

利用连续推力的人工太阳同步轨道设计方法

雪丹¹, 任迪², 赵峭¹

(1. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094; 2. 中国空间技术研究院钱学森空间技术实验室, 北京 100094)

摘要: 针对人工太阳同步轨道的设计方法进行研究, 通过施加法向连续推力调整升交点赤经(RAAN)变化率。首次推导了升交点赤经在变方向推力作用下的周期摄动平均值的精确计算公式, 解决了已有近似方法对相关轨道参数的取值范围存在限制的问题, 并给出了对应的轨道倾角周期摄动平均值计算公式。在分析 J2 项摄动对升交点赤经影响的基础上, 给出了所需的法向连续推力幅值和一个轨道周期内对应的速度增量的计算方法。通过数值仿真, 校验了计算公式的正确性, 分析了实现人工太阳同步轨道的连续法向推力对轨道倾角的影响, 给出了连续推力幅值随轨道参数的变化规律, 并且提出了未来工程任务的应用建议。

关键词: 人工太阳同步轨道; 连续推力; 升交点赤经周期摄动

中图分类号: V412.4 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2016)10-1164-07

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2016.10.002

Design of Artificial Sun-Synchronous Orbit Using Continuous Low-Thrust

XUE Dan¹, REN Di², ZHAO Qiao¹

(1. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China;

2. Qian Xuesen Laboratory of Space Technology, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: The control technique of the artificial sun-synchronous orbit is analyzed, a continuous cross-track low-thrust which switches sign as a function of the latitude argument is adopted to regulate the rotation of right ascension of ascending node (RAAN). The accurate formulation of the average variation of RAAN over one orbital period caused by the cross-track control is proposed, which does not restrict the eccentricity to be small or brings secular excursion on the RAAN; moreover, the accurate formulation of the average variation of inclination over one orbital period caused by the cross-track control is proposed. The magnitude of the continuous thrust and the corresponding velocity increment are given on the basis of the calculation of the effect of J2 perturbation on RAAN. Simulation illustrates the validity of the formulation presented in this paper, the example involving large eccentricity is considered, and the effect of the cross-track thrust on the inclination is shown. The variation of the continuous thrust magnitude caused by the initial values of the orbit parameters are analyzed, and the advice for future application is proposed.

Key words: Artificial sun-synchronous orbit; Continuous low-thrust; Average variation of right ascension of ascending node

0 引言

太阳同步轨道(Sun-synchronous orbit, SSO)是指轨道进动方向和速率与地球绕太阳周年转动的方向和速率相同的轨道^[1], 它的主要特点是太阳光对轨道的照射角度基本不变而且周年重复。

目前, 在对地遥感领域广泛应用的太阳同步轨道可以称为自然太阳同步轨道, 即 J2 项摄动是影响升交点赤经变化的主要因素, 以一定时间为间隔通过施加有限推力控制(可近似为脉冲)的方式进行轨道维持。对于此类轨道的研究主要涉及轨道参数设计、摄动规律分析和控制策略制定等内容^[2-3]。

自然太阳同步轨道的高度和倾角必须满足一定的限制条件,并且考虑到简化卫星平台设计和为传感器工作创造有利条件等需求,工程应用中遥感卫星的降交点地方时通常选择在某些较为集中的时段,如晨昏轨道、正午轨道等,由此引起的集中分布给卫星在轨的安全运行带来了威胁。

近年来,有学者开始针对人工太阳同步轨道的设计方法进行研究,重点在于解除对半长轴和倾角的严格限制条件,理论上甚至能够形成顺行的太阳同步轨道。为实现利用人为控制调整升交点赤经变化率的目的,可以采用施加连续法向推力且在纬度幅角为 180° 的位置改变推力方向的方法^[4-7],分析过程中需要计算对应的升交点赤经周期摄动平均值,然而目前可查阅的文献尚未给出该积分值的精确解析解。文献[4]给出的表达式仅在近地点幅角为 0° 时无误差;文献[5-6]给出了近似解,但对于偏心率较大情况存在不可忽略的误差;文献[7]仅用一个符号代表该积分值,而未给出具体的表达形式。采用类似思路,通过施加径向和横向连续推力可以实现人工冻结轨道设计^[8-10]。有学者研究了利用太阳帆实现人工太阳同步轨道的设计方法^[11],在连续推力应用方面,有关于地球同步卫星转移轨道变轨控制方法^[12]和相对于椭圆轨道参考卫星悬停设计方法^[13]的研究。

