

低轨空间碎片弹道系数及应用

陈俊宇¹, 李彬¹, 章品¹, 杜建丽¹, 陈立娟^{1,2}, 桑吉章^{1,2}

(1. 武汉大学测绘学院, 湖北武汉 430079;
2. 地球空间信息技术协同创新中心, 湖北武汉 430079)

摘要: 稀疏数据条件下, 弹道系数是影响低轨空间碎片精确轨道确定与预报的关键因子。使用长期累积的 TLE(二行根数)跟踪数据, 通过半长轴的大气阻力摄动方程, 将 2 000 多个轨道近地点高度低于 850 km 的空间碎片的弹道系数进行估算, 得到这些空间碎片的弹道系数值, 并给出弹道系数的两个应用实例。第一个应用实例关于利用弹道系数进行 TLE 的数据质量检测。使用质量检测方法剔除质量可疑的 TLE 后, 对 14 个面质比较大的空间碎片进行弹道系数的重新估算, 估算误差均显著减小, 其中 11 个新计算得到的弹道系数与参考值的相对误差小于 20%。第二个实例验证弹道系数在所谓的 TLE-OD/OP 方法中的应用。以 GRACE-B 卫星为例, 精密轨道预报为参考, 结果表明利用多组 TLE 的 TLE-OD/OP 的轨道预报精度显著优于 TLE/SGP4 的精度。

关键词: 空间碎片; 轨道确定与预报; 弹道系数; TLE; 低轨卫星

中图分类号: P228.5 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.1129001

Low earth orbit space debris ballistic coefficients and their applications

Chen Junyu¹, Li Bin¹, Zhang Pin¹, Du Jianli¹, Chen Lijuan^{1,2}, Sang Jizhang^{1,2}

(1. School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China;
2. Collaborative Innovation Center for Geospatial Information Technology, Wuhan 430079, China)

Abstract: It has been found that ballistic coefficient is a critical parameter in low Earth orbit(LEO) space debris orbit determination (OD) and orbit predication (OP) while using sparse tracking data. Ballistic coefficient of more than 2 000 space debris objects with perigee height below 850 km were estimated using the long-archived two-line elements (TLE) data and the drag perturbation equation of the semi-major axis of the orbit. Two applications of estimated ballistic coefficient values were discussed. In the first experiment, ballistic coefficient of 14 LEO space debris objects with high area to mass ratio(HAMR) were re-computed after TLEs of suspicious quality were removed through a TLE quality examination process in which the ballistic coefficient value was used to estimate a reasonable variation of the mean

收稿日期: 2016-03-18; 修订日期: 2016-04-19

基金项目: 国家自然科学基金(41474024); 中央高校基本科研业务费专项资金(410500078);

国家测绘地理信息局测绘基础研究基金(15-02-02, 14-02-03, 14-02-06)

作者简介: 陈俊宇(1989-), 男, 博士生, 主要从事空间碎片精密轨道跟踪与大气质量密度模型精化方面的研究。

Email: cjl_space@whu.edu.cn

导师简介: 桑吉章(1963-), 男, 国家“千人计划”入选者, 教授, 博士, 主要从事空间碎片精密跟踪理论、方法及其应用、空间环境管理等方面的研究。Email: jzhsang@sgg.whu.edu.cn

semi-major axis. Consequently, the errors of all the re-computed ballistic coefficient values were reduced. The newly estimated ballistic coefficient values were tested using a number of space debris objects with external ballistic coefficient values and agreements of about 20% were achieved. In the second experiment, ballistic coefficient of GRACE-B was used as initial value in the so-called TLE-OD/OP method. It is confirmed that the TLE-OD/OP method results have better OP accuracy than standard Simplified General Perturbations-4(SGP4).

Key words: space debris; orbit determination and predication; ballistic coefficient; TLE; LEO

0 引言

在低轨道空间碎片的精确轨道确定和预报中,大气阻力的影响是最主要的不确定因素。在大气阻力的精确计算中,以空间碎片的弹道系数和大气密度的不确定性为主。准确弹道系数的获得对低轨空间碎片轨道确定和预报具有重要的意义。

