

文章编号: 1000-4750(2016)11-0193-08

# 基于 Copula 函数的桥梁系统地震易损性方法研究

宋 帅<sup>1</sup>, 钱永久<sup>1</sup>, 吴 刚<sup>2</sup>

(1. 西南交通大学土木工程学院, 四川, 成都 610031; 2. 东南大学交通学院, 江苏, 南京 210096)

**摘 要:** 桥梁系统地震易损性分析的关键是建立桥墩、支座等多个构件的联合概率分布函数。然而, 由于构件地震需求之间的相关性, 直接建立构件之间的联合概率分布函数较为困难。为此, 引入 Copula 函数方法, 将构件地震需求之间的相关性和各构件的边缘概率分布函数进行分离, 从而简化了联合分布函数的建模过程。在桥墩、支座地震易损性的基础上, 基于 Copula 联合概率分布函数, 建立了桥梁系统的易损性曲线, 并将其和一阶界限法及 Monte Carlo 方法的分析结果进行对比。结果表明: 基于 Copula 函数得到的桥梁系统易损性在整个地震动强度范围内均位于一阶界限法之上、下界之间; 和 Monte Carlo 方法相比, Copula 函数方法不仅考虑了构件地震需求之间的非线性相关关系, 而且避免了大量的数值抽样, 使计算效率显著提高。

**关键词:** 桥梁工程; 系统易损性; Copula 函数; 地震需求相关性; 联合概率分布函数

中图分类号: U442.55 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.07.0620

## RESEARCH ON SEISMIC FRAGILITY METHOD OF BRIDGE SYSTEM BASED ON COPULA FUNCTION

SONG Shuai<sup>1</sup>, QIAN Yong-jiu<sup>1</sup>, WU Gang<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;

2. School of Transportation, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract:** The joint probability distribution function of piers and bearings plays a crucial role in the seismic vulnerability analysis of a bridge system, which is, however, very difficult to be established directly due to the correlations between the seismic demands of bridge components. Therefore, the copula function method is introduced to separate the correlation between each component from the marginal distribution function and consequently simplify the modeling process of a joint probability distribution function. Based on the fragility functions of pier and bearing as well as the joint distribution function derived by a copula function, the fragility curve of a bridge system is developed. Furthermore, the fragility curve is compared with those of the first-order bound method and Monte Carlo method. The results show that: the seismic vulnerability of a bridge system ranges within the upper and lower bound of the first-order bound method; compared with Monte Carlo method, the copula function method takes the non-linear relationships among the seismic demands of bridge components taken into account and avoids a lot of numerical samplings, which subsequently improves the computational efficiency significantly.

**Key words:** bridge engineering; system fragility; Copula function; correlation of seismic demands; joint probability distribution function

收稿日期: 2015-07-29; 修改日期: 2015-11-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(51178395)

通讯作者: 宋 帅(1987-), 男, 河南人, 博士生, 主要从事桥梁易损性研究(E-mail: shuaissw@126.com).

作者简介: 钱永久(1963-), 男, 湖北人, 教授, 博士, 博导, 主要从事既有结构的检测与加固研究(E-mail: yjqian@sina.com);

吴 刚(1988-), 男, 江西人, 博士生, 主要从事桥梁结构抗震研究(E-mail: wugang523@126.com).

地震易损性分析作为基于性能地震评估的重要组成部分,在桥梁抗震性能分析中得到广泛应用。目前关于桥梁地震易损性的研究主要分为经验分析方法和理论分析方法<sup>[1-2]</sup>。其中,经验分析方法因大部分地区缺少足够的地震信息及损伤数据而受到限制<sup>[3]</sup>;理论分析方法是通过桥梁结构的有限元模型进行静力或动力非线性分析,进而建立桥梁结构的地震易损性曲线<sup>[4]</sup>。理论分析方法限制条件较少且使用简便,在结构地震风险评估中得到了广泛的应用<sup>[5-6]</sup>。然而,既有研究采用理论方法分析桥梁结构易损性的过程中,常以桥墩等单个构件的地震易损性曲线描述整个桥梁系统的易损性<sup>[7-8]</sup>。这种以单一构件代替系统的方法虽然简单,但会低估桥梁系统的易损性<sup>[9]</sup>。若在桥梁系统易损性分析中准确考虑各构件的影响,则需建立构件地震需求的联合概率分布函数。然而,各构件地震需求之间的相关性使得联合概率分布函数的建立较为困难。为此,有学者采用一阶界限法近似估计桥梁系统的易损性<sup>[10-11]</sup>。但是,当桥墩、支座等构件的易损性水平相近时,采用一阶界限法得到的系统易损性上、下界之间的范围较宽,导致结果的误差较大。为考虑各构件及其地震需求相关性的影响,Nielson等<sup>[12]</sup>采用 Monte Carlo 抽样方法建立了桥梁系统的易损性曲线。但在样本抽样的过程中,其假设构件地震需求之间线性相关,而实际上构件地震需求之间的相关关系是非线性的。王其昂等<sup>[13]</sup>基于构件地震需求服从多元对数正态分布的假设,得到桥梁体系多维易损性,但同样是采用 Monte Carlo 方法,无法避免大量的数值抽样。此外,建立联合概率分布函数的困难还在于,除了边缘分布为正态分布,基于构件地震需求边缘分布函数和相关系数等不完备的概率信息,难以获得精确的联合概率分布函数,导致结构地震需求之间的相关性无法准确模拟。针对这一问题,虽然可以利用 Nataf 变换将构件相关非正态需求变量变换为独立正态变量,但其隐含着构件地震需求变量间相关结构为 Gaussian 相关结构的假设<sup>[14-16]</sup>。实际上,构件地震需求变量之间可能存在除 Gaussian 之外其他类型的相关结构。因此,要准确分析桥梁系统易损性,关键在于建立相关非正态需求变量的联合概率分布模型,以综合考虑各构件及其相关性的影响。

