

doi: 10.3788/gzxb20154412.1211004

# 基于编码源成像的等离子体密度诊断方法

李国栋, 杨建伦, 陈法新

(核物理与化学研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘 要:** 利用探针光编码源成像可对丝阵负载 Z 箍缩等离子体内爆实验进行冕区密度诊断, 基于阴影像系统, 在光路靶区前设计增加一块线阵编码板对入射探针光波前空间分布进行改造, 通过模拟成像分析了光路布局中物面选择和偏折角提取; 在等离子体的最大密度小于临界密度一个量级时 Abel 变换式可以采用近轴近似, 采用对偏折角样点直接三次样条插值和对 Abel 变换式的分段积分获得等离子体密度分布, 其与初始密度设定值相比较为吻合; 比较编码板不同疏密度时的反演偏差, 对于梯度变化平滑的等离子体, 即使条纹比较稀疏也能反演得到很好的结果. 结果表明: 该方法系统简单, 对光源和光学器件性能参数要求较为宽松, 调试容易, 具有很好的测量适应性, 可用于等离子体密度诊断.

**关键词:** 等离子体; 编码源; 电子密度; Abel 变换; Z-pinch

**中图分类号:** O532+.13; O439; TL65; TL65+3 **文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2015)12-1211004-6

## Method for Electron Density Diagnostics Based on Coded Source Imaging

LI Guo-dong, YANG Jian-lun, CHEN Fa-xin

(Institute of Nuclear Physics and Chemistry, Mianyang, Sichuan 621900, China)

**Abstract:** A kind of coded-source-imaging-based laser probing diagnostics can be used for the measurements of coronal region electron density in the explosion experiments of wire array Z - pinch. Based on the shadowgraphy system, it just add a linear fringe-pattern mask in front of the target to change the wavefront distribution of incident laser. The selection of object plane and extraction of deflection angle are analyzed by imaging simulation. When the maximum density of plasma is an order of magnitude less than the critical density, paraxial approximation can be used in Abel transform. Cubic spline interpolation of deflection angles and piecewise integral of Abel transform give out the density distribution, which is in good agreement with the setted density value. Compared the inversion errors with different line-pairs coded masks, we can get good results for the plasma with smooth gradient even if the mask fringes are relatively sparse. Calculation shows that this method has a simpler system, and don't need high performance parameters for light source and optical device, thus it has a good measurement adaptability, and it's feasible for the diagnosis of plasma density.

**Key words:** Plasma; Coded source imaging; Electron density; Abel inversion; Z-pinch

**OCIS Codes:** 110.2970; 280.5395; 140.0140; 010.3310

## 0 引言

在高能量密度等离子体研究中, 等离子体密度分布的诊断对讨论等离子体的形成和发展机理有重要意义. 利用激光作为探针光源的主动诊断技术已经广泛使用<sup>[1]</sup>, 其中干涉法<sup>[2-3]</sup>和莫尔偏折法<sup>[4]</sup>可以定量给出

一定范围的密度分布信息. 通过记录条纹的移动, 可以分别获得激光探针通过等离子体后相位和偏折角的变化, 二者又分别对应等离子体密度和密度梯度的路径积分<sup>[5]</sup>, 在轴对称模型下采用 Abel 变换算法由相位和偏折角分布均可较为精确地反演出电子密度的径向分布情况<sup>[6-7]</sup>. 但干涉仪测量稳定性要求较高, 一般需要

基金项目: 中物院科学技术发展基金(2013B0102008)资助

第一作者: 李国栋(1989-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为 Z 箍缩等离子体诊断. Email: letgoaldone@163.com.

导师(通讯作者): 杨建伦(1967-), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为 Z-Pinch 内爆物理. Email: jlyang@my-public.sc.cninfo.net

收稿日期: 2015-07-21; 录用日期: 2015-10-08

<http://www.photon.ac.cn>

复杂的光路布局、精密的光学元件和精细的光路调节<sup>[8]</sup>,同时在反演计算密度时需要条纹移动作一阶微分,放大了测量误差<sup>[5]</sup>.莫尔偏折法对光源的相干性要求较低,有较大动态量程<sup>[9]</sup>,但是其依赖朗奇双光栅产生莫尔条纹,要求精确协调两块光栅,需要满足Talbot距离并具有最佳夹角等<sup>[10]</sup>,调试比较复杂,对激光强度、光路准直等要求较高.