低轨空间碎片弹道系数定义为 $B=C_D \cdot A/m$, 其中 C_D 为目标阻尼系数, A 为目标相对于大气运动方向的横截面积, m 为目标质量。计算某一空间碎片大气阻力时,弹道系数是其中的一个必需因子。对于大多数人造卫星,它的 C_D, A 和 m 都可以通过模型及大量观测数据精确获得。然而对于空间碎片,准确弹道系数的获得变得比较困难^[1]。因此,利用空间碎片长期 TLE 数据估算弹道系数的方法相应出现。该方法由平均平运动计算阻力引起的平均半长轴变化,进而利用半长轴的阻力摄动方程估算出弹道系数^[2]。而且该方法通过在澳大利亚斯特姆洛山观测站实际观测数据证实:将估算得到的弹道系数固定在轨道确定和预报过程中,空间碎片轨道预报精度会得到明显提升^[3]。使用该方法估算了超过 2 000 个低轨空间碎片的弹道系数,得到的这些弹道系数可以有助于空间碎片的定位和识别,更好地服务于空间碎片的光学测量^[4-7]。

北美防空司令部每天通过 space-track 网站更新约 17 000 个目标的 TLE 轨道数据,这些数据是空间碎片的重要数据来源,然而它们的精度一般认为在百米甚至千米量级。针对这样的精度,采用合理有效的方法找到并剔除精度不好的 TLE 数据仍是空间碎片轨道确定和预报中需要研究的课题。

此外,随着空间碎片环境的不断恶化,诸如空间碎片跟踪、碰撞预警等实际应用对空间碎片轨道信

息的精度要求也越来越高^[8-10]。如何合理利用好如此庞大的 TLE 数据库,提升轨道预报精度的方法(也称为 TLE 精度改进的方法)也逐渐受到关注。

文中首先给出 2 000 多个空间碎片的倾角、近地点高度和弹道系数值的统计信息;使用这些弹道系数对 TLE 数据进行质量检测,然后将经检测合格的 TLE 数据用于大面质比空间碎片弹道系数的精化;描述了使用弹道系数和 TLE 数据联合进行轨道预报的方法,并以 GRACE-B 卫星为例,给出该方法和单个 TLE 预报的一个算例。

1 部分低轨空间碎片弹道系数分布

空间碎片的弹道系数可以通过半长轴的阻力摄动方程估算得到。下面直接给出该公式^[2]:

$$B = - \frac{\mu \Delta a_{t_1}^{t_2}}{\sum_{t=t_1}^{t=t_2} a^2 v_i \rho_i |v_i - V_i|^2 e_{v_i - v} \cdot e_v \Delta t} \quad (1)$$

式中: B 为弹道系数; μ 为万有引力常数与地球质量的乘积; $\Delta a_{t_1}^{t_2}$ 为 $t_1 \sim t_2$ 时刻因阻力导致的半长轴变化量; a 为对应空间碎片的轨道半长轴; v 为目标速度矢量; ρ 为大气密度; V 为大气风场的速度矢量; $e_{v_i - v}$ 为目标相对于大气风场的单位矢量; e_v 为目标运动方向的单位向量; Δt 为数值积分时间步长。

使用公式(1),空间碎片的弹道系数值可以通过长期累积 TLE 观测数据、J71 和 MSIS86 大气密度模型、HWM96 风场模型计算^[11-13]。图 1 为弹道系数计算流程图,为提升计算效率,在参考文献[2]的研究基础上引入密度向量用于存储大气密度。其计算流程如下。

(1) 给定参考历元 $t_i, i=1, 2, \dots, n-1$ 的 TLE 数据,找出下一个 TLE 数据参考历元,要求 $t_j, j>i$, 并且 $t_j - t_i > 2.4 \text{ h}$ 。2.4 h 的时间间隔常数是根据大量实验

得到的经验值。

(2) 使用 TLE 数据计算 t_i 和 t_j 的平均半长轴 \bar{a}_i 和 \bar{a}_j 。如果 $\bar{a}_i - \bar{a}_j > 0$, 继续步骤(3), 否则回到步骤(1), 并进入 t_{i+1} 时刻。

(3) 使用公式(1)进行数值积分, 利用 t_i 时刻 TLE 数据计算公式中各个变量。指定大气密度模型计算大气密度。时间步长设为 10 s。

(4) 计算 t_i 的弹道系数。

(5) 回到步骤(1), 进入 t_{i+1} 时刻, 直至 $t_{i+1} = t_{n-1}$ 时刻停止。

(6) 确定目标弹道系数中值: 根据步骤(4)得到的许多值, 取它们的中值。

(7) 分别使用 J71 和 MSIS86 大气密度模型进行类似的计算流程。使用这两个大气密度模型得到的弹道系数的中值取平均值作为该空间碎片最终估算得到的弹道系数值。