Copula 函数作为处理变量之间相关性的重要手段,广泛应用于机械、水利以及土木工程领

域<sup>[17-19]</sup>。Copula 函数不仅能够描述变量间的线性相关关系,而且能够描述变量间的非线性相关特性,且不受边缘分布函数的限制。因此,Copula 函数能够有效解决构件需求之间相关性,为多元相关变量联合分布函数的建立提供一种新方法。本文通过 Copula 函数将构件需求之间的相关性和各构件的边缘分布函数进行分离,建立了构件地震需求的联合分布模型。在桥墩、支座等构件地震易损性的基础上,通过 Copula 联合分布函数,建立了桥梁系统易损性曲线,将其和一阶界限法及 Monte Carlo 方法分析结果进行对比,验证了该方法的准确性和优越性。

## 1 基于 Copula 函数的联合分布

若已知随机变量  $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , 假设  $F$  是  $n$  维联合分布函数,其相应的边缘分布函数分别为  $F_1, F_2, \dots, F_n$ , 根据 Sklar 定理<sup>[20]</sup>, 存在 Copula 函数  $C$ , 使得对于任意的  $\mathbf{x}=(x_1, x_2, x_n) \in \mathbf{R}^n$ , 下式成立, 且若  $F_1, F_2, \dots, F_n$  为连续函数, 则  $C$  是唯一的。

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \quad (1)$$

可见, Copula 函数是将变量的联合分布与其边缘分布连接起来的函数,通过 Copula 函数可以将联合分布函数用边缘分布函数进行显式表达。虽然是边缘分布的连接函数, Copula 函数的形式不受边缘分布函数的限制。因此,可对 Copula 函数和边缘分布分别进行处理,从而简化多元需求变量的概率建模过程。同一 Copula 函数下,其边缘分布可以为不同的函数类型,进而可以构造多种类型的联合分布函数形式。此外,在变量单调增加或减小的情况下, Copula 函数的形式不发生变化,这为 Copula 函数处理变量间的非线性相关问题提供了理论基础。

为便于说明,给出二维 Copula 函数的具体定义。在二维情况下, Copula 函数定义为在  $[0,1]^2$  区间,边缘分布在  $[0,1]$  区间服从均匀分布的二维联合分布函数。变量  $X_1$  和  $X_2$  的联合分布函数  $F(x_1, x_2)$  为:

$$F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2); \theta) = C(\mu_1, \mu_2; \theta) \quad (2)$$

式中:  $\mu_1 = F_1(x_1)$  和  $\mu_2 = F_2(x_2)$  分别为  $X_1$  和  $X_2$  的边缘分布函数;  $C$  为 Copula 函数;  $\theta$  为 Copula 函数的相关参数。若  $x_1$  和  $x_2$  的边缘密度函数分别为  $f_1(x_1)$  和  $f_2(x_2)$ , 则  $X_1$  和  $X_2$  的联合概率密度函数  $f(x_1, x_2)$  为:

$$f(x_1, x_2) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot c(F_1(x_1), F_2(x_2); \theta) \quad (3)$$

$$c(F_1(x_1), F_2(x_2); \theta) = \partial^2 C(\mu_1, \mu_2; \theta) / \partial \mu_1 \partial \mu_2 \quad (4)$$

式中,  $c$  为 Copula 函数的密度函数。在已知变量  $X_1$

和  $X_2$  的边缘分布函数和 Copula 函数的条件下, 通过式(2)及式(3)就可以考虑随机变量之间的相关性, 将联合分布和边缘分布连接起来, 进而建立变量  $X_1$  和  $X_2$  的二维联合分布函数模型。Copula 函数的相关参数  $\theta$ , 可通过变量间的积矩相关系数  $\rho$  或 Kendall 秩相关系数  $\tau$  求出。由于 Kendall 秩相关系数  $\tau$  在随机变量的单调非线性变换下其值不变, 进而能够描述随机变量之间的非线性相关特性。因此, 本文采用 Kendall 秩相关系数  $\tau$  计算 Copula 函数的相关参数  $\theta$ 。有研究表明: 变量  $X_1$  和  $X_2$  间 Kendall 秩相关系数  $\tau$  与 Copula 函数  $C(\mu_1, \mu_2; \theta)$  存在以下函数关系<sup>[21]</sup>:

$$\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(\mu_1, \mu_2; \theta) dC(\mu_1, \mu_2; \theta) - 1 \quad (5)$$

当已知变量  $X_1$  和  $X_2$  的 Kendall 秩相关系数  $\tau$ , 通过对式(5)进行积分, 就可以得到相关参数  $\theta$ 。

## 2 系统易损性分析的 Copula 函数积分方法

### 2.1 构件易损性

桥梁系统是由桥墩、支座等主要构件组成, 单个构件易损性的求解是系统易损性分析的基础。由定义可知, 结构地震易损性可以表示为结构地震需求  $S_d$  超过结构延性能力  $S_c$  的概率:

$$P_f = P_r(S_c / S_d \leq 1) \quad (6)$$

在一定的地震动强度下, 结构的延性能力以及地震需求均可用对数正态概率分布<sup>[22-23]</sup>进行描述。其中结构的延性能力  $S_c$  及地震需求  $S_d$  分别表示为:

$$S_c = \ln(\tilde{S}_c, \beta_c) \quad (7)$$

$$S_d = \ln(\tilde{S}_d, \beta_d) \quad (8)$$

式中:  $\tilde{S}_c$ 、 $\beta_c$  分别为结构延性能力均值及对数标准差;  $\tilde{S}_d$ 、 $\beta_d$  分别为结构地震需求均值及对数标准差。

