

被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器理论研究

王少奇^{1,2,3,4}, 邓颖^{1,3}, 李超¹, 王方¹, 张永亮¹, 康民强¹, 薛海涛¹, 罗韵¹, 粟敬钦^{1,2,3},
胡东霞^{1,3}, 郑奎兴¹, 朱启华^{1,2,3}

- (1. 中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900;
2. 等离子体物理重点实验室, 四川 绵阳 621900;
3. IFSA 协同创新中心 上海交通大学, 上海 200240;
4. 中国工程物理研究院研究生院, 北京 100088)

摘要: 根据非线性薛定谔方程建立了基于可饱和吸收体被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器的理论模型, 研究了中红外超短脉冲在掺 Er³⁺氟化物光纤激光器中形成的物理机制, 数值模拟了被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器中中红外超短脉冲的演化过程, 重点分析了掺 Er³⁺增益光纤长度, 可饱和吸收体不饱和损耗对被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器产生中红外超短脉冲的影响, 并给出了参数设置范围。研究发现: 当小信号增益系数、可饱和吸收体不饱和损耗、腔内净色散量为一定值, 掺 Er³⁺氟化物光纤长度在一定范围时, 才会出现稳定的锁模脉冲, 且随着掺 Er³⁺氟化物光纤长度增加脉冲宽度变窄、光谱变宽、峰值功率增高; 当掺 Er³⁺氟化物光纤长度、腔内净色散量、小信号增益系数为一定值时, 可饱和吸收体不饱和损耗在一定的范围时可以得到稳定的锁模脉冲, 且随着可饱和吸收体不饱和损耗的增加脉冲宽度变窄, 光谱先变宽后变窄变化范围不大, 峰值功率增加。

关键词: 光纤激光器; 超短脉冲; 中红外; 氟化物光纤

中图分类号: O439 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.1136004

Theory study on passively mode-locked Er³⁺-doped fluorine fiber laser

Wang Shaoqi^{1,2,3,4}, Deng Ying^{1,3}, Li Chao¹, Wang Fang¹, Zhang Yongliang¹, Kang Minqiang¹,
Xue Haitao¹, Luo Yun¹, Su Jingqin^{1,2,3}, Hu Dongxia^{1,3}, Zheng Kuixing¹, Zhu Qihua^{1,2,3}

- (1. Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China;
2. Science and Technology on Plasma Physics Laboratory, Mianyang 621900, China;
3. Collaborative Innovation Center of IFSA (CICIFSA), Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;
4. Graduate School of China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China)

Abstract: Based on the Nonlinear Schrödinger Equation (NLSE), the theoretical model of passively mode-locked Er³⁺-doped fluorine fiber laser using a saturable absorber was set up, by which the mechanism of generating mid-infrared ultrashort pulse in the fiber laser was investigated. The numerical simulation focused on the evolution process of the mid-infrared ultrashort pulse in fluorine fiber laser. The impact

收稿日期: 2016-03-10; 修订日期: 2016-04-05

作者简介: 王少奇(1987-), 男, 硕士生, 主要从事光纤激光器以及中红外超短脉冲方面的研究。Email: wangshq_caep@163.com

导师简介: 朱启华(1969-), 男, 研究员, 博士生导师, 博士, 主要从事高功率固体激光器方面的研究。Email: qihzhu@163.com

of the Er³⁺: fluorine gain fiber length and the saturable absorber unsaturated loss on the generation of mode-locked pulse was analyzed in detail, and the reasonable parameter range was determined. It is found that for a given set of small-signal gain, unsaturated loss, and net intracavity dispersion, the stable mode-locked pulses are achieved by tuning the Er³⁺: fluorine gain fiber length within a certain range. With increasing the Er³⁺: fluorine gain fiber length, the output pulse duration decreased gradually, while the increase of the spectrum width (FWHM) and the peak power are observed. Meanwhile, for a given set of Er³⁺: fluorine gain fiber length, net intracavity dispersion and small-signal gain, the stable mode-locked pulses are also obtained by adjusting the saturable absorber unsaturated loss within a certain range. With the increase of the saturable absorber unsaturated loss, the output pulse duration decreases gradually, however spectral width broadens and then narrows, and peak power increases gradually.