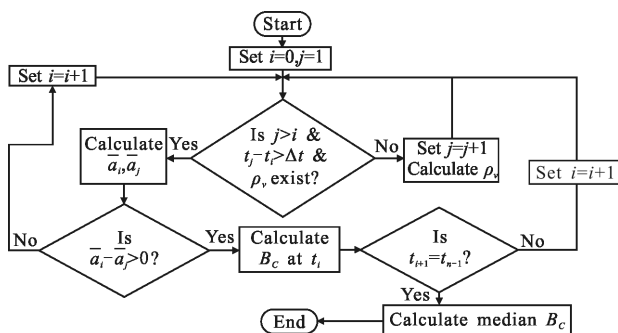


图 1 弹道系数计算流程图

Fig.1 Flowchart of ballistic coefficient estimation

最终得到 2 196 个空间碎片的弹道系数, 这些空间碎片的特点是: (1) 2015 年 3 月 1 日, 目标列于在轨卫星情况报告 (Satellite Situation Report, SSR) 中; (2) 近地点高度低于 850 km, 远地点高度低于 2 500 km; (3) 数据跨度长达 11 年; (4) TLE 数据量不少于 100。

从图 2 中可以看到, 对于这 2 196 个目标, 其轨道倾角多数分布在高纬度地区, 这一区域通常是遥感卫星、气象卫星的常用轨道。近地点高度多数分布于 500~850 km, 近地点高度在 300 km 以下也有少量目标, 然而因为这些空间碎片受大气阻力作用将会很快陨落, 所以图中没有给出。

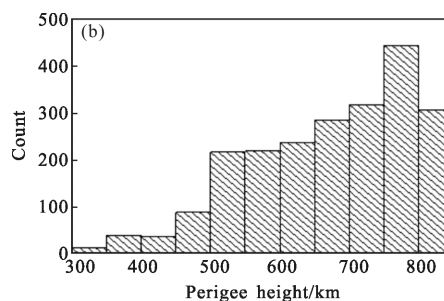
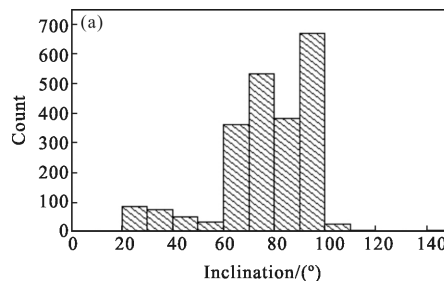


图 2 2196 个空间碎片的倾角和近地点高度分布(2015 年 3 月)

Fig.2 Inclination and perigee height distribution of 2196 debris objects in March 2015

图 3 为这 2 196 个空间碎片的弹道系数分布情况, 其中有 3/4 目标的弹道系数值小于 0.1。

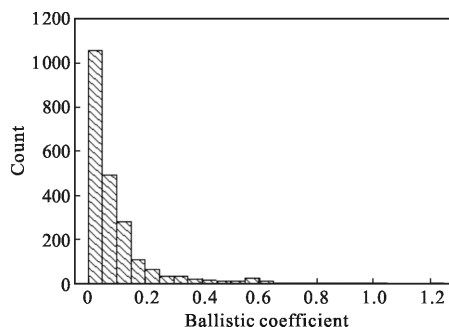


图 3 2 196 个空间碎片的弹道系数分布情况

Fig.3 Ballistic coefficient distribution of 2 196 space debris objects

2 弹道系数在 TLE 数据质量检测中的应用

使用公式(1)计算弹道系数时, t_1, t_2 时刻半长轴变化量 $\Delta a_{t_1}^{t_2}$ 的误差会影响弹道系数的估算精度。 $\Delta a_{t_1}^{t_2}$ 可以通过下面的公式计算得到:

$$\Delta a_{t_1}^{t_2} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{-2} \frac{1}{n_1}} - \sqrt[3]{\frac{\mu}{-2} \frac{1}{n_2}} \quad (2)$$

式中: n_1 为 t_1 时刻平均平运动角速度; n_2 为 t_2 时刻平均平运动角速度。

因为最终的弹道系数值经过公式(1)计算出的大

量弹道系数值的中值得到,所以在弹道系数估算过程中,可以使用这一最终的弹道系数值进行 TLE 数据质量探测,并将低质量 TLE 数据移除。即如果已知目标的准确弹道系数值,低质量的 TLE 数据就能被探测得到。