由概率地震需求分析可知, 结构的地震需求均值  $\tilde{S}_d$  与地震动参数  $IM$  服从指数关系<sup>[24]</sup>:

$$\tilde{S}_d = aIM^b \quad (9)$$

将上述关系转换到对数空间, 可得:

$$\ln(\tilde{S}_d) = b \ln(IM) + \ln(a) \quad (10)$$

基于中心极限定理可知, 在某一极限破坏状态下, 结构构件的失效概率可表示为:

$$P_f = \Phi \left[ \frac{-\ln(\tilde{S}_c / \tilde{S}_d)}{\sqrt{\beta_c^2 + \beta_d^2}} \right] \quad (11)$$

其中,  $\Phi[\cdot]$  为标准正态分布函数, 将式(10)代入式(11), 即可得到结构构件的易损性函数:

$$P_f = \Phi \left[ \frac{b \ln IM + \ln a - \ln \tilde{S}_c}{\sqrt{\beta_c^2 + \beta_d^2}} \right] \quad (12)$$

### 2.2 系统易损性

地震下桥墩、支座的震害较为普遍, 且其中任意一个构件的损坏均会影响桥梁功能的发挥, 因此可以将桥梁结构定义为由桥墩、支座两个主要构件组成的串联系统。相应的, 桥梁系统的失效概率  $P_{fs}$  为:

$$P_{fs} = P[g_1 \leq 0 \cup g_2 \leq 0] \quad (13)$$

式中:  $P$  为事件发生的概率;  $g_1$  和  $g_2$  分别为桥墩和支座的性能函数。由定义可知, 桥墩、支座同时失效的概率为:

$$P[g_1(X) \leq 0, g_2(X) \leq 0] = P\{F_1[g_1(X)] \leq F_1(0), F_2[g_2(X)] \leq F_2(0)\} = C[F_1(0), F_2(0)] = C(P_{f1}, P_{f2}) \quad (14)$$

进而, 得到考虑构件相关性的桥梁系统失效概率:

$$P_{fs} = P[g_1(X) \leq 0 \cup g_2(X) \leq 0] = P[g_1(X) \leq 0] + P[g_2(X) \leq 0] - P[g_1(X) \leq 0, g_2(X) \leq 0] = P_{f1} + P_{f2} - C(P_{f1}, P_{f2}) \quad (15)$$

式中:  $P_{f1}$ 、 $P_{f2}$  分别为桥墩、支座的失效概率;  $C$  为 Copula 函数。

将桥墩及支座的易损性代入式(15), 即可得到桥梁系统的易损性。而由式(15)可知, Copula 函数  $C$  是求解桥梁系统易损性的关键。数学上存在多种 Copula 函数, 且不同 Copula 函数描述的相关性也不同。最常用的是 Elliptic Copula 函数簇和 Archimedean Copula 函数簇。在实际应用中, 需根据数据的相关结构, 选择合适的 Copula 函数模型。为便于应用, 分别从两类 Copula 函数簇中选取 Gaussian Copula 及 Frank Copula 来计算系统的易损性, 并给出两种 Copula 函数的表达式。

在二维情况下, Gaussian Copula 函数可表示为:

$$C_N(\mu_1, \mu_2) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(\mu_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(\mu_2)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\theta^2}} e^{-\frac{s^2-2\theta st+t^2}{2(1-\theta^2)}} ds dt \quad (16)$$

在二维情况下, Frank Copula 函数可表示为:

$$C_F(\mu_1, \mu_2) = -\frac{1}{\theta} \ln \left[ 1 + \frac{(e^{-\theta\mu_1} - 1)(e^{-\theta\mu_2} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right] \quad (17)$$

式中:  $\Phi^{-1}(\cdot)$  为标准正态分布的逆函数;  $\theta$  为 Copula 函数的相关参数;  $\mu_1 = F_1(x_1)$  和  $\mu_2 = F_2(x_2)$  分别为桥墩

及支座的边缘分布函数。

### 3 计算实例

#### 3.1 分析模型

以一座  $3 \times 30$  m 的钢筋混凝土简支梁桥为例, 采用 Copula 函数方法对桥梁系统的易损性进行分析。主梁每跨由 5 片 T 梁组成, 梁高 2 m, 桥面总宽 12 m。桥墩为实心圆形双柱式桥墩, 墩高 10 m, 直径为 1.5 m。基础采用桩径 1.8 m 单排灌注桩, 桩长 20 m, 间距为 4.8 m。

采用 OpenSees 建立结构的有限元模型。以往的震害表明, 主梁极少出现塑性破坏, 采用弹性梁柱单元模拟; 板式橡胶支座在动力作用下的滞回曲线一般为狭长形, 参考郑凯锋等<sup>[9]</sup>的研究成果, 采用弹簧单元模拟; 桥墩和盖梁在地震作用下较易发生塑性破坏, 采用非线性纤维梁柱单元模拟, 将截面划分为无约束混凝土、核心混凝土及钢筋纤维单元, 单元的非线性采用纤维材料的非线性应力-应变关系描述, 其中混凝土材料采用 Concrete02 模型来模拟, 对于核心混凝土考虑了箍筋约束效应, 钢筋纤维单元采用 Steel02 材料模型; 根据桥台的基础类型及台背填土, 参考美国加州桥梁抗震设计规范<sup>[25]</sup>的相关规定, 采用简化模型进行模拟; 桥墩基础则根据桩周土层的地质条件, 采用等代边界单元模拟, 在承台底部施加六个弹簧单元模拟桩基的平动和转动约束。结构的分析模型如图 1 所示。

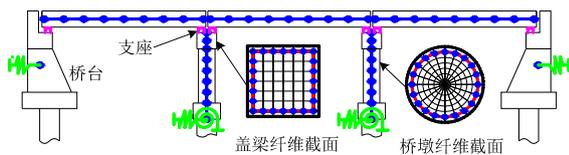


图 1 桥梁结构的分析模型

Fig.1 Analytical model of bridge structure

#### 3.2 结构不确定性

结构的不确定性主要包括材料、构件的几何尺寸、质量、阻尼以及边界条件, 属于认知不确定性的范畴。有研究表明, 结构的地震需求主要受混凝土抗压强度、钢筋屈服强度、结构阻尼、上部结构质量以及边界条件等因素的影响<sup>[26]</sup>。总结影响显著的结构参数不确定性及其概率分布, 如表 1 所示。