Key words: fiber laser; ultrashort pulse; mid-infrared; fluorine fiber

0 引言

光纤激光器具有输出光束质量好、转换效率高、波长可调谐范围大、体积小结构简单紧凑、以及系统维护成本低等优点,近年来成为国内外激光器领域的研究热点^[1-2]。中红外超短脉冲具有特殊的输出波长和很窄的脉宽(皮秒至飞秒量级)而有着重要的应用。3~5 μm 中红外波段覆盖了众多原子和分子吸收峰。因为水分子在 3 μm 附近有很强的吸收峰,3 μm 超短脉冲用于新一代激光手术^[3],3 μm 激光手术刀被称作黄金手术刀。2~5 μm 中红外波段可应用于激光雷达、激光测距和光通信,在国防、通信方面有着特殊的重要应用^[4]。中红外锁模光纤激光器可以用于光频率梳的产生^[5],产生中红外超连续谱的泵浦源^[6],光谱传感器,光电对抗,长波长振荡器高效泵浦源^[7]等。研究被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器是中红外超短脉冲领域里的一个热点。国内外关于中红外超短脉冲方面的研究已经取得了很大进展。国内外学者在中红外超短脉冲研究方面做了大量的工作,但要集中在 2 μm 波段^[8-10],国外关于 3 μm 中红外超短脉冲的研究报道较少^[7,11-13]。2 μm 波段中红外超短脉冲主要产生于石英光纤激光器,石英光纤器件已经商品化,所以这方面研究目前已比较成熟而且可以做成全光纤结构光纤激光器。而 3 μm 波段中红外超短脉冲目前主要产生于氟化物 (ZrF₄-BaF₂-LaF₃-AlF₃-NaF, ZBLAN) 光纤激光器,主要有被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器^[7,11]和被动锁模 Ho-Pr 共掺氟化物光纤激光器^[12,13]。目前氟化物光纤激光器主

要都是光纤和空间结合的结构。2014 年, Hu 等^[13]人利用 InAs 作为可饱和吸收体锁模输出脉冲中心波长 2860 nm, 脉冲宽度 6 ps(FWHM), 峰值功率 465 W, 重频 24.8 MHz, 这是目前报道 3 μm 波段最窄的脉宽。Hu 等人关于 3 μm 中红外超短脉冲的研究没有进行腔内色散控制, 进一步控制腔内色散可以获得脉宽更窄、峰值功率更高的脉冲输出。目前关于 3 μm 波段基于可饱和吸收体被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器中产生中红外超短脉冲理论方面的研究还鲜有报道。

文中利用非线性薛定谔方程 (nonlinear Schrodinger equation, NLSE) 建立了中红外超短脉冲在全负色散氟化物光纤激光器中产生的理论模型, 并进行了色散控制以及数值模拟了中红外超短脉冲在基于可饱和吸收体被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器中的演化过程, 首次研究了掺 Er³⁺氟化物光纤长度、可饱和吸收体不饱和和损耗对该光纤激光器产生中红外超短脉冲的影响。

1 理论模型

光脉冲在掺 Er³⁺氟化物光纤中的传输可用 NLSE 描述^[13]:

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = g(t)A(z, t) + i\gamma|A(z, t)|^2A(z, t) - \frac{i}{2}\beta_2\frac{\partial^2}{\partial t^2}A(z, t) \quad (1)$$

式中: $A(z, t)$ 为光波的振幅; β_2 光纤中二阶色散系数; γ 为光纤非线性系数; $g(t)$ 为增益系数。

$$g(t) = g(E_{\text{pulse}}) \left(1 + T_2^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \quad (2)$$

式中： $T_2 = \frac{2\pi}{ck^2\Delta\lambda_g}$ ， $\Delta\lambda_g$ 为增益带宽； c 为光速； k 为波矢。 $g(E_{\text{pulse}})$ 为：

$$g(E_{\text{pulse}}) = \frac{g_0}{1 + E_{\text{pulse}}/E_{\text{sat}}} \quad (3)$$

式中： E_{pulse} 为脉冲能量； E_{sat} 为饱和能量； g_0 为小信号增益系数， $g_0 = \frac{\Gamma_s \sigma_s \Gamma_p \sigma_p P_p}{a_p h \nu_p}$ ，其中 Γ_s 为信号光重叠因子， σ_s 为信号光频率的跃迁截面， Γ_p 为泵浦光重叠因子， σ_p 为泵浦光频率的跃迁截面， P_p 为泵浦光功率， a_p 为光纤中泵浦光的模场面积， ν_p 为泵浦光频率。

$$E_{\text{pulse}} = \int_{-T_R/2}^{T_R/2} |A(z, t)|^2 dt \quad (4)$$

式中： T_R 为脉冲在光纤中传输一周的时间，在实际计算中为时间窗口。

光栅作为色散延迟线可直接进行腔内色散补偿，光栅可以直接表示为：

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -\frac{i}{2} \beta_{\text{grating}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A(z, t) \quad (5)$$