下面推导出由 $t_1 \sim t_2$ 时刻阻力引起的空间目标轨道半长轴变化量的计算公式。

Picone 等在 2005 年给出了大气阻力引起的空间目标半长轴随时间的变化量^[14]:

$$\frac{da}{dt}|_D = \frac{2a^2 v}{\mu} \dot{v}_D \cdot e_v \quad (3)$$

式中: \dot{v}_D 为目标受到阻力的加速度矢量。定义为:

$$\dot{v}_D = -\frac{1}{2} \rho B |v - V|^2 e_{v-v} \quad (4)$$

公式(4)代入公式(3)中得到:

$$\frac{da}{dt}|_D = -\frac{a^2 v}{\mu} \rho B |v - V|^2 e_{v-v} \cdot e_v \quad (5)$$

公式(5)从 $t_1 \sim t_2$ 积分得到:

$$\Delta a_{t_1}^{t_2} = -\frac{1}{\mu} \int_{t_1}^{t_2} B a^2 v \rho |v - V|^2 \cdot e_{v-v} \cdot e_v dt \quad (6)$$

公式(6)使用数值积分方法表示如下:

$$\Delta a_{t_1}^{t_2, \text{theory}} = - \left(\frac{B \cdot \sum_{t=t_1}^{t=t_2} a_t^2 v_t \rho_t |v_t - V_t|^2 \cdot e_{v_t-v_t} \cdot e_{v_t}}{\mu} \Delta t \right) \quad (7)$$

如果通过公式(2)和公式(7)计算得到的因阻力引起的轨道平均半长轴变化量有很大差距,这就意味着参与平均半长轴计算的两个 TLE 观测数据中至少有一个包含较大的误差,而且可以将它们认为是低质量的数据从该目标的数据集中剔除。

图 4 给出从 1991 年到 2011 年,目标 21321(北美防空联合司令部(NORAD)编号)因阻力引起的半长轴变化量理论值(公式(7))与 TLE 计算值(公式(2))的对比。从图中可以看到,每天半长轴变化量的 TLE 计

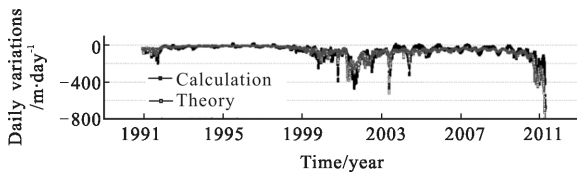


图 4 21321 目标每天因阻力引起的半长轴变化率

Fig.4 Daily drag-induced variation rates of semi major axis of object 21321

算值与理论值在 21 年中的大多数的时间内符合得

很好,然而仍然存在少量的较大误差值。

为了验证使用弹道系数值检验 TLE 数据质量的有效性,实验收集到 14 个已经陨落的拥有较大弹道系数值的目标,并对它们的弹道系数值重新计算。选择这些目标的原因是:这些目标受到的大气阻力比普通目标大,从而在它们的 TLE 数据集中更容易出现低质量的数据。

经过对 14 个目标弹道系数值的重计算,使用全部 TLE 数据计算得到的弹道系数值检验 TLE 的数据质量。使用和不使用 TLE 质量检测得到的弹道系数值列于表 1 中。可以看到:使用所有 TLE 数据计算得到的弹道系数与参考值之间的相对误差绝对值全部超过 10%,其中 21321 号目标的相对误差甚至达到 117%。然而使用 TLE 质量检测后重新估算得到的弹道系数与参考值之间的相对误差绝对值减小很多,其中 11 个目标的相对误差绝对值能够达到 20%以内,最大的相对误差绝对值减小到 55%。

表 1 14 个目标使用和不使用 TLE 质量检测得到的弹道系数值

Tab.1 Ballistic coefficient of 14 objects with and without TLE quality assessment