根据结构参数的概率分布特征, 将每个参数的取值等概率的分为 10 组, 采用拉丁超立方抽样<sup>[27]</sup>的方法建立综合考虑结构参数不确定性的 10 个桥梁样本, 避免了大量的数值抽样。

表 1 结构参数不确定性及其分布

Table 1 Uncertainties and distribution of structure parameters

模型参数	分布类型	P1	P2
C30 混凝土压应力/MPa	正态分布	30.8	0.14
钢筋屈服应力/MPa	对数正态分布	380.2	0.06
混凝土容重/(kN/m <sup>3</sup> )	正态分布	26	0.1
支座剪切模量/MPa	正态分布	1.18	0.16
桥台刚度/(kN/mm/m)	均匀分布	11.5	28.5
基础抗力系数/(kN/m <sup>4</sup> )	均匀分布	75%	125%
阻尼比	正态分布	0.05	0.01
伸缩缝宽度/cm	正态分布	8	1.6

注: P1、P2 在均匀分布中分别为上、下限值, 在其他分布中, 分别为均值及变异系数。

#### 3.3 结构地震需求及相关性

以往的震害表明, 对于中小跨径桥梁, 在破坏性地震作用下, 支座及桥墩是最薄弱的环节。根据基于性能的地震评估方法, 以墩顶纵向、横向位移延性比( $\mu_L$ 、 $\mu_T$ )以及支座纵、横向位移( $b_L$ 、 $b_T$ )作为结构构件的地震需求参数, 可有效地描述结构的破坏状态和程度。为了能够较为准确地得到结构的地震需求, 首先采用区间分组法<sup>[28]</sup>从太平洋地震工程中心强震数据库中选用 100 条地震动记录, 在满足统计回归分析的前提下, 充分考虑了地震动的随机性。所选地震动的峰值加速度分布如图 2 所示。

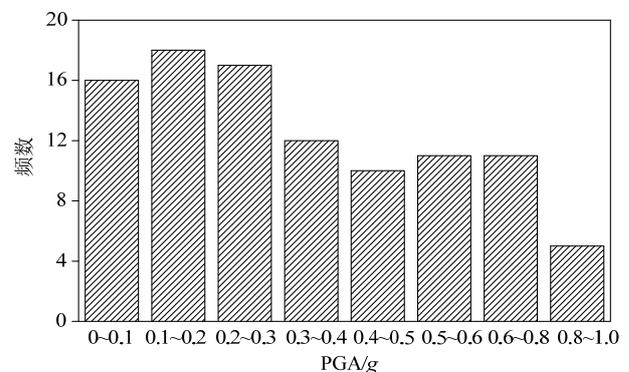


图 2 地震动的 PGA 分布

Fig.2 PGA distribution of ground motion suites

然后将拉丁超立方抽样得到的 10 个桥梁样本和 100 条地震动记录随机配对, 并进行非线性动力时程分析, 得到各构件地震需求参数。在此基础上, 采用最小二乘法对结构构件的地震需求和地震动参数进行回归分析, 得到各构件的地震需求模型。桥墩纵向的地震需求模型如图 3 所示, 限于篇幅, 其他桥梁构件的概率地震需求模型如表 2 所示。

同时, 根据非线性动力时程的分析结果, 对构件地震需求进行相关性分析, 得到结构构件地震需求之间的相关参数, 如表 3 所示。

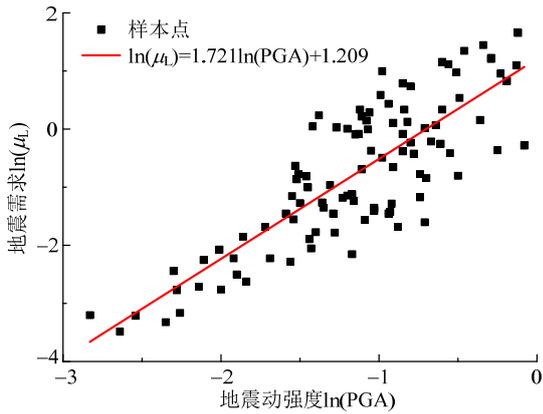


图3 桥墩纵向的地震需求模型

Fig.3 Longitudinal seismic demand model of the pier

表2 桥梁结构构件地震需求模型

Table 2 Seismic demand models of bridge components

需求参数	回归方程	判定系数	对数标准差
$\ln(\mu_L)$	$1.721\ln(\text{PGA})+1.209$	0.471	1.089
$\ln(\mu_T)$	$1.842\ln(\text{PGA})+0.993$	0.533	1.025
$\ln(b_L)$	$0.754\ln(\text{PGA})-2.269$	0.398	0.551
$\ln(b_T)$	$0.841\ln(\text{PGA})-2.042$	0.437	0.564

表3 结构地震需求之间的相关系数

Table 3 Correlation coefficients of structure seismic demands

相关系数	$\ln(\mu_L)$	$\ln(\mu_T)$	$\ln(b_L)$	$\ln(b_T)$
$\ln(\mu_L)$	1	0.939	0.851	0.731
$\ln(\mu_T)$	0.939	1	0.806	0.712
$\ln(b_L)$	0.851	0.806	1	0.859
$\ln(b_T)$	0.731	0.712	0.859	1