针对丝阵负载Z箍缩等离子体内爆过程,核物理与化学研究所建立了266 nm激光阴影成像系统<sup>[11]</sup>.本文在该套系统的基础上针对Z箍缩等离子体的形状尺度和早期的特征,提出一种编码源成像方法的冕区等离子体密度定量诊断方法,通过引入对探针光的编码来获得光线的空间分布信息,然后利用偏折法原理反演密度分布.该方法的优势是系统组成相对简单明了,只需对原有阴影像系统稍加改动,对光源和光学器件性能参数要求较为宽松,系统调试容易,根据诊断目标状态能够优化调节,具有很好的测量适应性,另外,在数据反演过程中没有微分操作,不会将测量误差放大传导.

## 1 编码源成像的光路设计

激光在等离子体中传播的折射率由色散关系给出<sup>[12]</sup>,冷等离子体近似下忽略吸收效应和离子的作用,主要取决于光波频率 $\omega$ 和朗缪尔频率 $\omega_0$ ,考虑到Z箍缩实验中的带磁等离子体,那么磁场引起的电子回旋频率 $\omega_H$ 也有作用,即

$$\begin{cases} \omega = 2\pi f = 7.09 \times 10^{15} \text{ (}\lambda = 266 \text{ nm)} \\ \omega_0 = \sqrt{4\pi e^2 n_e / m_e} = 5.64 \times 10^4 \sqrt{n_e} \\ \omega_H = eB / mc = 1.76 \times 10^{11} B \end{cases} \quad (1)$$

式中 $n_e$ 为等离子体电子数密度,对于Z箍缩等离子体,其冕区密度达 $10^{18} \sim 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ 量级以上,磁场 $B$ 的大小在10 T~100 T,对于266 nm波长的紫外激光探针 $\omega_0^2 \ll \omega^2$ , $(\omega_H / \omega)^2 \approx 10^{-6} \sim 10^{-4}$ ,不论激光传播方向与磁场夹角如何,在色散关系中磁场作用的高阶项影响都可以忽略,则折射率的一阶近似仍然可以写为

$$n^2 = 1 - \omega_0^2 / \omega^2, \text{ 即 } n = \sqrt{1 - n_e / n_c} \quad (2)$$

式中 $n_c$ 为激光波长 $\lambda$ 对应的等离子体临界电子数密度, $n_c = 1.1 \times 10^{21} (1 \mu\text{m} / \lambda)^2 \text{ cm}^{-3}$ .几何光学近似给出激光在等离子体中传播的基本方程<sup>[13]</sup>为

$$\frac{d}{ds} \left[ n(x, y, z) \frac{dr}{ds} \right] = \nabla n(x, y, z) \quad (3)$$

在探针光束小角度偏转的近轴近似下,激光穿过等离子体的偏转角可以表示为

$$\Phi = \frac{1}{n_0} \int_0^L \frac{\partial n(u, x)}{\partial u} ds \quad (4)$$

式中 $x$ 为探针光束传播方向, $u$ 为垂直于 $x$ 轴的长度, $L$ 为探针光束在等离子体中的径迹长度, $n_0$ 为边界等

离子体折射率.可见一条光线的出射偏折角 $\Phi$ 表征了该光线所经过等离子体折射率梯度(表征密度梯度)的路径积分,如果可以获得一组偏折角 $\Phi(\rho)$ 分布( $\rho$ 表示入射位置),考虑边界条件通过一定的数学处理就可以反演得到目标等离子体的折射率梯度分布,从而得到密度梯度分布或密度分布.

### 1.1 光路设计

编码源成像系统光路设计如图1,采用有一定形态分布的编码板G对入射探针光波前空间分布进行改造,使入射激光具有位置信息;然后通过4-f透镜组成的像传输系统,编码光源像到达目标等离子体靶H上;最后通过成像透镜L,将物面S处的像记录到相机中.