| NORAD ID | Ref B | All-TLE B | Relative error | Part-TLE B | Relative error | Data usage |
|----------|----------|-----------|----------------|------------|----------------|------------|
| 2 225 | 0.063 07 | 0.081 92 | -30% | 0.066 91 | -6% | 75% |
| 3 390 | 0.579 17 | 0.724 40 | -25% | 0.514 62 | 11% | 68% |
| 4 195 | 0.110 85 | 0.150 60 | -36% | 0.120 63 | -9% | 73% |
| 4 318 | 0.142 49 | 0.161 21 | -13% | 0.124 21 | 13% | 70% |
| 4 863 | 0.342 12 | 0.517 55 | -51% | 0.419 56 | -23% | 73% |
| 4 916 | 0.301 62 | 0.437 01 | -45% | 0.356 69 | -18% | 74% |
| 5 386 | 0.504 88 | 0.845 65 | -68% | 0.646 48 | -28% | 69% |
| 12 826 | 0.215 74 | 0.310 62 | -44% | 0.251 85 | -17% | 74% |
| 18 465 | 0.118 93 | 0.139 01 | -17% | 0.108 08 | 9% | 70% |
| 19 581 | 0.092 6 | 0.125 16 | -35% | 0.097 75 | -6% | 69% |
| 21 321 | 0.737 11 | 1.598 36 | -117% | 1.138 96 | -55% | 63% |
| 23 906 | 0.174 64 | 0.244 68 | -40% | 0.200 55 | -15% | 75% |
| 24 223 | 0.151 82 | 0.182 57 | -20% | 0.150 53 | 1% | 77% |
| 24 941 | 0.185 50 | 0.223 26 | -20% | 0.186 51 | -1% | 77% |

另外在这次实验中,TLE 数据的使用率介于

63%~77%之间,这也意味着针对选定目标,存在约 30%的 TLE 被当作低质量的数据,在弹道系数重计算中被剔除。

3 弹道系数在利用多组 TLE 数据进行轨道预报中的应用

空间碎片的轨道预报通常使用单个 TLE 数据和 SGP4 算法(TLE/SGP4)实现。为了提高空间碎片的轨道预报精度,该节介绍利用多组 TLE 数据进行轨道确定和预报的方法,简称为 TLE-OD/OP 方法。使用 TLE-OD/OP 方法对某一低轨空间碎片进行轨道预报时需要已知该碎片的弹道系数。

实验选用 GRACE-B 卫星的 TLE 数据,以 2009 年 1 月 1 日~2009 年 1 月 10 日为轨道确定时段。对每个该时段内的 TLE,以 TLE 参考历元为中心,在前后各 1.5 h 内用 SGP4 算法每隔 10 min 计算其三维位置,这些三维位置即作为轨道确定的观测值。在轨道确定后进行轨道预报,轨道预报结果与 CPF 数据进行对比。CPF 数据通过 ILRS 网站获得,该数据精度可以达到数十米甚至米量级。

轨道确定和预报时考虑包括地球引力、太阳-月亮和行星引力、大气阻力、太阳和地球辐射压、地球固体潮和海潮。在该算例中,使用 JGM-3 地球重力场模型、DE200 行星星历、CSR3.0 海潮模型以及 MISI86 大气密度模型。地球固体潮依据 IERS 技术报告要求计算,固定弹道系数,其值为 0.006 557。

图 5 给出 GRACE-B 卫星(NORAD 编号 27392)使用两种方法得到的轨道预报误差。其中 TLE-OD/OP 即利用多个 TLE 进行轨道预报得到的结果,TLE/SGP4 为使用定轨时段内最后一个 TLE 进行轨道预报得到的结果。

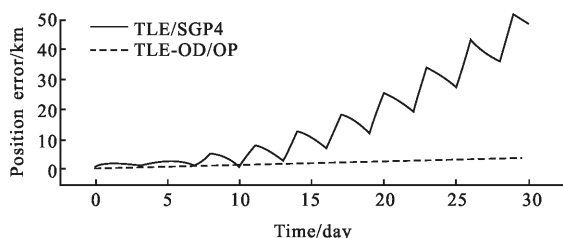


图 5 GRACE-B 卫星 30 天轨道预报位置误差比较

Fig.5 Comparison of position error of orbit predication error for 30 days of the GRACE-B

在图 5 中 GRACE-B 卫星使用 TLE-OD/OP 方法,30 天内的轨道预报的位置误差均小于 5 km,5 天以后的轨道预报误差远远小于利用单个 TLE 的预报误差。

4 结论

使用长期累积的 TLE 跟踪数据,通过半长轴的阻力摄动方程对超过 2 000 个轨道近地点高度低于 850 km 的空间碎片的弹道系数进行估算,得到这些空间碎片弹道系数的统计信息,并给出弹道系数在两个方面的应用。