由表3可知,同一构件的纵向和横向之间的相关性较好,桥墩和支座之间的相关性相对较弱,但最小的相关系数仍大于0.7,表明结构的地震需求之间的相关性显著。

### 3.4 构件极限破坏状态

HAZUS-MH<sup>[29]</sup>将桥梁结构在地震作用下的损伤分为轻微破坏、中等破坏、严重破坏和完全破坏四种破坏状态,并分别给出了四种破坏状态的定性描述。为了对各种破坏状态下桥梁的易损性进行评估,需定义各种破坏状态下结构的延性能力限值。对桥墩而言,四种破坏状态分别对应于保护层混凝土轻微剥落、核心混凝土开裂和较大的脱落、产生较大残余位移、发生倒塌。相应的,桥墩各极限破坏状态下的位移延性能力限值可采用弯矩-曲率分析以及Pushover方法得到。限于篇幅,此处仅将分析结果列于表4。

支座的四种破坏状态用其允许相对位移与剪切应变等于100%时的相对位移之比来定义,四种

破坏状态的相对位移比分别为100%、150%、200%、250%。根据支座的几何尺寸和物理参数,得到四种破坏状态下支座的极限位移限值,列于表4。

表4 桥梁构件极限破坏状态

Table 4 Limit states of bridge components

需求参数	中位值(轻微)	中位值(中等)	离差	中位值(严重)	中位值(完全)	离差
$\mu_L$	1.000	1.711	0.246	3.703	8.112	0.472
$\mu_T$	1.000	1.375	0.246	2.425	4.751	0.472
$b_L$	0.050	0.075	0.246	0.100	0.125	0.472
$b_T$	0.050	0.075	0.246	0.100	0.125	0.472

由于结构参数不确定性的影响,各种破坏状态下,结构的延性能力限值也具有不确定性。本文采用Nielson<sup>[30]</sup>提出的变异系数(COV)来描述结构延性能力的变异性。对于轻微和中等破坏,变异系数取0.25;对于严重和完全破坏,变异系数取0.5。当结构的延性能力服从对数正态分布时,变异系数和对数标准差之间存在以下函数关系:

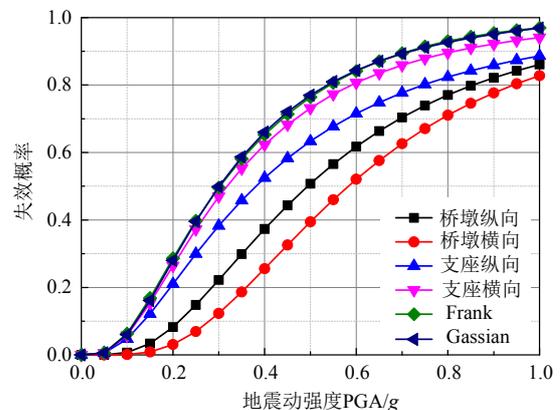
$$\beta_c = \sqrt{\ln(1 + \text{COV}^2)} \quad (18)$$

由式(18)即可得到桥墩、支座各种破坏状态下的延性能力对数标准差,如表4所示。

### 3.5 构件易损性

将桥墩及支座的震害需求模型以及各极限破坏状态的能力限值代入式(12),即可得到桥墩及支座在各破坏状态下的易损性曲线,如图4所示。

由图4可知,支座的易损性整体高于桥墩,其中,支座横向最易发生破坏;在轻微和完全破坏状态下,支座纵向的易损性明显大于桥墩;但是在中等和严重破坏状态下,随着地震动强度的增加,支座纵向的易损性和桥墩趋于一致。此外,桥墩纵、横向的易损性基本一致,而支座纵、横向易损性之间的差距则较为明显。



(a) 轻微破坏

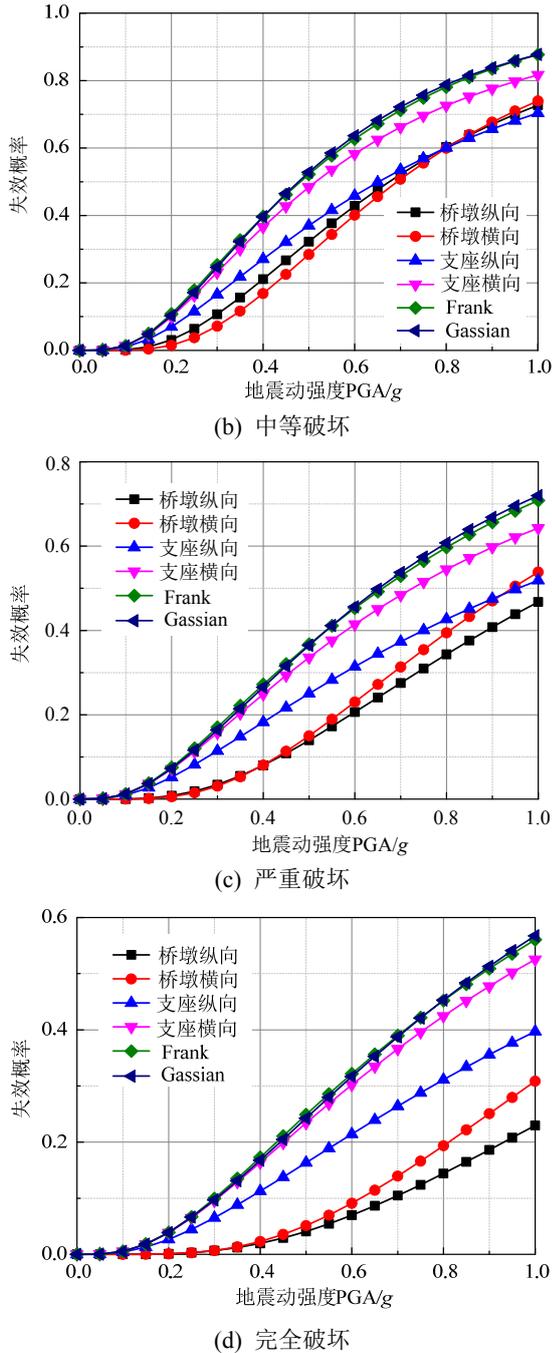


图4 桥梁构件易损性曲线

Fig.4 Fragility curves of bridge components

### 3.6 桥梁系统易损性

#### 3.6.1 Copula 函数方法

根据构件地震需求之间的相关结构，基于似然函数的 AIC 准则可知，Gaussian Copula 函数和 Frank Copula 函数能较好地描述构件地震需求之间的相关性。由表 3 可得构件地震需求之间的 Kendall 秩相关系数  $\tau$ ，利用式(5)即可分别得到两种 Copula 函数的相关参数  $\theta$ 。通过式(15)、式(16)及式(17)将桥墩、支座易损性函数和 Copula 函数相结合，即可得