式中： β_{grating} 为光栅的色散量(色散衍射元件的色散量)。

常用的一种滤波器透射率函数为超高斯函数：

$$T_{\text{filter}} = \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^{2m}\right] \quad (6)$$

式中： m 为超高斯函数的阶数。

可饱和吸收体(SA)的透射率可表示为：

$$T_{\text{SA}} = 1 - \frac{l_0}{(1 + P_t/P_{\text{sat}})} \quad (7)$$

式中： l_0 为可饱和吸收体的不饱和损耗； P_t 为瞬时功率； P_{sat} 为可饱和吸收体的饱和功率。在基于可饱和吸收体被动锁模掺 Er^{3+} 氟化物光纤激光器中可饱和吸收体不饱和损耗可以影响可饱和吸收体的透射率，进而影响锁模脉冲，所以可以研究可饱和吸收体的不饱和损耗对锁模脉冲的影响。可饱和吸收体之后接 90/10 分束器，10% 作为输出端。

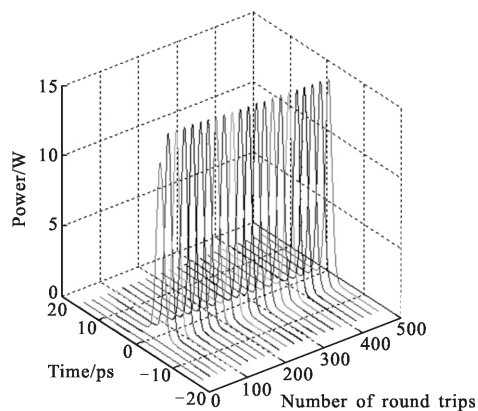
2 数值模拟结果与分析

基于以上物理模型，利用分步傅里叶法对基于可饱和吸收体被动锁模掺 Er^{3+} 氟化物光纤激光器中产生中红外超短脉冲进行数值模拟，研究掺 Er^{3+} 氟化物增益光纤长度和可饱和吸收体不饱和损耗对被动锁模掺 Er^{3+} 氟化物光纤激光器中产生中红外锁模脉冲的影响。

初始脉冲选取高斯脉冲峰值功率设为 10^{-20} W，掺 Er^{3+} 氟化物光纤中由非线性折射率系数 $n_0 = 0.85 \times 10^{-13}$ esu (1 esu = $1 \text{ m}^3/\text{J}$)^[14] 可以得到非线性系数 $\gamma = 0.003 \text{ W}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ 。二阶色散系数为 $\beta_2 = -0.086 \text{ ps}^2/\text{m}$ (2 800 nm)^[10]，增益带宽 $\Delta\lambda_g = 100 \text{ nm}$ ，饱和能量 $E_{\text{sat}} = 0.45 \text{ nJ}$ ；光谱滤波器为超高斯函数 $m = 5$ ， $\Delta\lambda = 100 \text{ nm}$ ，即带宽为 200 nm；可饱和吸收体的饱和功率 $P_{\text{sat}} = 150 \text{ W}$ 。氟化物光纤激光器以及腔内光学元件损耗为 20%。

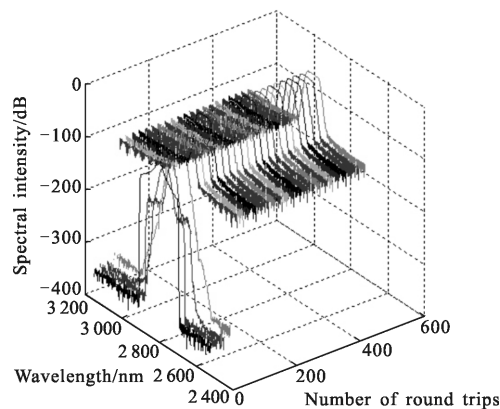
2.1 掺 Er^{3+} 氟化物增益光纤长度对锁模脉冲的影响

参数设置：小信号增益系数 $g_0 = 0.6 \text{ m}^{-1}$ ，不饱和损耗 $l_0 = 0.7$ ，腔内净色散量为 0.80 ps^2 时，当掺 Er^{3+} 氟化物光纤长度为 3.5~4.5 m 时可以得到稳定的锁模脉冲，当掺 Er^{3+} 氟化物光纤长度为 4.3 m 时，掺 Er^{3+} 氟化物光纤激光器中产生中红外超短脉冲脉冲演化和光谱演化，如图 1 所示。