本文重点研究人工太阳同步轨道的设计方法,推导在法向连续推力(在纬度幅角为 180° 的位置调整推力方向)作用下升交点赤经周期摄动平均值的精确表达式,给出所需连续推力幅值和一个轨道周期内对应的速度增量的计算方法。通过数值仿真校验给出的计算公式的正确性,分析连续法向推力对轨道倾角的影响,给出连续推力幅值随轨道参数的变化规律,并针对未来工程任务提出应用建议。需要说明的是,本文在公式推导和分析过程中不考虑卫星的质量,推力以加速度的形式表示。

1 自然太阳同步轨道的形成

由于实际地球质量的分布不均,赤道附近的附加质量形成对轨道运动的附加力矩,使得轨道升交点赤经的方向在惯性空间持续转动^[1]。其中,地球非球形引力 J_2 项摄动为主要的影响因素。

令 r_e 为地球半径、 a 为半长轴、 i 为轨道倾角、 μ

为地球引力常数,则在 J_2 项作用下升交点赤经变化率在一个轨道周期内的平均值为:

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -\frac{3nJ_2r_e^2\cos i}{2a^2\eta^4} \quad (1)$$

式中: $n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$, $\eta = \sqrt{1-e^2}$ 。

令 h 为轨道高度,地球绕太阳转动速率为 $n_s = 1.991 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$,则太阳同步轨道的高度和倾角满足如下关系^[2]:

$$(r_e + h)^{7/2} = \frac{3r_e^2J_2\sqrt{\mu}}{2n_s\eta^4}\cos i \quad (2)$$

图 1 给出了满足太阳同步轨道限制条件的轨道高度和倾角的关系曲线。

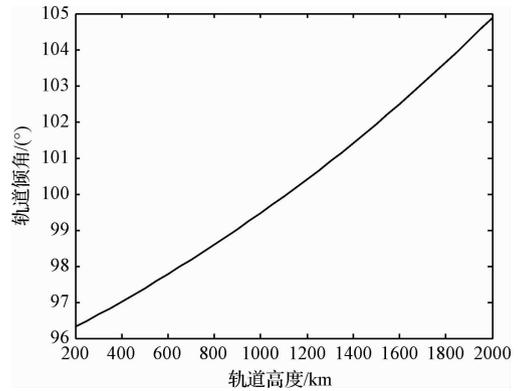


图 1 自然太阳同步轨道的高度和倾角关系

Fig. 1 Relation between height and inclination for natural SSO

2 人工太阳同步轨道的形成

对于高度和倾角不满足自然太阳同步轨道限制的一般类型轨道,可以通过施加法向控制,使得升交点赤经在 J_2 项摄动和法向控制力共同作用下的平均变化率满足太阳同步轨道的约束条件,即:

$$\dot{\Omega}_{\text{avg}} + \dot{\Omega}_{J_2} = n_s \quad (3)$$

令 W 为作用在卫星上的法向推力,根据高斯方程, Ω 的变化率可以写作如下形式:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{r\sin(\omega+f)}{na^2\eta\sin i}W \quad (4)$$

式中: r 为卫星地心距, ω 为近地点幅角, f 为真近点角。

因此,实现人工太阳同步轨道设计的关键在于求解升交点赤经的平均变化率,即式(4)在一个轨道周期内的平均值。

分析可知, $\sin(\omega + f)$ 的值在一个轨道周期内在 $[-1, 1]$ 之间变化, 为提高对升交点赤经的控制效率, 可以根据 $\sin(\omega + f)$ 的值调整法向连续推力的方向, 使升交点赤经的变化率在整个轨道周期内保持同号^[4]。具体策略为: 当 $0 \leq \omega + f < \pi$ 时, W 取正值(或负值); 当 $\pi \leq \omega + f \leq 2\pi$ 时, W 取负值(或正值)。