到桥梁系统的易损性。为便于和桥墩、支座等单个构件的易损性进行比较，将两种 Copula 函数得到的系统易损性曲线绘于图 4。

对比两种 Copula 函数的分析结果可知，在四种破坏状态下，由 Gaussian Copula 函数和 Frank Copula 函数得到的系统易损性基本一致，最大偏差仅为 4.5%。对比构件和系统易损性曲线，可见桥梁系统的易损性大于任意单个构件的易损性，和以往的研究<sup>[13]</sup>一致。随着地震动强度的增加，系统和单个构件易损性之间的差距也随之增大，其中系统和桥墩易损性之间的差距尤为明显。因此，当地震动强度较大时，以桥墩等单个构件代替桥梁系统会明显低估结构的易损性。

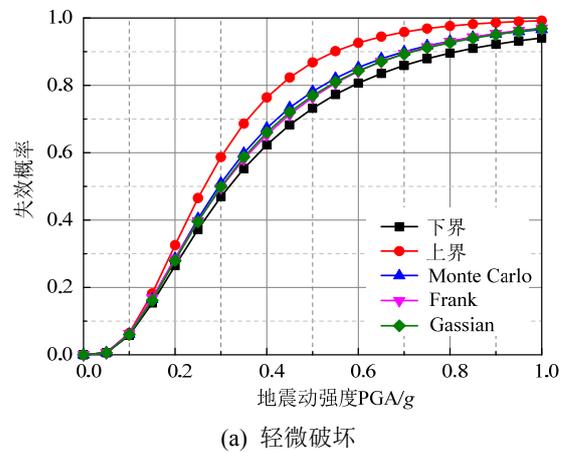
#### 3.6.2 一阶界限法

为验证 Copula 函数方法的准确性，给出结构易损性的一阶界限。由可靠性理论可知，在构件地震需求完全相关的情况下，构件易损性的最大值即为系统易损性，构成一阶界限法的下界；当构件地震需求完全不相关时，任意一个构件失效均会导致串联系统失效，构成系统易损性的上界。因此，桥梁系统易损性的一阶边界为：

$$\max_{i=1}^m [P_i] \leq P_{fs} \leq 1 - \prod_{i=1}^m [1 - P_i] \quad (19)$$

式中： $P_{fs}$  为桥梁系统失效概率； $P_i$  为构件  $i$  的失效概率； $m$  为构件数量。将桥墩及支座的易损性函数代入式(19)，即可得到系统易损性的上、下边界。为便于对比，将基于 Copula 函数得到的系统易损性和一阶界限法获得的系统易损性的边界列于图 5。

由图 5 可知，基于 Copula 函数得到的结构系统易损性在整个地震动强度范围内均位于一阶边界的上、下界之间，且更接近于下界；在四种极限破



(a) 轻微破坏

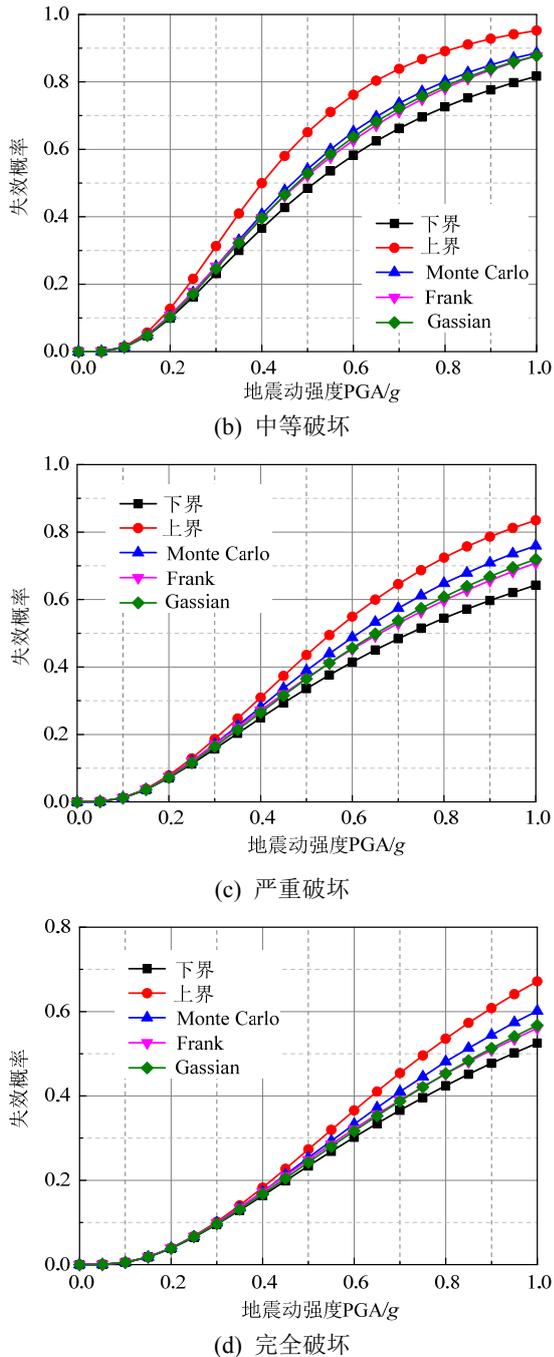


图5 桥梁系统易损性曲线  
Fig.5 Fragility curves of bridge system

坏状态下,由 Copula 函数得到的系统易损性和下界的最大偏差分别为 9.6%、9.6%、12.0%、8.0%,表明以下界描述系统的易损性会低估结构的易损性;由 Copula 函数得到的系统易损性和上界的最大偏差分别为-15.5%、-20.7%、-18.0%、-16.5%,表明以上界描述系统的易损性会明显高估结构的易损性。随着地震动强度的增加,由一阶界限法得到的上、下界之间的差距增大,基于 Copula 函数得到系统易损性和上、下界的差距也随之增大。因此,