(a) 脉冲演化

(a) Pulse evolution



(b) 光谱演化

(b) Spectrum evolution

图 1 氟化物光纤长度为 4.3 m 时，脉冲演化和光谱演化
Fig.1 Pulse evolution and spectrum evolution with the ZBLAN fiber length of 4.3 m

由图 1 可以看到高斯脉冲经过掺 Er³⁺氟化物光纤逐渐放大,脉宽逐渐压窄,光谱逐渐展宽。第 100 圈后脉冲和光谱的形状逐渐稳定。

掺 Er³⁺氟化物光纤长度为 4.3 m 时,高斯脉冲在掺 Er³⁺氟化物光纤中循环 990 圈后,输出的脉冲波形和光谱,如图 2 所示。

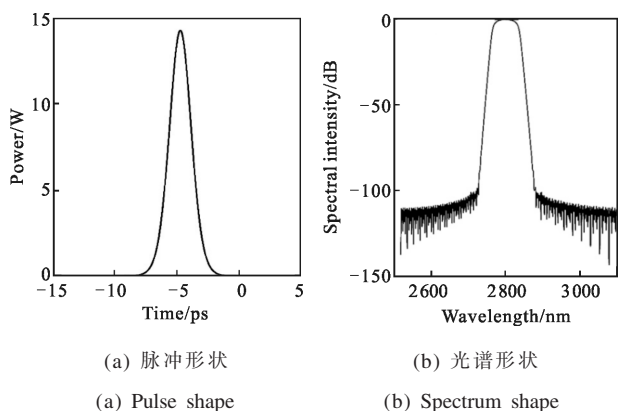


图 2 氟化物光纤长度为 4.3 m 时循环 990 圈时,输出的脉冲形状和光谱形状

Fig.2 Output of the pulse and spectrum shape with the ZBLAN fiber length of 4.3 m and the pulses propagating cycle of 990 laps

由图 2 可知:此时脉冲脉宽为 2.1 ps(FWHM),光谱宽度为 62.5 nm(-3 dB),峰值功率为 14.3 W。

当掺 Er³⁺氟化物光纤长度为 3.5~4.5 m 时,可以得到稳定的锁模脉冲输出。研究随着掺 Er³⁺氟化物增益光纤长度增加,脉冲宽度、光谱宽度以及峰值功率的变化如图 3 所示。

由图 3 可知,随着掺 Er³⁺氟化物增益光纤长度增加,脉冲宽度变窄,光谱变宽,峰值功率增大。当掺 Er³⁺氟化物光纤长度为 3.5 m 时,脉冲宽度最宽约为 7.0 ps(FWHM),光谱宽度最窄约为 7.3 nm(-3 dB),峰值功率最小约为 0.2 W。当掺 Er³⁺氟化物光纤长度为 4.5 m 时脉冲宽度最窄约为 0.38 ps(FWHM),光谱最宽约为 128.8 nm(-3 dB),峰值功率最高为 80 W。当氟化物光纤长度为 3.5~4.5 m 时,为了得到脉宽宽、光谱窄、峰值功率低的脉冲,应尽量使得氟化物光纤长度较短。相反,实验中一般为了得到脉宽窄、光谱宽、峰值功率高的脉冲,尽量使得氟化物光纤长度较长。但是数值模拟过程中当掺 Er³⁺氟化物光纤长度为 4.5 m 时最后会出现抖动,所以最佳长度大约为 4.3 m。

