mining[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(15): 28-33. (in Chinese)



- Mechanical Engineering, 2004, 15(12): 1035 - 1037. (in Chinese)
- 28 ALTUZARRA O, LOIZAGA M, PINTO C. Synthesis of partially decoupled multi-level manipulators with lower mobility [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(1): 106 - 118.
- 29 SÉBASTIEN B, ILIAN A B. Pantopteron-4: a new 3T1R decoupled parallel manipulator for pick-and-place applications [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(5): 707 - 721.
- 30 SÉBASTIEN B, VIGEN A, SYLVAIN G. PAMINSA: a new family of partially decoupled parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(2): 425 - 444.
- 31 张建民, 李为民, 高峰, 等. 一种新型正交结构 6 - PPPS 并联机构及其运动学解耦性研究 [J]. 机械设计及研究, 2004, 20(增刊 1): 210 - 213.  
ZHANG Jianmin, LI Weimin, GAO Feng, et al. Study on kinematics decoupling characteristic of a new 6 - PPPS parallel mechanism with vertical structure [J]. Mechanical Design and Research, 2004, 20(Supp. 1): 210 - 213. (in Chinese)
- 32 GLAZUNOV V. Design of decoupled parallel manipulators by means of the theory of screws [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(2): 239 - 250.
- 33 LEGNANI G, FASSI I, GIBERTI H, et al. A new isotropic and decoupled 6-DOF parallel manipulator [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 58: 64 - 81.
- 34 熊坤. 基于 POC 法的并联机构运动特性及其应用研究 [D]. 常州: 常州大学, 2016.  
XIONG Kun. Research on kinematic performance and its application based on POC method [D]. Changzhou: Changzhou University, 2016. (in Chinese)
- 35 朱帅帅. 特殊五自由度并联机构及其结构特性分析 [D]. 常州: 常州大学, 2014.  
ZHU Shuaishuai. Special five degrees of freedom parallel mechanism and its structural characteristics analysis [D]. Changzhou: Changzhou University, 2014. (in Chinese)
- 36 沈惠平, 黄涛, 邓嘉鸣, 等. 一种位置和姿态解耦的双并联六自由度运动平台: 中国, ZL201210323495. 2 [P]. 2015 - 04 - 15.
- 37 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2012.

(上接第 380 页)

- 18 YAN Chenggang, GAO Feng, GUO Weizhong. Coordinated kinematic modeling for motion planning of heavy-duty manipulators in an integrated open-die forging centre [J]. Proc. IMech E, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2009, 223(10): 1299 - 1313.
- 19 LALIBERTE T, GOSSELIN C. Construction, mobility analysis and synthesis of polyhedra with articulated faces [J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2014, 6(1): 011007.
- 20 CAMPOS A, BUDDE C, HESSELBACH J. A type synthesis method for hybrid robot structures [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(8): 984 - 995.
- 21 杨毅, 丁希仑. 基于空间多面体向心机构的伸展臂设计研究 [J]. 机械工程学报, 2011, 47(5): 26 - 34.  
YANG Yi, DING Xilun. Design and analysis of mast based on spatial polyhedral linkages mechanism along radial axes [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(5): 26 - 34. (in Chinese)
- 22 LU Shengnan, ZLATANOV Dimitar, DING Xilun, et al. Novel deployable mechanisms with decoupled degrees-of-freedom [J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2016, 8(2): 021008.
- 23 刘婧芳, 黄晓欧, 余跃庆, 等. 多环耦合机构末端件自由度计算的等效法 [J]. 机械工程学报, 2014, 50(23): 13 - 19.  
LIU Jingfang, HUANG Xiaoou, YU Yueqing, et al. Equivalent method of output mobility calculation for a novel multi-loop coupled mechanism [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(23): 13 - 19. (in Chinese)
- 24 高慧芳, 刘婧芳, 黄晓欧. 基于独立运动分流标记法的多环耦合机构自由度分析方法 [J]. 北京工业大学学报, 2015, 41(11): 1658 - 1664.  
GAO Hui Fang, LIU Jingfang, HUANG Xiaoou. Method of mobility calculation for a coupled mechanism based on independent motion shunting measurement [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2015, 41(11): 1658 - 1664. (in Chinese)