

文章编号 1004-924X(2016)增-0567-08

面向多角度视图三维重建的基础矩阵求解

冯宏伟,周亚培,冯 筠*,王红玉,刘晓宁
(西北大学 信息科学与技术学院,陕西 西安 710127)

摘要:针对已有的求解基础矩阵算法求解精度不高,稳定性不理想的问题,提出了一种面向多角度视图三维重建的基础矩阵求解算法。首先提出了基于模拟退火的抽样策略(Simulated Anneal Sampling, SAS),把匹配特征点集划分成不同类别,通过在每个类别中以不同概率接受抽取的特征点对的形式完成抽样;然后提出了一种基于匹配点对的重投影误差内点筛选算法,并设计了基于 SAS 的基础矩阵求解算法。实验结果表明该算法的精确性和稳定性比目前流行的两种算法提高了 10 倍左右,能够有效地提高三维重建的准确率。

关键词:基础矩阵;模拟退火;抽样方法;三维重建

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20162413.0567

Fundamental matrix estimation for 3D reconstruction towards multi-perspective views

FENG Hong-wei, ZHOU Ya-pei, FENG Jun*, WANG Hong-yu, LIU Xiao-ning

(College of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an 710127, China)

* Corresponding author, E-mail: fengjun@nwu.edu.cn

Abstract: In consideration of the relatively low precision and stability in the existing methods for Fundamental Matrix Estimation(FME), a FME method for 3D reconstruction of multi-perspective views is put forward. Firstly, sampling strategy based on Simulated Anneal Sampling (SAS) is proposed. Specifically, the candidate feature points are divided into different categories, and the sampling is fulfilled by extracting the feature point pair from each category in different probability; Furthermore, an interior points filtering algorithm is proposed based on re-projection error of matched points pair; Finally, a FME algorithm based on SAS is designed. It indicates that the precision and stability achieved by this solution is approximately about 10 times higher than that of state-of-art algorithms, and such solution can effectively improve the precision rate of three-dimensional reconstruction.

Key words: basis matrix; Simulated Anneal; sampling method; three-dimensional reconstruction

1 引言

随着计算机视觉的发展,三维重建技术的应用已越来越广泛,如医学,军工,工程建设等领域

均有应用^[1-4]。在基于多角度视图的三维重建中,同一物体的不同角度图像间存在几何上的对极约束关系,因此可用图像特征点之间的匹配方法,估计 3 阶秩为 2 的基础矩阵,进而进行场景的三维重建。

收稿日期:2016-06-05;修订日期:2016-06-20.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61305032;No. 61372046)

基础矩阵的估计算法可以分为 3 类:线性,迭代,鲁棒性方法。八点算法及其改进^[5]是线性估计的典型代表,主要思想是利用 8 个匹配点对求解线性方程组,以得到基础矩阵。为满足线性条件,该算法需要增加强制性约束使基础矩阵满足秩为 2 的条件,但往往放大误差。Zheng Y 等^[6]和 Ferran Espuny 等^[7]针对此问题分别提出了不同的改进策略,但这些策略在提高精度的同时也增加了算法的复杂度。Zhang M 等^[8]根据每个匹配点对的重投影误差筛选出内点(误差小于阈值的点),然后仅使用内点计算基础矩阵,从而提高了运行速度,但是算法不够稳定。迭代方法主要利用了数学中的最优化思想来迭代计算基础矩阵,尽管计算结果精度很高,但执行时间长且容易陷入局部最优^[9]。为解决错误匹配的影响,有学者引入了统计学中的稳健回归分析理论^[10],进而提出了鲁棒性方法。随机采样一致算法(Random SAmple Consensus, RANSAC)是鲁棒性方法中最常用的算法之一^[11-12]。其主要思想是从特征点的初始匹配对集合中随机抽样求解基础矩阵初值,然后计算特征点匹配对集合中每对特征点对的误差,接着寻找误差小于给定阈值的匹配对集合(这些匹配特征点称为内点,该集合称为一致集),再从一致集估算出基础矩阵。然而,由于 RANSAC 算法获得的一致集中仍有非内点存在,故常常造成匹配误差。文献[13]提出了一种不依赖内点比率的策略来提高算法的稳定性。Ni K 等^[14]发现同一物体不同视角图像上的匹配区域的内点多于其他区域,故把特征点集按区域分组,从而进一步提高了基础矩阵的计算精度,缩短了算法执行时间。文献[15]采用匹配点分布密度约束来选择内点集,并且最终利用 M-Estimators 求解最终的基础矩阵,最终提高了匹配精确性。