因此, 升交点赤经的周期摄动平均值可以表示为:

$$\dot{\Omega}_{\text{avg}} = \frac{np^2}{2\pi\mu\text{sin}i} W \int_0^{2\pi} \frac{\sin(\omega + f)}{(1 + e\cos f)^3} \text{sign}[\sin(\omega + f)] df \quad (5)$$

关于式(5)中的积分项, 在目前可查阅的文献中均无精确解析表达式, 近似表达对相关轨道参数的取值范围存在限制, 可能引起较大误差。本文经过推导得到了升交点赤经周期摄动平均值的解析表达式, 并且对涉及到的轨道根数无限制, 仅需满足物理量定义即可, 下面给出主要的推导过程。

令与真近点角 f 对应的偏近点角为 E , 并根据开普勒方程, 式(5)中的被积函数主项可以写为如下形式:

$$\frac{\sin(\omega + f)}{(1 + e\cos f)^3} = \frac{\sin\omega(\cos E - e)(1 - e\cos E)^2}{\eta^6} + \frac{\cos\omega\sin E(1 - e\cos E)^2}{\eta^5} \quad (6)$$

$$C_1 = \begin{cases} -\frac{3e\sin\omega}{\eta^5} \left[\arctan 2\left(\frac{\eta\sin\omega}{1 - e\cos\omega}, \frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega}\right) - \arctan 2\left(\frac{-\eta\sin\omega}{1 + e\cos\omega}, \frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega}\right) - \pi \right], & \omega \in [0, \pi) \\ -\frac{3e\sin\omega}{\eta^5} \left[\arctan 2\left(\frac{\eta\sin\omega}{1 - e\cos\omega}, \frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega}\right) - \arctan 2\left(\frac{-\eta\sin\omega}{1 + e\cos\omega}, \frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega}\right) \right], & \omega = \pi \\ -\frac{3e\sin\omega}{\eta^5} \left[\arctan 2\left(\frac{\eta\sin\omega}{1 - e\cos\omega}, \frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega}\right) - \arctan 2\left(\frac{-\eta\sin\omega}{1 + e\cos\omega}, \frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega}\right) + \pi \right], & \omega \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$$

其中, $\arctan 2(\cdot)$ 为考虑象限关系的反正切函数。

将式(1)和式(7)代入式(3), 可得连续推力幅值:

$$W = \frac{2\pi\mu(n_s - \dot{\Omega}_{J_2})\text{sin}i}{Kn p^2} \quad (9)$$

进一步可得一个轨道周期 T 内所需的法向速度增量 Δv ^[9]:

$$\Delta v = \int_0^T W dt = \frac{2\pi}{n} W \quad (10)$$

分别令 E_1 、 E_2 和 E_3 为与 $-\omega$ 、 $\pi - \omega$ 和 $2\pi - \omega$ 对应的偏近点角, 则式(5)可简化为:

$$\dot{\Omega}_{\text{avg}} = \frac{np^2}{2\pi\mu\text{sin}i} WK \quad (7)$$

式中:

$$K = K_1 - K_2$$

$$K_1 = \int_{E_1}^{E_2} \frac{\sin\omega(\cos E - e)(1 - e\cos E)}{\eta^5} dE + \int_{E_1}^{E_2} \frac{\cos\omega\sin E(1 - e\cos E)}{\eta^4} dE$$

$$K_2 = \int_{E_2}^{E_3} \frac{\sin\omega(\cos E - e)(1 - e\cos E)}{\eta^5} dE + \int_{E_2}^{E_3} \frac{\cos\omega\sin E(1 - e\cos E)}{\eta^4} dE$$