(1) 弹道系数在 TLE 数据质量检测中的应用。实验通过半长轴的阻力摄动方程,应用弹道系数计算得到半长轴的理论变化值,约束通过 TLE 平均平运动计算得到的平均半长轴变化值。根据这一原理,对 14 个大面质比目标的弹道系数重新估算,实验结果中 11 个目标重新估算得到的弹道系数与参考值之间的相对误差小于 20%,TLE 数据使用率在 63%~77%之间。

(2) 利用多组 TLE 数据进行轨道确定和预报,以 GRACE-B 卫星的精密轨道预报 CPF 产品为参考,使用 10 天内全部 TLE 数据进行轨道确定并预报,其中弹道系数在轨道确定和预报中固定。实验结果表明利用多组 TLE 数据可以使低轨卫星 GRACE-B 在 30 天内预报误差保持在 5 km 以内。

参考文献:

- [1] Bowman B R. True satellite ballistic coefficient determination for HASDM [C]//AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, 2002, 1(1): 4887-4892.
- [2] Sang J, Bennett J C, Smith C H. Estimation of ballistic coefficients of low altitude debris objects from historical two line elements[J]. *Advances in Space Research*, 2013, 52(1): 117-124.
- [3] Sang J Z, Bennett J C, Smith C. Experimental results of debris orbit predictions using sparse tracking data from Mt. Stromlo[J]. *Acta Astronautica*, 2014, 102(1): 258-268.
- [4] Li Zhenwei, Zhang Tao, Zhang Nan, et al. High precision orientation of faint space objects [J]. *Optics and precision Engineering*, 2015, 23(9): 2627-2634. (in Chinese)
李振伟,张涛,张楠,等.暗弱空间目标的高精度定位[J].*光学精密工程*, 2015, 23(9): 2627-2634.

- [5] Li Zhenwei, Zhang Tao, Sun Mingguo. Fast recognition and precise orientation of space objects in star background [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(2): 589–599. (in Chinese)
李振伟, 张涛, 孙明国. 星空背景下空间目标的快速识别与精密定位 [J]. 光学精密工程, 2015, 23(2): 589–599.
- [6] Li Dongning, Wang Chenglong, Wang Liqiu, et al. Comparison of ground-based photometric measurement way [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(3): 456–463. (in Chinese)
李冬宁, 王成龙, 王丽秋, 等. 地基光度测量方式对比 [J]. 中国光学, 2015, 8(3): 456–463.
- [7] Wang Weibing, Wang Tingfeng, Guo Jing. Analysis for opto-electrical acquisition tracking and pointing control technology on satellite[J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(6): 879–888. (in Chinese)
王卫兵, 王挺峰, 郭劲. 星载光电捕获跟踪瞄准控制技术分析 [J]. 中国光学, 2014, 7(6): 879–888.
- [8] Zheng Yijun, Tan Rongqing, Shi Haixia. Experimental study (II) on impulse coupling coefficient of laser ablating aluminum target in air ambient [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(1): 76–79. (in Chinese)
郑义军, 谭荣清, 石海霞. 空气中激光烧蚀铝靶冲量耦合系数实验(II) [J]. 红外与激光工程, 2015, 44(1): 76–79.
- [9] Liu Chunbo, Zhao Shaobo, Han Xiang'e. Detection of space debris of centimeters in size via spaceborne ladar [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(5): 1244–1248. (in Chinese)
刘春波, 赵少博, 韩香娥. 危险空间碎片的天基激光雷达探测 [J]. 红外与激光工程, 2012, 41(5): 1244–1248.
- [10] Wang Hu, Luo Jianjun. Optical system design of multi-spectral camera for space debris [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(4): 1188–1193. (in Chinese)
王虎, 罗建军. 空间碎片多光谱探测相机光学系统设计 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43(4): 1188–1193.
- [11] Hedin A E, Fleming E, Manson A H, et al. Empirical wind model for the upper, middle and lower atmosphere [J]. *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 1996, 58(13): 1421–1447.
- [12] Jacchia L. Revised Static Models of the Thermosphere and Exosphere with Empirical Temperature Profiles [M]. Massachusetts: Smithsonian Institution Astrophysical Observatory Cambridge, 1971: 80–90.
- [13] Hedin A. MSIS –86 thermospheric model [J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics(1978–2012)*, 1986, 92(A5): 4649–4662.
- [14] Picone J M, Emmert J T, Lean J L. Thermospheric densities derived from spacecraft orbits: Accurate processing of two-line element sets[J]. *Journal of Geophysical Research-Space Physics*, 2005, 110(A3): 1–19.