本文提出了基于模拟退火的匹配对抽样(Simulated Anneal Sampling, SAS)算法和基于 SAS 的基础矩阵求解算法(Solving Algorithm for Fundamental Matrix, SAS-SAFM)。针对传统算法在初始匹配对中随机抽样容易陷入局部最优的问题,本文还提出了基于模拟退火的抽样算法,从 n 个不同类别的匹配对中按照不同的概率抽样,并结合重投影误差,筛除外点,再迭代计算基础矩阵终值。最后通过实验证明了该方法有效性。

2 基于模拟退火抽样的基础矩阵求解算法

在多角度视图三维重建的任务中,特征点起着关键的作用。特征点一般指灰度值和近邻有明显差异的像素点(如图 1(a)所示)。多角度视图(图 1(b))三维重建的基本过程简述如下:

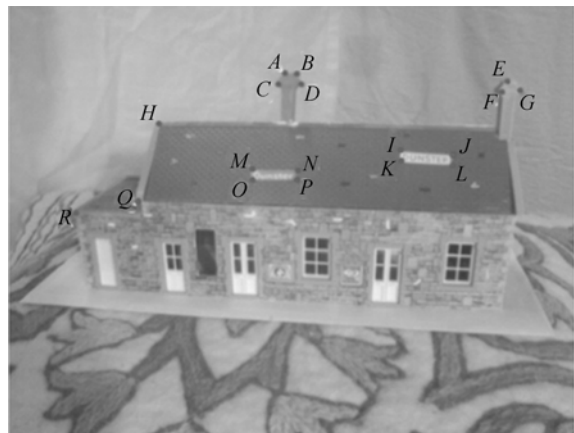
首先从 M 个不同角度的图像中,找到特征点的初始粗匹配关系,通常采用 SIFT(Scale Invariant Feature Transform)^[16], Harris^[17], HOG^[18]等。这些通用算法提取出的图像特征点个数较多(图 1(c)),也可能存在一些误匹配的特征点(图 2)。

然后,根据初始的粗匹配关系求解基础矩阵。基础矩阵在多角度视图的三维重建中有着重要的作用,是本文的研究重点。

最后根据基础矩阵计算实际的三维场景(图 3)。

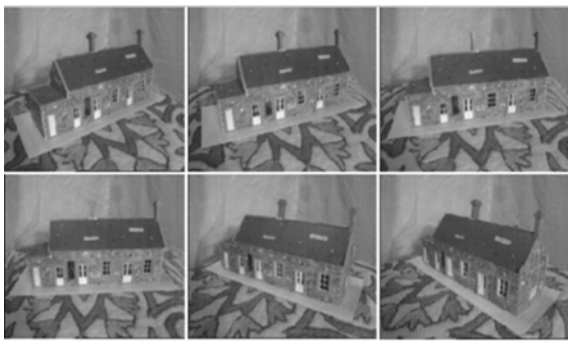
本文在特征点初始匹配关系的基础上,提出了基于模拟退火抽样的基础矩阵求解方法,属于鲁棒性估计算法的一种。图 4 列出了论文提出的求解算法流程图。

RANSAC 算法是鲁棒性求解基础矩阵算法的典型代表,目标是从第 j 和 k 个视图中的匹配特征点对中求解基础矩阵。该方法对初始匹配对进行随机抽样,不需要先验知识,通用性较强。然而在特征点个数较多的情况下,容易陷入局部最优。针对此问题,本文提出一种基于模拟退火的抽样方法;在此基础上提出了相应的基础矩阵求解算法。



(a) 已检测出的 10 个特征点示例 (A-R)

(a) Examples of 10 feature points which have been detected



(b) 三维场景(a)中的6个不同视角图像

(b) Images with 6 multi-perspective views of Fig.1(a) in 3D scene



(c) 三维场景(a)中基于SIFT的图像特征点检测结果 (红色的点表示提取出的特征点)