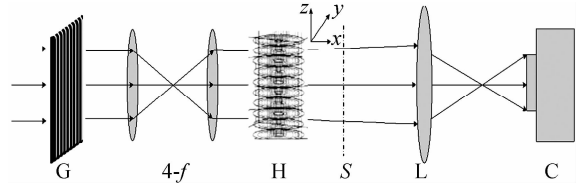


图1 编码源成像光路设计原理

Fig. 1 Schematic of set-up used for coded laser source imaging experiments. (G: coded mask, H: plasma column, S: object plane, L: imaging lens, C: camera.)

通过对无等离子体扰动的编码源参考像,以及放置或产生等离子体后的扰动像进行比较,跟踪匹配特征位置的相对位移矢量 $\Delta(\rho)$ ,结合光路相关参数即可得到探针光折角度分布信息 $\Phi(\rho)$ .编码板的设计对光束的有效追踪以及正确匹配十分重要,根据式(4)偏折法对沿光线方向的梯度不敏感而对垂直于光线方向的梯度敏感,而丝阵Z-Pinch内爆早期冕区等离子体演化主要发生在径向,轴向密度梯度远小于径向梯度可以忽略,密度分布可以近似看作是旋转对称的,那么对于垂直于中心轴入射的探测光,编码板可以采用平行于中心轴的稀疏条纹型,这样每一条竖条纹代表一条光线,同时对轴向扰动的也不敏感,可以看作只有径向的偏转,匹配较为方便.而采用4-f像传输系统的意义是可以最大限度抑制探针光通过编码源板后长距离传输的衍射效应.

### 1.2 成像模拟

编码源成像的数值模拟有助于对本方法有一个定性的直观认识,成像效果显示本方法对等离子体密度分布梯度很敏感,非常适合于非均匀分布的等离子体密度诊断,结合模拟结果可进一步改进编码板设计和光路设计.式(3)给出了激光通过等离子体的传播方程,则光迹追踪的微分方程组可以改写为

$$\begin{cases} \frac{dr}{ds} = \frac{v}{v} \\ \frac{dv}{ds} = -\frac{c^2}{2v} \nabla \frac{n_e}{n_c} \end{cases} \quad (5)$$

式中定义  $v=cn=c\sqrt{1-n_e/n_c}$ ,  $c$  为真空中的光速,方向为光线的切向.

探针光使用 266 nm 紫外激光,等离子体假定为柱状轴对称模型,半径  $R=6$  mm,高度为 20 mm,密度分布形式采用常用的高斯型,即

$$n_e/n_c = b \exp(-r^2/a^2) - c \quad (6)$$

式中  $a$  为高斯分布的密度调制因子, $b$  为中心最大密度与临界密度之比, $c$  为常数以使边界为 0. 忽略激光通过等离子体的吸收效应(等离子体最大密度远小于探针光波长所对应的截止密度),仅对探针光在等离子体中的偏折效应进行模拟计算. 以编码源板透光条纹缝宽  $150 \mu\text{m}$ ,参数  $a=3, b=0.1$  为例,编码光束经过等离子体在空间传输如图 2,图中圆环为等离子体截面等密度线, $S_1, S_2, S_3$  为成像系统选取的三个不同位置的物面.

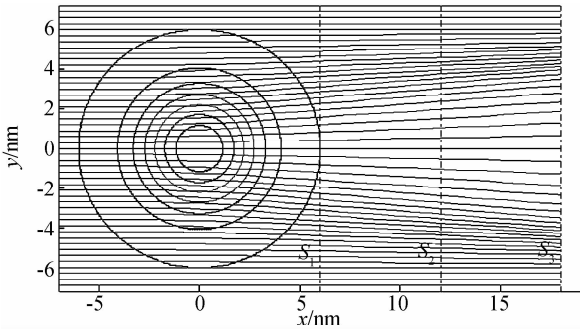


图 2 编码光束经过等离子体在空间传输  
Fig. 2 The transportation of coded probing rays

假定成像透镜为 1:1 成像,图 3(a) 为未扰动像,图 3(b)、(c)、(d) 分别为  $S_1, S_2, S_3$  三个位置物面的扰动像,可见在偏转角一定的情况下,条纹位移矢量的相对值随物面  $S$  的位置而变化, $S_1$  位置的像对扰动的表现较弱,而  $S_3$  位置的像中出现条纹的重叠,所以在实际测量中必须根据实际情况选择合适的成像物面,选择在  $S_2$  位置附近较为合适,物面位置可以通过适当调整透镜和相机的相对距离而设定.