进一步通过积分推导, 可得式(5)中积分项的解析形式:

$$K = \frac{2\cos\omega}{\eta^4} \left[-\left(\frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega} - \frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega}\right) + \frac{e}{2} \left(\frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega}\right)^2 - \frac{e}{2} \left(\frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega}\right)^2 \right] - \frac{e\sin^2\omega}{\eta^4} \left[\frac{e - \cos\omega}{(1 - e\cos\omega)^2} + \frac{e + \cos\omega}{(1 + e\cos\omega)^2} \right] + \frac{2\sin^2\omega}{\eta^4} (1 + e^2) \left(\frac{1}{1 - e\cos\omega} + \frac{1}{1 + e\cos\omega} \right) + C_1 \quad (8)$$

其中, C_1 与 ω 所在象限有关, 具体形式为:

考虑 $\omega = 0^\circ$ 的特殊情况, 式(7)可简化为如下形式:

$$\dot{\Omega}_{\text{avg}} = \frac{2\cos\omega}{\pi\text{sin}i} \sqrt{\frac{a}{\mu}} \quad (11)$$

式(11)与文献[4]的公式一致, 但该式仅适用于这种特殊情况, 对于 ω 为其他值的一般情况存在很大误差。

文献[5-6]针对偏心率较小的情况提出了对于升交点赤经的周期摄动平均值的近似公式, 如下

所示:

$$\dot{\Omega}_{\text{avg}} \approx \frac{1}{2\pi \sin i} \sqrt{\frac{a}{\mu}} \left[\frac{4}{\eta^6} - \frac{4e^2}{\eta^5} \cos(2\omega) \right] \quad (12)$$

针对偏心率较大的情况,第3节将通过数值仿真对比该近似公式与本文推导的精确公式的效果。

根据高斯方程,法向推力会对轨道倾角产生影响,倾角的变化率可写为如下形式:

$$\frac{di}{dt} = \frac{rcos(\omega + f)}{na^2 \eta} W \quad (13)$$

$$L = \frac{2\sin\omega}{\eta^4} \left[\left(\frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega} - \frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega} \right) - \frac{e}{2} \left(\frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega} \right)^2 + \frac{e}{2} \left(\frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega} \right)^2 \right] - \frac{e\sin 2\omega}{2\eta^4} \left[\frac{e - \cos\omega}{(1 - e\cos\omega)^2} + \frac{e + \cos\omega}{(1 + e\cos\omega)^2} \right] + \frac{\sin 2\omega}{\eta^4} (1 + e^2) \left(\frac{1}{1 - e\cos\omega} + \frac{1}{1 + e\cos\omega} \right) + C_2 \quad (16)$$

其中, C_2 与 ω 所在象限有关,具体形式为:

$$C_2 = \begin{cases} -\frac{3e\cos\omega}{\eta^5} \left[\arctan 2 \left(\frac{\eta \sin\omega}{1 - e\cos\omega}, \frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega} \right) - \arctan 2 \left(\frac{-\eta \sin\omega}{1 + e\cos\omega}, \frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega} \right) - \pi \right], & \omega \in [0, \pi) \\ -\frac{3e\cos\omega}{\eta^5} \left[\arctan 2 \left(\frac{\eta \sin\omega}{1 - e\cos\omega}, \frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega} \right) - \arctan 2 \left(\frac{-\eta \sin\omega}{1 + e\cos\omega}, \frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega} \right) \right], & \omega = \pi \\ -\frac{3e\cos\omega}{\eta^5} \left[\arctan 2 \left(\frac{\eta \sin\omega}{1 - e\cos\omega}, \frac{e - \cos\omega}{1 - e\cos\omega} \right) - \arctan 2 \left(\frac{-\eta \sin\omega}{1 + e\cos\omega}, \frac{e + \cos\omega}{1 + e\cos\omega} \right) + \pi \right], & \omega \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$$

由式(15)~(16)和 C_2 可知,除 $\omega = 0^\circ$ 等特殊情况下,轨道倾角周期摄动平均值为不等于零的小量,并且倾角变化率的符号在一个轨道周期内存在变化。第3节将通过数值仿真,分析满足人工太阳同步轨道条件的法向连续推力对倾角的影响。