当地震动强度较大时,以一阶界限法近似估计结构的系统易损性会带来较大的误差,在使用时应慎重。

### 3.6.3 Monte Carlo 抽样方法

由于一阶界限法的上、下界范围较宽,为进一步验证 Copula 函数方法的准确性,采用 Monte Carlo 抽样方法近似得到桥梁结构系统的易损性。根据桥墩、支座地震需求的边缘分布函数和相关关系以及延性能力概率分布特征,分别进行随机抽样。取抽样次数  $N=10^6$  次,对比统计构件的地震需求和延性能力的随机数,进而得到在某一地震动强度下系统的失效概率。在整个地震动强度范围内,依次进行随机抽样,即可得到桥梁系统的易损性。为便于对比,将 Monte Carlo 抽样方法得到的系统易损性列于图 5。对比可知:利用 Copula 函数方法和 Monte Carlo 方法得到的系统易损性吻合良好;在轻微破坏和中等破坏状态下,基于 Copula 函数计算得到的系统易损性和 Monte Carlo 方法的偏差随地震动强度的增加,先增大后减小,最大偏差仅为 3.9%;在严重破坏和完全破坏的状态下,基于 Copula 函数计算得到的系统易损性和 Monte Carlo 方法的偏差随地震动强度的增加而增大,最大偏差为 7.9%。进一步验证了 Copula 函数方法的准确性。此外,和 Monte Carlo 方法相比, Copula 函数方法不仅考虑了构件地震需求间的非线性相关特性,而且避免了大量的数值抽样,使计算效率显著提升。

## 4 结论

基于 Copula 函数方法,得到构件的联合分布函数,建立了考虑多构件及其需求相关性影响的桥梁系统易损性曲线,并将其和一阶界限法及 Monte Carlo 抽样方法进行对比,得到以下结论:

(1) Copula 函数不仅简化了多元联合概率分布函数的建模过程,而且能够描述构件地震需求之间的非线性相关特性,尤其是尾部相关性,摆脱了传统 Pearson 线性相关系数只能描述线性相关性的局限,为考虑构件地震需求之间的相关性提供一个新思路。

(2) 基于 Copula 函数得到的系统易损性和 Monte Carlo 方法得到的结果吻合良好,即使在严重破坏和完全破坏的情况下,其最大偏差也在 8%以内,在保证计算精度的情况下,避免了大量的数值抽样,使计算效率显著提高。

(3) 在整个地震动强度范围内, 基于 Copula 函数得到的系统易损性均位于一阶界限法之上、下界之间, 但是和上、下界相差均较大, 验证了以一阶界限法评估桥梁系统的易损性会引起较大的误差。

(4) 本文采用二元 Copula 函数考虑桥墩及支座地震需求之间的相关性, 建立了桥梁系统的易损性曲线。但是, 如何利用多元 Copula 函数考虑多种构件地震需求之间的相关性, 从而对更为复杂的结构进行系统易损性分析, 还有待于进一步研究。

#### 参考文献:

- [1] Yang C S W, Werner S D, DesRoches R. Seismic fragility analysis of skewed bridges in the central southeastern United States [J]. *Engineering Structures*, 2015, 83: 116—128.
- [2] Banerjee S. Statistical, empirical and mechanistic fragility analysis of concrete bridges [D]. Irvine: University of California, 2007.
- [3] Billah A M M M, Alam M S. Seismic fragility assessment of highway bridges: a state-of-the-art review [J]. *Structure And Infrastructure Engineering*, 2015, 11(6): 804—832.
- [4] Avşar Ö, Yakut A, Caner A. Analytical fragility curves for ordinary highway bridges in Turkey [J]. *Earthquake Spectra*, 2011, 27(4): 971—996.
- [5] Kwon O S, Elnashai A S. Fragility analysis of a highway over-crossing bridge with consideration of soil-structure interactions [J]. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2010, 6(1/2): 159—178.
- [6] Agrawal A K, Ghosn M, Alampalli S, et al. Seismic fragility of retrofitted multispan continuous steel bridges in New York [J]. *Journal of Bridge Engineering-ASCE*, 2012, 17(4): 562—575.
- [7] Simon J, Bracci J M, Gardoni P. Seismic response and fragility of deteriorated reinforced concrete bridges [J]. *Journal of Structural Engineering-ASCE*, 2010, 136(10): 1273—1281.
- [8] Kibboua A, Naili M, Benouar D, et al. Analytical fragility curves for typical Algerian reinforced concrete bridge piers [J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2011, 39(3): 411—425.
- [9] 郑凯锋, 陈力波, 庄卫林, 等. 基于概率性地震需求模型的桥梁易损性分析[J]. *工程力学*, 2013, 30(5): 165—171.  
Zheng Kaifeng, Chen Libo, Zhuang Weilin, et al. Bridge vulnerability analysis based on probabilistic seismic demand models [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(5): 165—171. (in Chinese)
- [10] Choi E S, DesRoches R, Nielson B G, et al. Seismic fragility of typical bridges in moderate seismic zones [J]. *Engineering Structures*, 2004, 26(2): 187—199.
- [11] Tavares D H, Suescun J R, Paultre P, et al. Seismic fragility of a highway bridge in Quebec [J]. *Journal of Bridge Engineering-ASCE*, 2013, 18(11): 1131—1139.
- [12] Nielson B G, DesRoches R. Seismic fragility methodology for highway bridges using a component level approach [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2007, 36(6): 823—839.
- [13] 王其昂, 吴子燕, 贾兆平. 桥梁系统地震多维易损性分析[J]. *工程力学*, 2013, 30(10): 192—198.  
Wang Qi'ang, Wu Ziyang, Jia Zhaoping. Multidimensional fragility analysis of bridge system under earthquake [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(10): 192—198 (in Chinese)
- [14] 吴帅兵, 李典庆, 周创兵. 结构可靠度分析中变量相关时三种变换方法的比较[J]. *工程力学*, 2011, 28(5): 41—48.  
Wu Shuaibing, Li Dianqing, Zhou Chuangbing. Comparison among three transformation methods for structural reliability analysis with correlated variables [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(5): 41—48. (in Chinese)
- [15] 沈国煜, 袁万城, 庞于涛. 基于 Nataf 变换的桥梁结构地震易损性分析[J]. *工程力学*, 2014, 31(6): 93—100.  
Shen Guoyu, Yuan Wancheng, Pang Yutao. Bridge seismic fragility analysis based on Nataf transformation [J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31(6): 93—100. (in Chinese)
- [16] Lebrun R, Dutfoy A. An innovating analysis of the Nataf transformation from the copula viewpoint [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009, 24(3): 312—320.
- [17] Hong H P, Zhou W, Zhang S, et al. Optimal condition-based maintenance decisions for systems with dependent stochastic degradation of components [J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2014, 121: 276—288.
- [18] Ghosh S. Modelling bivariate rainfall distribution and generating bivariate correlated rainfall data in neighbouring meteorological subdivisions using copula [J]. *Hydrological Processes*, 2010, 24(24): 3558—3567.
- [19] Li D Q, Tang X S, Phoon K K, et al. Bivariate simulation using copula and its application to probabilistic pile settlement analysis [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2013, 37(6): 597—617.
- [20] Sklar A. Fonctions de répartition à dimensions et leurs marges [J]. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 1959, 8: 229—231.
- [21] Nelsen R B. An introduction to Copulas [M]. New York: Springer, 2006: 157—225.
- [22] Jara J M, Galván A, Jara M, et al. Procedure for determining the seismic vulnerability of an irregular isolated bridge [J]. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2013, 9(6): 516—528.