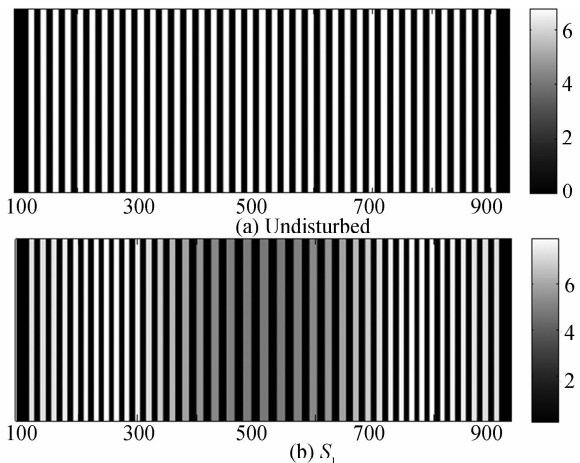


图 3 条纹型编码板成像模拟  
Fig. 3 The simulation images

图 4 为基于光路可逆原理的偏折光线位置、角度关系示意图, $O$  代表柱状等离子体轴心, $p$  为取样光线位置, $D$  为物面到轴心的距离, $\Delta$  为出射光线在该物面的偏折位移量, $\Phi$  为最终的偏折角度,其它有关量见图示.

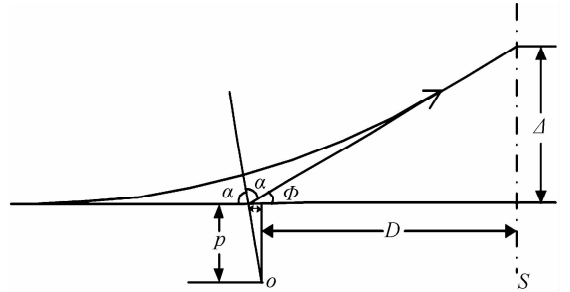


图 4 偏折角和偏折位移量关系图  
Fig. 4 The deflection angle corresponding to fringe shift  
各角度关系为

$$\tan\alpha = p/l, \tan\Phi = \Delta/(D+l), 2\alpha + \Phi = \pi$$

$$\tan \frac{\Phi}{2} = \frac{-D + \sqrt{D^2 + (2p + \Delta)\Delta}}{2p + \Delta} \quad (7)$$

式(7)表明,对于  $p$  位置的光线,设法测得相应的  $\Delta$  和  $D$ ,即可算得其对应的偏折角度  $\Phi$ ,而  $\Delta$  由图 3 的扰动像与未扰动像比较即可获得. 实际测量中可能无法预先标定中心位置  $O$ ,则位置  $p$  是不确定的,所以在小角度偏转下可以近似为

$$\Phi \approx \tan\Phi \approx \Delta/D \quad (8)$$

增加系统的放大倍数或将物面  $S$  调整到距靶更远可以提高位移量  $\Delta$  的测量精度,假设相机成像和条纹提取是清晰的,忽略  $\Delta$  的误差,那么不确定度主要来自物面位置测量的不确定性,其误差表示为

$$d\Phi/\Phi = (p\Phi/2 + dD)/D \quad (9)$$

可见降低偏转角提取不确定度要求选择物面到轴心的距离  $D$  尽可能大.