由于本文的方法直接对升交点赤经变化率进行控制,轨道倾角的变化不会影响人工太阳同步轨道的形成,即去除了自然太阳同步轨道对于轨道倾角和高度的严格限制条件。

3 仿真校验

为进行对比分析,这里考虑与自然太阳同步轨道参数区别较大、且偏心率较大的情况,初始瞬时轨道参数如下所示。

表1 初始轨道参数

Table 1 Initial orbit parameters

半长轴/km	偏心率	倾角/(°)	升交点 赤经/(°)	近地点 幅角/(°)	真近 点角/(°)
10000	0.1	90	0	90	0

3.1 对升交点赤经的影响分析

首先,通过仿真校验本文推导的升交点赤经周期摄动平均值精确表达式的正确性。由式(7)可

因此倾角的周期摄动平均值可以表示为:

$$\dot{i}_{\text{avg}} = \frac{np^2}{2\pi\mu} W \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\omega + f)}{(1 + e\cos f)^3} \text{sign}[\sin(\omega + f)] df \quad (14)$$

与升交点赤经类似,可推导得到轨道倾角周期摄动平均值的精确表达形式:

$$\dot{i}_{\text{avg}} = \frac{np^2}{2\pi\mu} LW \quad (15)$$

其中,积分项对应的系数 L 满足如下形式:

知,升交点赤经的周期摄动平均值中的复杂项为 K ,即本文给出的式(8)。令 ω 在 $[0^\circ, 360^\circ]$ 间变化,对应 ω 的不同取值,分别以真近点角 f 作为自变量进行积分,即为对应情况下 K 的真实值,如图2所示。利用式(8)~(9),针对 ω 的不同取值分别计算得到 K 的计算值,并与真实值做差进行比较,如图3所示。由图3可知,对于升交点赤经周期摄动平均值中的复杂项 K ,本文推导公式的结果与真实值相比的计算误差在 10^{-6} 量级,为利用 Matlab 软件进行积分时存在的系统误差。因此,可以证明本文推导的升交点赤经周期摄动平均值精确表达式的正确性。

采用本文提出的计算方法,法向推力加速度幅值约为 1.936 mm/s^2 ,对应的一个轨道周期内的速度增量约为 19.263 m/s ,采用式(12)的近似公式,得到的法向推力加速度幅值约为 1.897 mm/s^2 。图4所示为生成的人工太阳同步轨道升交点赤经较理想值的偏差在1天内的变化情况,其中实线是采用本文公式的结果,虚线是采用式(12)近似公式的结果。

由图4可知,对于该情况,升交点赤经偏差幅值小于 0.009° 。采用本文方法得到的偏差符合周期性规律,而近似方法的结果存在随时间递增的误差,

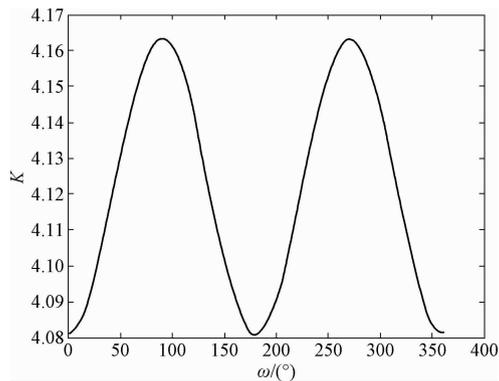
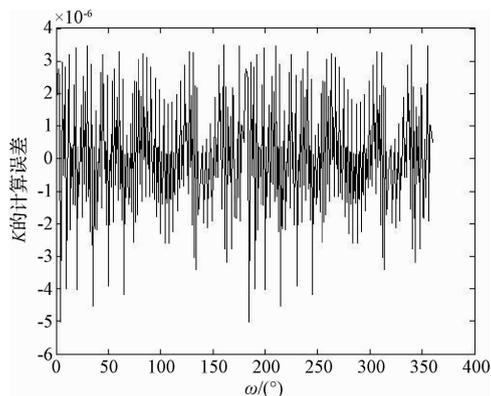
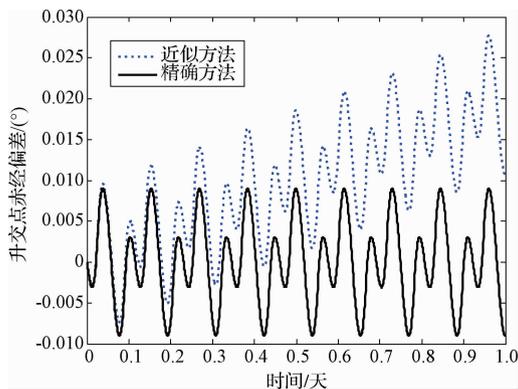
图2 K 的真实值Fig. 2 Real value of K 图3 K 的计算误差Fig. 3 Separation of K 