(c) Detection results of feature point in Fig.1(a) by SIFT (red points are extracted feature points)

图 1 基于多角度视图三维重建的基本步骤

Fig. 1 Basic steps of 3D reconstruction based on multi-perspective views

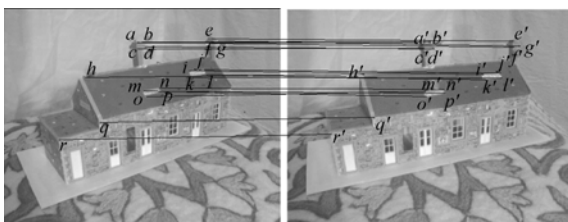


图 2 基于 SIFT 的特征点初始匹配示例(连线表示匹配关系,其中 $a b c d e h m n o p q r$ 匹配正确,其余的不正确)

Fig. 2 Examples of feature point matching based on SIFT (Lines demonstrate matching relationship, and the matching relationship of $a, b, c, d, e, h, m, n, o, p, q, r$, are right, others are wrong)

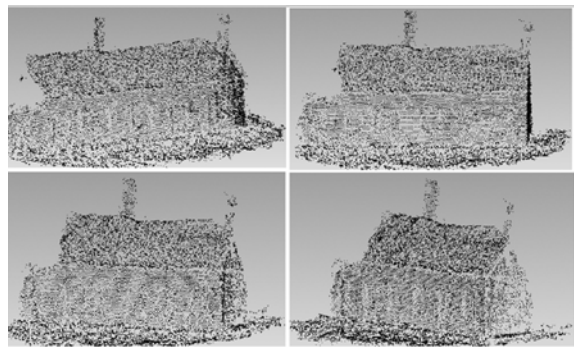


图 3 从图 1 和图 2 中重建的三维场景

Fig. 3 Reconstruction results of 3D scene from Fig. 1 and Fig. 2

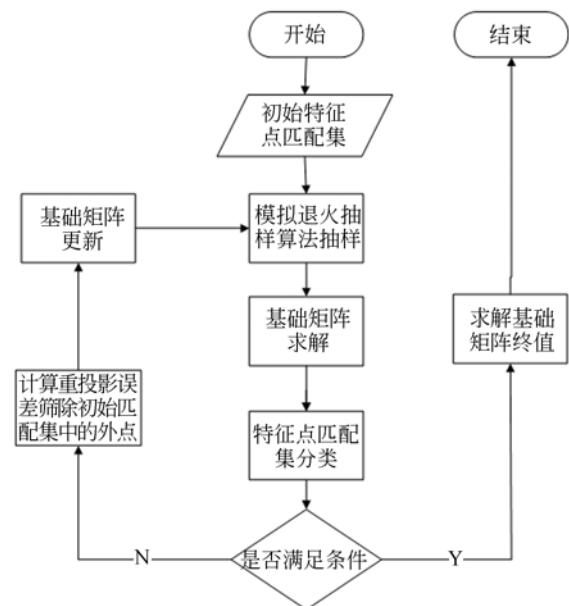


图 4 基于 SAS 的基础矩阵求解流程图

Fig. 4 Flowchart of fundamental matrix estimation based on SAS

2.1 模拟退火抽样算法

模拟退火算法通过一定概率来接受或舍弃特征点,是摆脱局部最优的一种解决方案。本节提出了模拟退火抽样算法,可以有效防止迭代抽样求解过程中易陷入局部最优的问题。具体抽样算法如下。

输入:求解模型的最小样本集 S ,由该样本求解模型 F ,全体样本集 N 。

输出:抽样的最小样本集 S 。

step1:计算全体样本集中每个样本的误差 e_x ,

step2:根据误差 e_x 将全体样本集 N 划分成 M 个不同的类别,划分公式见式(1);

$$f(\chi) = \begin{cases} M & r_{M-1} \leq e_\chi < r_M \\ \vdots & \\ l & r_{l-1} \leq e_\chi < r_l \\ \vdots & \\ 1 & 0 \leq e_\chi < r_1 \end{cases}, \quad (1)$$