## 2 密度反演分析讨论

由偏转角分布反演密度分布需通过一定的数学变换算法,轴对称简化模型对于光线的偏转可以放在一个  $r-\theta$  截面( $x-y$  平面)讨论.如图 5 所示,其中  $i$  为光线径迹上  $r$  位置切线方向与径向的夹角.图 5 所示光线的实曲线表示光线的真实径迹,穿过轴对称分布的介质场,其径迹依赖折射率的分布,并满足

$$rn(r)\sin i=p \quad (10)$$

定义  $\eta=n(r)r$ ,其出射方向对应的偏转角表达式为

$$\frac{\Phi}{p}=2\int_p^R\frac{[d(\ln\eta)/d\eta]}{\sqrt{\eta^2-p^2}}d\eta \quad (11)$$

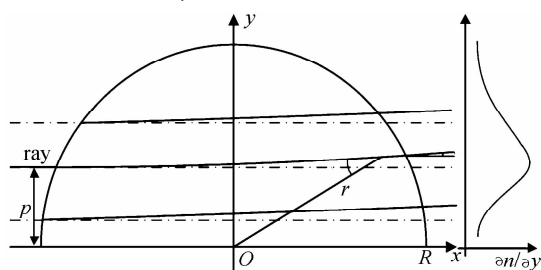


图 5 激光偏折效应示意图

Fig. 5 Schematic of a laser probing ray deflectometry

### 2.1 近轴近似的偏差估计

一般情况下等离子体形态十分复杂,实验中偏折角的提取往往采用小角度偏转近似的式(8),而计算中偏转角和折射率分布的关系也常采用近轴近似计算,如图 5 中虚线所示,光线径迹看作是过等离子体圆的一条弦,偏转角由式(4)表示,改写到极坐标为

$$\frac{\Phi}{p}=\frac{2}{n_0}\int_p^R\frac{dn/dr}{\sqrt{r^2-p^2}}dr \quad (12)$$

式(11)、(12)是轴对称模型中偏折角反演密度的基础,但采用近轴近似的式(12)必然会对反演带来算法上的误差,所以比较式(11)、(12)可以对近轴近似造成的偏差作一个评估.

图 6 中  $i, ii, iii$  三组曲线分别为  $a=3, b=0.1, 0.05, 0.01$  偏转角近轴近似值和理论值的比较,图 7 中  $I, II, III$  三组曲线分别为  $b=0.1, a=1, 2, 3$  偏转角近轴近似值和理论值的比较,实线为理论值,虚线为近轴近似值.结合图 5 可知偏转角计算的偏差正是由积分路径的近似所造成,图 5 示意了 3 个位置的光线径迹真实曲线(实线)和近轴近似直线(虚线),显然靠近等离子体边缘位置虚线径迹对应的  $\partial n/\partial y$  相比于真实径迹偏大,造成近轴近似计算的偏转角相对偏大;反之靠近中心  $O$  位置虚线径迹对应的  $\partial n/\partial y$  偏小,造成近轴近似偏转角相对偏小.对于高斯分布,参数  $a$  调制其分布形状,参数  $b$  决定密度的大小,比较图 6 和图 7 可知偏折角的大小范围与参数  $b$  正相关,显然偏折角整