图4 升交点赤经偏差

Fig. 4 Separation of RAAN

表明本文方法对于大偏心率轨道情况的适用性优于近似公式。需要说明的是,考虑到其他摄动因素的影响,对于仿真时间延长的情况,可以在利用本文方法得到的推力幅值的基础上进行小量修正^[5,7]。

3.2 对轨道倾角的影响分析

为考虑长期影响,给出法向连续推力引起的轨道倾角在一年内的变化规律,如图5所示。由图5

可知,施加法向连续推力对轨道倾角的影响较小且具有长周期性,对于该情况,倾角变化量的幅值小于 1.1° 。

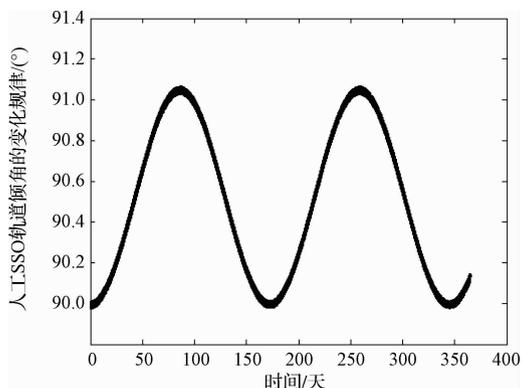


图5 人工太阳同步轨道的倾角变化规律

Fig. 5 Inclination variation of the artificial SSO

3.3 初始轨道参数影响分析

由式(9)可知,连续推力幅值与初始轨道参数间的非线性关系很强,难以直观得到连续推力幅值随轨道参数的变化规律。本文通过数值仿真进行分析,分别给出连续推力幅值随初始轨道参数(半长轴、偏心率、轨道倾角、近地点幅角)的变化规律,如图6~9所示。

由图6~9可知,在给定的初始轨道参数变化范围内,连续推力幅值随初始半长轴和偏心率增加而减小,随初始轨道倾角和近地点幅角的变化呈现周期性变化,其中初始近地点幅角为 90° 或 270° 时推力幅值达到最小。