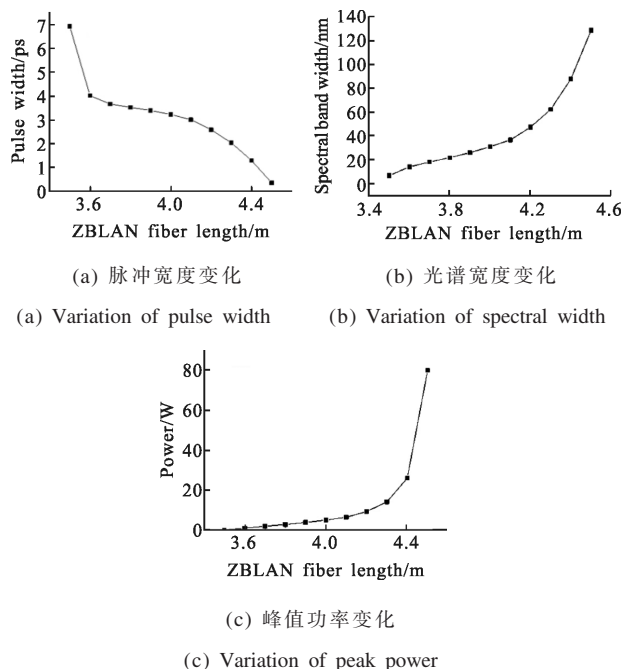


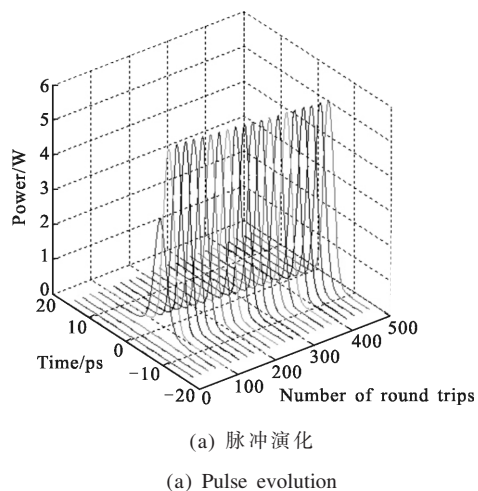
图 3 随着掺 Er³⁺氟化物增益光纤长度增加,脉冲宽度、光谱宽度和峰值功率变化

Fig.3 With increasing of the ZBLAN fiber length, the variation of the pulse width, the spectral width and the peak power

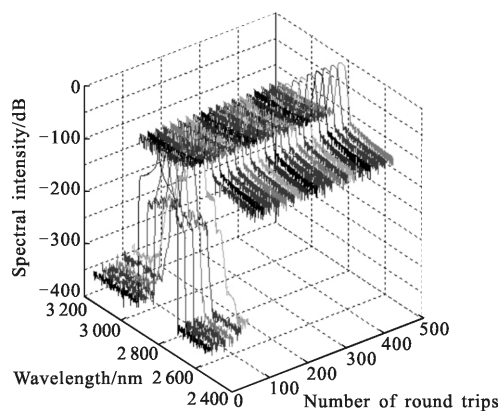
2.2 可饱和吸收体不饱和损耗对锁模脉冲的影响

参数设置:掺 Er³⁺氟化物光纤长 4 m,腔内净色散量为 0.80 ps²,小信号增益系数为 0.60 m⁻¹,当可饱和吸收体不饱和损耗为 0.5~0.8 时,可以得到稳定的锁模脉冲输出。数值模拟当可饱和吸收体不饱和损耗为 0.70 时,中红外超短脉冲的脉冲演化和光谱演化情况如图 4 所示。

由图 4 可以看到,初始脉冲经掺 Er³⁺氟化物光纤逐渐放大,脉宽逐渐压窄,光谱逐渐展宽,最后得到稳定的锁模脉冲。



(a) 脉冲演化
(a) Pulse evolution



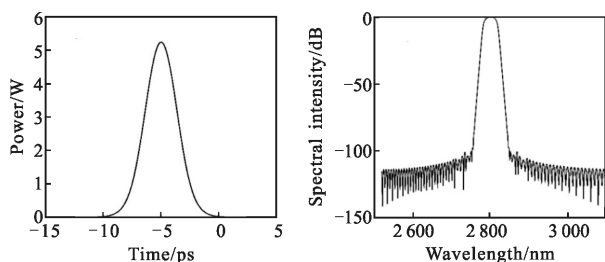
(b) 光谱演化

(b) Spectral evolution

图 4 可饱和吸收体不饱和损耗为 0.7 时, 脉冲演化和光谱演化图
Fig.4 Pulse evolution and spectral evolution with saturable absorber unsaturated loss of 0.7