体越小,近轴近似给出的偏折角和理论值相对偏离也就越小,假定实验系统的收光角度约为  $0.05$  rad,这要

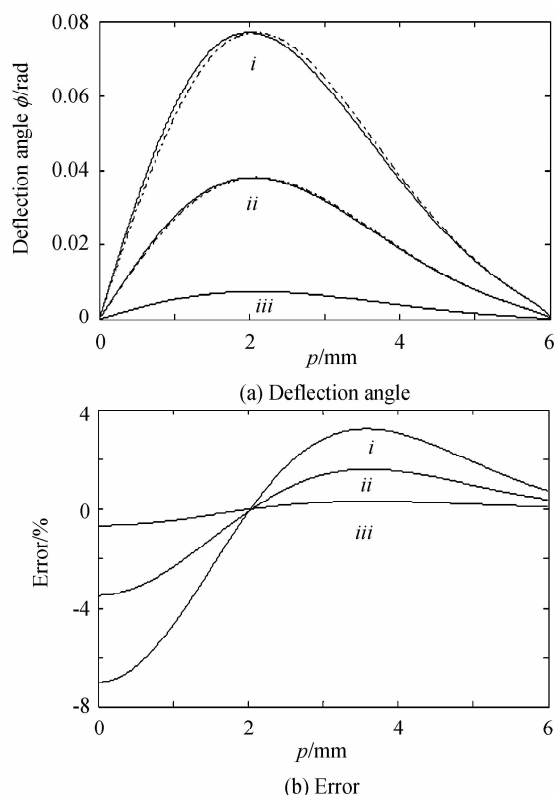


图 6 偏转角近轴近似值和理论值的比较

Fig. 6 The deflection angle and relative error

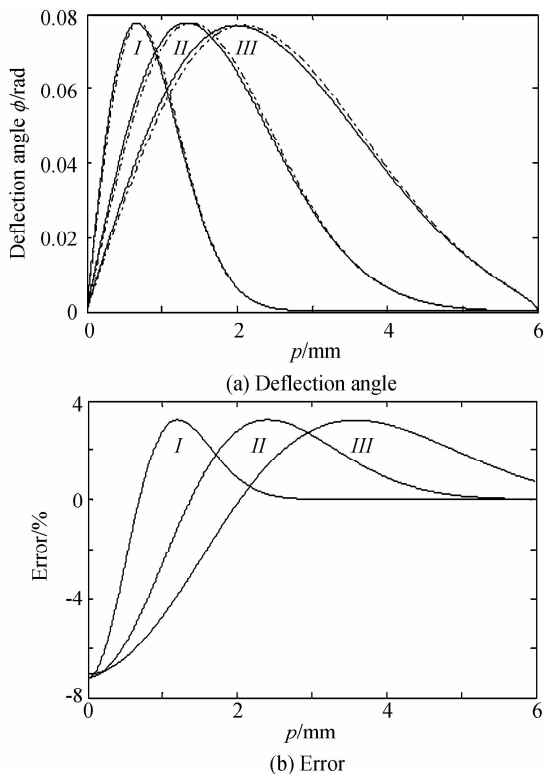


图 7 偏转角近轴近似值和理论值的比较

Fig. 7 The deflection angle and relative error

求等离子体的最大密度小于临界密度一个量级,在这个范围内作小角度偏转的近似处理是可以接受的.

### 2.2 条纹疏密度对反演结果的影响

对于轴对称模型,利用偏折角的分布情况反演折射率和密度一般采用 Abel 变换.式(11)的 Abel 变换形式为:

$$[\ln(n)](\eta) = -\frac{1}{\pi} \int_{\eta}^R \frac{\Phi(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - \eta^2}} d\rho \quad (13)$$

式(13)的积分起点是一个奇点,换元法可以消除奇点,令  $\rho = \eta \sec(t)$ ,该式改写为

$$[\ln(n)](\eta) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\arccos(\eta/R)} \frac{\Phi(t)}{\cos(t)} dt \quad (14)$$

上述关系式说明反演只需要数值积分操作,得到折射率分布后基于式(2)即可获得密度分布.受限于等离子体的尺度和光学系统空间分辨,编码源成像法获取的  $\Phi(\rho)$  分布是有限的离散点,取决于编码板图样的疏密程度.在稀疏数据点情况下需要先对  $\Phi(\rho)$  进行插值,然后再进行数值积分, $\Phi(\rho)$  的疏密以及插值的方法直接决定了插值的精度和反演的准确度.可以想象如果偏折角局部变化较大或者在等离子体边界区域特征测量点较少,插值可能会引入较大偏差.对于模拟采用的高斯分布的等离子体,三次样条插值能给出较好的结果.

以参数设定为  $a=3, b=0.1$  的高斯密度分布为例,忽略其他因素只考虑数据反演操作引入的误差情况.假定偏折角分布可以精确测得,即以式(11)理论计算得到,那么通过式(14)及式(2)可以精确反演得到等离子体折射率分布和密度分布,其计算积累误差如图8、9中的曲线  $l_1$ ;实际偏折角分布测到的是离散数据点,如编码板条纹间距分别取 0.1 mm、0.2 mm、0.3 mm、0.5 mm,则对  $\Phi(\rho)$  插值处理时必然带入了不同程度的新的误差,反演误差分别如图8、9中的曲线  $l_2, l_3, l_4, l_5$ .