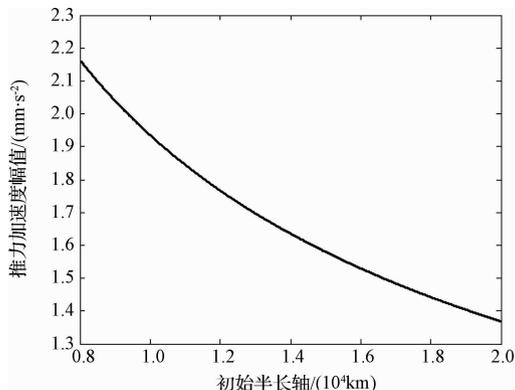


图6 连续推力幅值随半长轴的变化规律

Fig. 6 Magnitude of continuous thrust vs. semi-major axis

3.4 应用分析

对于拟采用人工太阳同步轨道的任务,轨道高度由任务目标和载荷性能确定,可以由自然太阳同步轨道约束条件计算倾角初值,在此基础上根据推

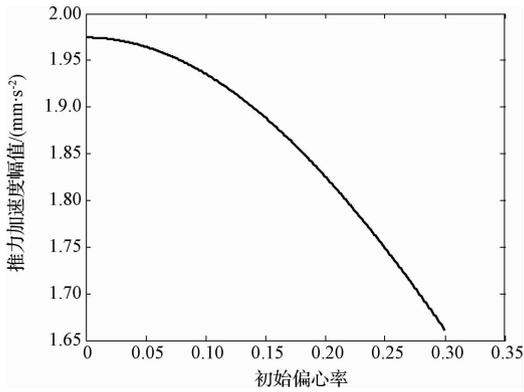


图7 连续推力幅值随偏心率的变化规律

Fig.7 Magnitude of continuous thrust vs. eccentricity

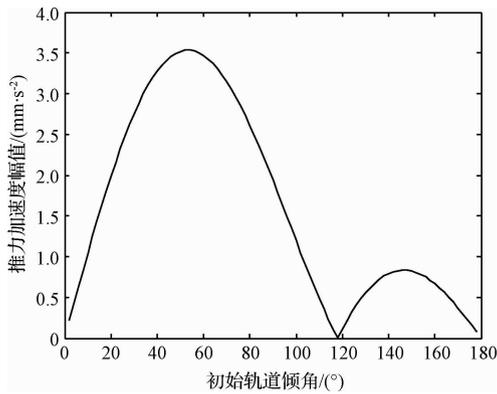


图8 连续推力幅值随轨道倾角的变化规律

Fig.8 Magnitude of continuous thrust vs. inclination

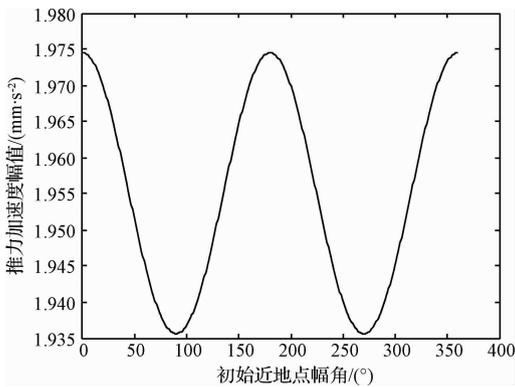


图9 连续推力幅值随近地点幅角的变化规律

Fig.9 Magnitude of continuous thrust vs. argument of the perigee

进系统能力和隔离距离要求等约束条件确定倾角偏置量及对应的推力加速度幅值。

以轨道高度 900 km 的太阳同步轨道为例,对应的自然太阳同步轨道倾角标称值为 99.0225° ,在此基础上若设置倾角偏置 0.1° ,则需要在法向施加的连续推力加速度幅值约为 0.0224 mm/s^2 ,对应一个

轨道周期内的速度增量约为 0.138 m/s ,对应一年内的速度增量约为 706.549 m/s 。考虑卫星重量为 1000 kg ,则对应法向连续推力的幅值约为 22.4 mN 的量级。由于推进系统工作将导致卫星整体重量的变化,从未来工程应用角度考虑,为保证推力加速度幅值满足要求,需要连续推力的幅值以一定规律变化,并尽可能增大比冲以降低推进剂消耗带来的影响。

4 结论

本文给出了人工太阳同步轨道的设计方法,利用施加法向连续推力的方法调整升交点赤经变化率。首次推导了升交点赤经和轨道倾角在变方向推力作用下的周期摄动平均值的精确计算公式,对涉及到的轨道根数无限制,仅需满足物理量定义即可。在此基础上给出了连续推力幅值和一个轨道周期内所需速度增量的计算方法。数值仿真表明,利用本文给出的计算公式得到的连续推力与 J_2 项摄动共同作用,能够使升交点赤经的运动规律满足太阳同步轨道的定义,且适用于与自然太阳同步轨道差异较大、偏心率较大的情况;法向推力对轨道倾角的影响较小,且具有长周期性;连续推力幅值随初始半长轴和偏心率增加而减小,随初始轨道倾角和近地点幅角的变化呈现周期性变化趋势,其中,初始近地点幅角为 90° 或 270° 时推力幅值达到最小。此外,考虑工程应用需求,给出了以自然太阳同步轨道倾角为标称值进行偏置设计的应用建议,并提出了对卫星推进系统能力的需求。