(参考文献[23]—[30]转第 207 页)

- 1541—1552. (in Chinese)
- [11] You M. Mechanical characteristics of the exponential strength criterion under conventional triaxial stresses [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2010, 47(2): 195—204.
- [12] 吴黎辉. 岩体经验强度准则研究[D]. 西安: 长安大学, 2004: 9—11.  
Wu Lihui. Study on rock mass strength criterion [D]. Xi'an: Chang'an University, 2004: 9—11. (in Chinese)
- [13] Ghazvini A H, Fathi A, Moradian Z A. Failure behavior of marlstone under triaxial compression [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2008, 45(5): 807—814.
- [14] GB/T50266-99, 工程岩体试验方法标准北京[S]. 北京: 中国计划出版社, 1999.  
GB/T50266-99, Standard for testing method of engineering rock masses [S]. Beijing: China Planning Press, 1999. (in Chinese)
- [15] 咎月稳, 俞茂宏, 赵坚, 等. 高应力状态下岩石非线性统一强度理论[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(13): 2143—2148.  
Zan Yuewen, Yu Maohong, Zhao Jian, et al. Nonlinear unified strength theory of rock under high stress state [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(13): 2143—2148. (in Chinese)
- [16] 周维垣. 高等岩石力学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990: 14—20.  
Zhou Weiyuan. *Advanced rock mechanics* [M]. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1989: 14—20. (in Chinese)
- [17] 李建林, 陈兴周. 岩体破坏准则及其强度研究[J]. *地下空间与工程学报*, 2007, 3(5): 982—986.  
Li Jianlin, Chen Xingzhou. Study on failure criterion and its parameter for rock mass [J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2007, 3(5): 982—986. (in Chinese)
- [18] 方秦, 孔祥振, 吴昊, 龚自明. 岩石 Holmquist-Johnson-Cook 模型参数的确定方法[J]. *工程力学*, 2014, 31(3): 197—204.  
Fang Qin, Kong Xiangzhen, Wu Hao, Gong Ziming. Determination of Holmquist-Johnson-Cook constitutive model parameters of rock [J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31(3): 197—204. (in Chinese)

(上接第 200 页)

- [23] Zakeri B, Padgett J E, Amiri G G. Fragility assessment for seismically retrofitted skewed reinforced concrete box girder bridges [J]. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2015, 29(2): 1—11.
- [24] Cornell A C, Jalayer F, Hamburger R O, et al. Probabilistic basis for 2000 SAC Federal Emergency Management Agency steel moment frame guidelines [J]. *Structure of Engineering*, 2002, 128(4): 526—533.
- [25] Seismic design criteria version 1.7 [S]. Sacramento, CA: California Department of Transportation, 2013.
- [26] Pan Y, Agrawal A K, Ghosn M, et al. Seismic fragility of multi-span simply supported steel highway bridges in New York State. I: Bridge modeling, parametric analysis, and retrofit design [J]. *Journal of Bridge Engineering-ASCE*, 2010, 15(5): 448—461.
- [27] Olsson A, Sandberg G, Dahlblom O. On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis [J]. *Structural Safety*, 2003, 25(1): 47—68.
- [28] Mackie K R, Cronin K J, Nielson B G. Response sensitivity of highway bridges to randomly oriented multi-component earthquake excitation [J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2011, 15(6): 850—876.
- [29] HAZUS-MH 2.1. Multi-Hazard loss estimation methodology: earthquake model HAZUS-MH 2.1 technical manual [M]. Washington D C: Federal Emergency Management Agency, 2012: 7—8.
- [30] Nielson B G. Analytical fragility curves for highway bridges in moderate seismic zones [D]. Atlanta, GA: Georgia Institute of Technology, 2005: 217—221.