数值模拟可以得到可饱和吸收体不饱和损耗不同时经过不同的圈后脉冲形状和光谱形状逐渐稳定。当可饱和吸收体不饱和损耗分别为 0.50、0.60、0.70 时, 需要经过约 100 圈后脉冲形状和光谱形状稳定。当可饱和吸收体饱和损耗为 0.8 时, 需要经过约 200 圈后脉冲形状和光谱形状稳定。所以, 当可饱和吸收体不饱和损耗在 0.50~0.80 范围内时, 高斯脉冲经过掺 Er³⁺氟化物光纤传输可以得到稳定的锁模脉冲。

当可饱和吸收体不饱和损耗为 0.70 时, 脉冲在掺 Er³⁺氟化物光纤中循环传输 490 圈时候, 输出的脉冲和光谱, 如图 5 所示。由图 5 可知脉冲宽度为 3.25 ps (FWHM), 峰值功率为 5.2 W, 光谱宽度为 31.8 nm(-3 dB)。



(a) 脉冲形状

(b) 光谱形状

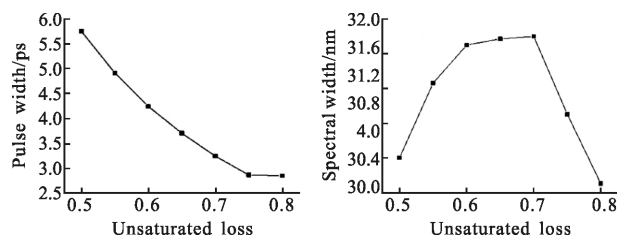
(a) Pulse shape

(b) Spectrum shape

图 5 可饱和吸收体不饱和损耗为 0.70 时循环 490 圈时, 输出脉冲形状和光谱形状

Fig.5 Output of pulse shape and spectrum shape with the saturable absorber unsaturated loss of 0.70 and the pulses propagating cycle of 490 rings

当可饱和吸收体不饱和损耗在 0.5~0.8 范围内, 随着小信号增益系数增大, 脉冲宽度, 光谱宽度, 峰值功率变化如图 6 所示。

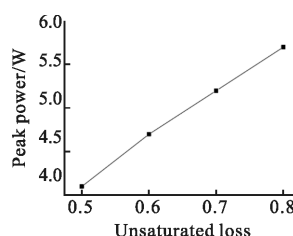


(a) 脉冲宽度变化

(b) 光谱宽度变化

(a) Variation of pulse width

(b) Variation of spectral width



(c) 峰值功率变化

(c) Variation of peak power

图 6 随着可饱和吸收体不饱和损耗增大, 脉冲宽度、光谱宽度和峰值功率变化

Fig.6 With increasing the saturable absorber unsaturated loss, the variation of pulse width, spectral width (in -3 dB) and peak power

由图 6 可以看到, 当可饱和吸收体的不饱和损耗在 0.50~0.80 范围内, 经过掺 Er³⁺氟化物光纤传输可以得到稳定的锁模脉冲, 且随着可饱和吸收体不饱和损耗增大, 脉冲宽度变窄, 光谱宽度先变宽后变窄但是变化不大, 峰值功率变高。当可饱和吸收体不饱和损耗为 0.50 时, 脉冲宽度约为 5.8 ps(FWHM), 光谱宽度为 30.4 nm(-3 dB), 峰值功率为 4.1 W。当可饱和吸收体不饱和损耗为 0.8 时候脉冲宽度为 2.8 ps(FWHM), 光谱宽度为 30.1 nm(-3 dB), 峰值功率为 5.7 W。从图 6 中可以得到当可饱和吸收体不饱和损耗为 0.6 和 0.7 时, 光谱宽度最宽分别为 31.7 nm 和 31.8 nm。但是当可饱和吸收体不饱和损耗为 0.7 时, 光谱比较平滑。因此, 在被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤中可饱和吸收体不饱和损耗越大, 获得稳定而脉冲脉宽越窄, 峰值功率约大。

3 结论

文中以掺 Er³⁺氟化物光纤为例, 基于 NLSE 方程

建立了基于可饱和吸收体被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器中产生中红外超短脉冲的理论模型。数值模拟了掺 Er³⁺氟化物的光纤长度、可饱和吸收体不饱和和损耗对被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器中产生中红外超短脉冲的演化过程,模拟得到稳定的锁模脉冲输出。基于此稳定脉冲,研究了掺 Er³⁺氟化物光纤长度、可饱和吸收体不饱和和损耗对锁模脉冲的影响。研究结果表明:

(1) 稳定锁模脉冲的形成是随着在腔内循环圈数增加,在腔内正色散、非线性效应、光谱滤波效应、可饱和吸收体、增益等共同作用下产生的。这些效应之间是相互影响的,因而在一定的参数变化范围内可以实现稳定的锁模。

(2) 当小信号增益系数、可饱和吸收体不饱和损耗,腔内净色散量一定时,掺 Er³⁺氟化物增益光纤长度在一定范围内才会实现稳定的锁模脉冲,且随着掺 Er³⁺氟化物光纤长度增加,脉冲宽度变窄,光谱变宽,峰值功率增大。这是因为腔内净色散量为正色散与非线性共同作用导致脉冲在时域被展宽。当掺 Er³⁺氟化物光纤长度较长时增益会比较大,所以会出锁模脉冲变得不稳定。

(3) 当掺 Er³⁺氟化物光纤长度、腔内净色散量,小信号增益系数一定时,可饱和吸收体不饱和和损耗在一定的范围时可以得到稳定的锁模脉冲,且随着可饱和吸收体不饱和和损耗的增加,脉冲宽度变窄,光谱先变宽后变窄变化范围不大,峰值功率增加。所以可饱和吸收体不饱和和损耗对光谱宽度影响不大,只影响脉冲宽度和峰值功率。

该研究可为被动锁模掺 Er³⁺氟化物光纤激光器中产生中红外超短脉冲提供参考,对于实验中获得窄脉宽、宽光谱、高功率的中红外超短脉冲具有重要的指导意义。

参考文献:

[1] Wang Pu, Liu Jiang. Progress and prospect on ultrafast Tm³⁺-doped fiber lasers at 2 μm wavelength[J]. *Chinese J Lasers*,

2013, 40(6): 0601002. (in Chinese)

[2] Yu Feng, Sun Chang, Gao Jing, et al. All-fiber ultra-short super-continuum generation and characters [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(11): 3555-3558. (in Chinese)

[3] Walsh B. Review of Tm and Ho materials; spectroscopy and lasers[J]. *Laser Phys*, 2009, 19(4): 855-866.

[4] Chen Hao, Li Jianfeng, Ou Zhonghua, et al. Progress of Mid-Infrared fiber lasers [J]. *Lasers & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(11): 111402. (in Chinese)

[5] Zhu F, Hundertmark H, Kolomenskii A A, et al. High-power mid-infrared frequency comb source based on a femtosecond Er: fiber oscillator [J]. *Opt Lett*, 2011, 38(13): 2360-2362.

[6] Gao Jing, Yu Feng, Kuang Hongshen, et al. High power 28 W supercontinuum fiber laser source [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(9): 2840-2843. (in Chinese)

[7] Wei C, Zhu X S, Norwood R A, et al. Passively continuous-wave mode-locked Er³⁺-doped ZBLAN fiber laser at 2.8 μm [J]. *Opt Lett*, 2012, 37(18): 3849-3851.

[8] Wang P, Yang L M, Liu J. High pulse energy 2 μm femtosecond fiber laser [J]. *Opt Express*, 2013, 21 (2): 1798-1803.

[9] Liu J, Wang P. High-power passively mode-locked thulium-doped femtosecond fiber laser at 2.0 μm [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(9): 0902001. (in Chinese).

[10] Renard W, Canat G, Bourdon P. 26 nJ picosecond solitons from thulium-doped single-mode master oscillator power fiber amplifier[J]. *Opt Lett*, 2012, 37(3): 377-379.

[11] Haboucha A, Fortin V, Bernier M, et al. Fiber Bragg grating stabilization of a passively mode-locked 2.8 μm Er³⁺: fluoride glass fiber laser[J]. *Opt Lett*, 2014, 39(11): 3294-3297.

[12] Li J F, Hudson D D, Liu Y, et al. Efficient 2.87 μm fiber laser passively switched using a semiconductor saturable absorber mirror[J]. *Opt Lett*, 2012, 37(18): 3747-3749.

[13] Hu T, Hudson D D, Jackson S D. Stable, self-starting, passively mode-locked fiber ring laser of the 3 μm class[J]. *Opt Lett*, 2014, 39(7): 2133-2136.

[14] Agrawal G P. *Nonlinear Fiber Optics Fifth Edition* [M]. London: Academic Press, 2013: 57-59.