对于梯度变化平滑的等离子体,编码源成像法可以较为理想地推测出等离子体的折射率和密度的空间分布情况,显然编码板条纹间距越小反演结果越精确,但对于等离子体内部大部分区域,如  $r < 5$  cm 范围,即使条纹比较稀疏也能反演得到很好的结果.图8、9显

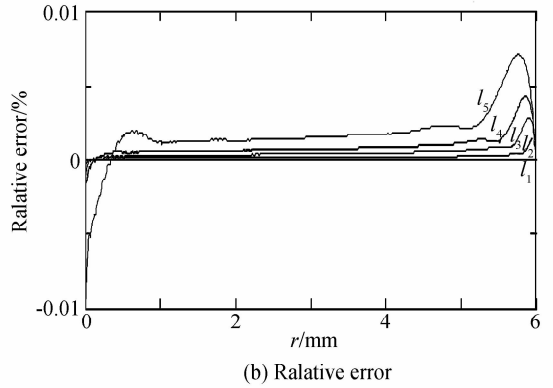
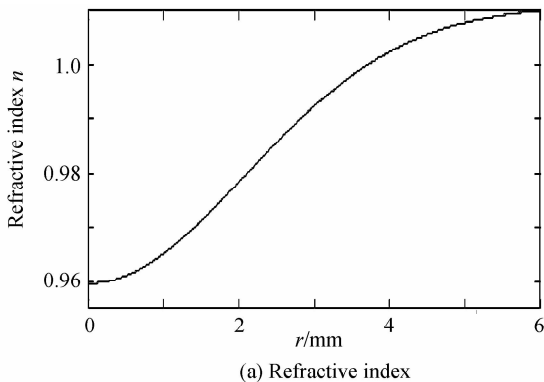


图8 折射率反演值和相对误差

Fig. 8 The calculated refractive index and its relative error

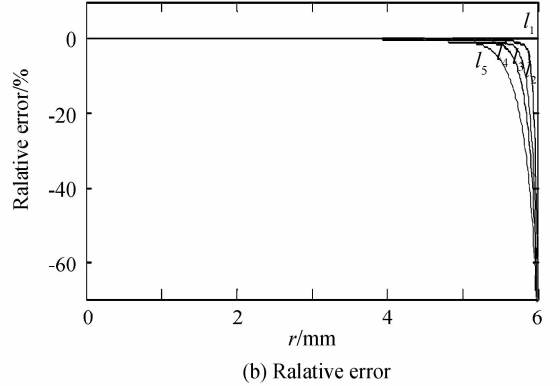
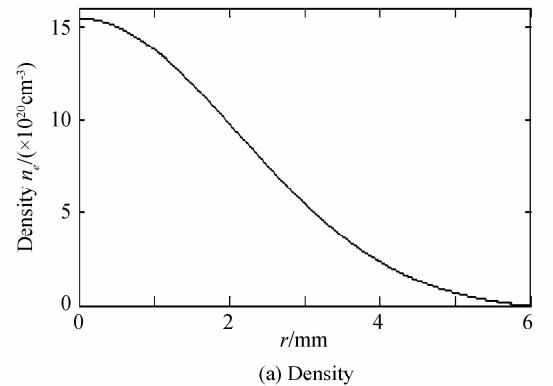


图9 电子数密度反演值和相对误差

Fig. 9 The calculated electron density and its relative error 示在等离子体外边缘反演结果整体偏差较大,这一方面是由于该区域密度梯度和折射率梯度都接近于0,偏折效应极低,另一方面由于边缘编码条纹较少,积分计算的有效数据点少,从而造成密度反演误差比较大,但量级上是可以估计的.