参 考 文 献

- [1] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 1998:22-23.
- [2] David A V. Fundamentals of astrodynamics and applications [M]. Portland: Microcosm Press, 2001: 782-788.
- [3] 杨维廉. 太阳同步轨道的长期演变与控制[J]. 航天控制, 2008, 17(2):26-30. [Yang Wei-lian. Long-term evolution and control for Sun-synchronous orbit [J]. Aerospace Control, 2008, 17(2):26-30.]
- [4] Malcolm M, Robert M. Extension of the Sun-synchronous orbit [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010, 33(6):1935-1939.
- [5] 马庆甜. 连续小推力卫星的几种典型非开普勒轨道设计[D]. 北京:清华大学, 2011. [Ma Qing-tian. Design of several typical non-Keplerian orbits for satellite with continuous low-thrust [D]. Beijing: TsingHua University, 2011.]

- [6] Wu Z G, Jiang F H, Li J F. Artificial Martian frozen orbits and Sun-synchronous orbits using continuous low-thrust control [J]. *Astrophys. Space Sci.*, 2014, 352(2): 503–514.
- [7] Wang G B, Meng Y H, Zheng W, et al. Artificial Sun synchronous frozen orbit control scheme design based on J2 perturbation [J]. *Acta Mech. Sin.*, 2011, 27(5): 809–816.
- [8] 周姜滨, 袁建平, 罗建军. 任意轨道要素冻结轨道的径向小推力控制策略研究[J]. *宇航学报*, 2008, 29(5): 1536–1539. [Zhou Jiang-bin, Yuan Jian-ping, Luo Jian-jun. Study of the control strategy for frozen orbits with arbitrary orbital element by using radial low-thrust [J]. *Journal of Astronautics*, 2008, 29(5): 1536–1539.]
- [9] Wang G B, Meng Y H, Zheng W, et al. Artificial frozen orbit control scheme based on J2 perturbation [J]. *Science China (Technological Sciences)*, 2010, 53(11): 3138–3144.
- [10] 马庆甜, 李俊峰, 宝音贺西. 横向连续推力小偏心率人工冻结轨道设计[J]. *空间科学学报*, 2012, 32(4): 555–559. [Ma Qing-tian, Li Jun-feng, Bao-Yin He-xi. Small eccentricity artificial frozen orbit design with transverse continuous low-thrust [J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2012, 32(4): 555–559.]
- [11] 龚胜平, 李俊峰, 宝音贺西, 等. 太阳帆绕地球周期轨道研究[J]. *宇航学报*, 2012, 33(5): 527–532. [Gong Sheng-ping, Li Jun-feng, Bao-Yin He-xi, et al. Solar sail periodical orbits around Earth [J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(5): 527–532.]
- [12] 杨大林, 徐波, 高有涛. 地球轨道卫星电推进变轨控制方法[J]. *宇航学报*, 2015, 36(9): 1010–1017. [Yang Da-lin, Xu Bo, Gao You-tao. Control method for Earth satellite orbit transfer using electric propulsion [J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(9): 1010–1017.]
- [13] 王功波, 孟云鹤, 郑伟, 等. 基于轨道动力学的椭圆轨道悬停方法[J]. *宇航学报*, 2010, 31(6): 1527–1532. [Wang Gong-bo, Meng Yun-he, Zheng Wei, et al. An orbit dynamics-based elliptical orbit hovering method [J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(6): 1527–1532.]

作者简介:

雪丹(1981–),女,博士,高级工程师,主要从事航天器轨道与星座设计研究。

通信地址:北京市5142信箱368分箱(100094)

电话:(010)68745694

E-mail:unbridled@163.com

(编辑:牛苗苗)