### 3 结论

基于编码板对探针光波前光强分布进行重构,通过测量经过等离子体偏折后的编码源图像来诊断等离子体密度分布是一个新的方法.本文针对丝阵 Z-Pinch 等离子体的特点设计了光路和编码板,基于模拟成像的特征分析了光路布局中的物面选择,表明该方法调

节方便,具有很好的测量适应性,给出了提取偏折角分布的办法和误差估计.对于反演计算,讨论了近轴近似对偏折角计算结果的影响,在等离子体的最大密度小于临界密度一个量级时来自近轴近似的偏差约2%~4%.利用样条插值和分段数值积分获得了较理想的反演结果,其与初始密度设定值相比较为吻合.编码板条纹尽可能的细密有助于提高反演的精确度,对于梯度变化平滑的等离子体,即使条纹比较稀疏也能反演得到很好的结果.这一方法用于等离子体密度诊断理论上是可行的,结合实验室的验证性实验能够系统检验该方案设计的可行性,目前正在搭建一套实验诊断系统,以进一步检验和完善该项技术.

#### 参考文献

- [1] IVANOV V V, ANDERSON A A, PAPP D, *et al.* UV laser probing diagnostics for the dense Z pinch [J]. *IEEE transactions on Plasma Science*, 2014, **42**(5): 1153-1162.
- [2] HARILAL S S, TILLACK M S. Laser plasma density measurements using interferometry [C]. Fusion Division, Center for Energy Research, University of California, San Diego, La Jolla, CA, 2004: 92093-0417.
- [3] FENG Shan, WANG Shu-yan, WANG Guo-zhi, *et al.* The measurement of plasma electronic density distribution by pulse laser holographic interferometry[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(11): 1339-1342.  
丰善, 王淑岩, 王国志, 等. 用脉冲激光全息干涉术测量稠密等离子体电子密度分布[J]. *光子学报*, 2001, **30**(11): 1339-1342.
- [4] MOOSMANAN B, BYSTRITSKII V M, BOSWELL C J, *et al.* Moire deflectometry diagnostic for transient plasma, using a multipulse N2 laser[J]. *Review of Scientific Instruments*, 1996, **67**(1): 170-177.
- [5] VEST C M. Interferometry of strongly refracting axisymmetric phase objects[J]. *Applied Optics*, 1975, **14**(7): 1601-1606.
- [6] JACKSON S L, SHUMLAK U. Abel inversion of a holographic interferogram for determination of the density profile of a sheared-flow Z pinch[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2006, **77**(8): 083502.
- [7] RUIZ-CAMACHO J, BEG F N, LEE P. Comparison of sensitivities of Moire deflectometry and interferometry to measure electron densities in z-pinch plasmas[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2007, **40**(7): 2026.
- [8] ZHANG Bin. Theories and experiments on complex flow field deflectometric tomography[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2007.  
张斌. 复杂流场光偏折层析的理论实验研究[D]. 南京:南京理工大学, 2007.
- [9] YUN-YUN C, YANG S, AN-ZHI H, *et al.* Applicability of moiré deflection tomography for diagnosing arc plasmas[J]. *Applied Optics*, 2009, **48**(3): 489-496.
- [10] KAFRI O, KRASINSKI J. High-sensitivity moiré deflectometry using a telescope[J]. *Applied Optics*, 1985, **24**(17): 2746\_1-2748.
- [11] WANG Zhen, YANG Jian-lun, XU Rong-kun, *et al.* Framing shadowgraphy of 266nm laser probing for the diagnosis of Z-pinch plasmas[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(11): 5942-5946.  
王真, 杨建伦, 徐荣昆, 等. 用于 Z-pinch 诊断的 266nm 激光探针分幅阴影成像系统[J]. *物理学报*, 2006, **55**(11): 5942-5946.
- [12] GINZBURG V L. The propagation of electromagnetic waves in plasmas[M]. QIAN Shan-xie, transl. 2nd ed. Beijing: Science Press, 1970: 161-167.  
金兹堡 V L. 电磁波在等离子体中的传播[M]. 钱善谐, 译. 2 版. 北京: 科学出版社, 1970: 161-167.
- [13] BORN M, WOLF E. Principles of Optics[M]. 4th ed. New York: Pergamon Press, 1970: 122.