其中 $r_1, \dots, r_l, \dots, r_M$ 表示截断阈值参数, 根据阈值获得重新划分后的样本集合为: $\mathbb{N}^1, \dots, \mathbb{N}^l, \dots, \mathbb{N}^M$, 如 $f(\chi) = l$ 则表示 χ 属于对应的类别 l 即 $\chi \in \mathbb{N}^l$ 。

step3: 更新最小样本集 S 。

具体操作: 从样本误差 $e_\chi < \delta$ 的第 i 个类别 $\mathbb{N}^i, i = 1, 2, \dots, l$ 中分别以概率 p_χ^i 接受 N_i 个样本 ($N_1 + \dots + N_i + \dots + N_l < N$, 其中 N 为最小样本集的个数), 再从其他类别中随机抽取 $N - (N_1 + \dots + N_i + \dots + N_l)$ 个样本; 构成最小样本集 S 。其中 $p_\chi^i = 1 - \frac{e_\chi}{\sum e_\chi} \chi \in \mathbb{N}^i$, 该抽

样方法根据每个样本的误差把样本集分成了不同的类别。然后在不同的类别中按照不同的概率接受抽取的样本, 最终形成新的最小样本集。该方法可以用于迭代抽样, 进而得到最终模型的问题。尤其是 RANSAC 算法迭代求解基础矩阵中。

2.2 基于模拟退火抽样的基础矩阵求解算法

在上一节的基础上, 结合重投影误差筛除外点的策略, 本文提出了基于模拟退火抽样方法的基础矩阵求解算法(SAS-SAFM)。

定义: 假设有 M 个不同角度视图记为 $U = \{U_1, \dots, U_j, \dots, U_M\}$ 。为方便计算, 每个视图的特征点写成齐次式形式, 用向量 $\mathbf{u}_j^i = (x_j, y_j, 1)$ 表示。其中, x_j, y_j 为视图 j 中特征点的位置。设第 j 个视图的特征点集合为 $U_j = \{\mathbf{u}_j^1, \mathbf{u}_j^2, \dots, \mathbf{u}_j^t, \dots, \mathbf{u}_j^m\}$ 。若视图 j 中的第 t 个特征点和视图 k 中的第 s 个特征点存在匹配关系, 则表示为二元组 $\Omega = (u_j^t, u_k^s)$ 。在抽样过程中, 第 i 次抽样特征点的匹配对集合为 $Map_i = \{(u_j^t, u_k^s) | u_j^t \in U_j, u_k^s \in U_k, t, s \in \{1, 2, \dots, m\}\}$ 。

设计算基础矩阵需要的最少匹配点对的个数为 N , 将 N 对匹配点对构成的集合称为最小样本集记为 S ; $S \subset Map_i$ 。

本文提出的基于模拟退火抽样方法的基础矩阵求解算法的具体步骤如下:

输入: 初始匹配点对。

输出: 最终的基础矩阵。

step1: 在初始匹配点对 Map_1 中随机抽取 8 个匹配点对初始化 S ; $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8\}$, $\mathbf{s}_n = (\mathbf{v}_n, \mathbf{v}_n') = (\mathbf{u}_j^t, \mathbf{u}_k^s), (\mathbf{u}_j^t, \mathbf{u}_k^s) \in Map_i, n = 1, 2, \dots, 8$ 。

step2: 求解初始基础矩阵 \mathbf{F}_1 根据式(2)计算基础矩阵 \mathbf{F}_1 :

$$\mathbf{A}\mathbf{F}_1 = \mathbf{0}, \quad (2)$$

其中:

$$\mathbf{F}_1 = [f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{21}, f_{22}, f_{23}, f_{31}, f_{32}, f_{33}]^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_j^1 x_k^1 & y_j^1 x_k^1 & x_k^1 & x_j^1 y_k^1 & y_j^1 y_k^1 & y_k^1 & x_j^1 & y_j^1 & 1 \\ x_j^2 x_k^2 & y_j^2 x_k^2 & x_k^2 & x_j^2 y_k^2 & y_j^2 y_k^2 & y_k^2 & x_j^2 & y_j^2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_j^8 x_k^8 & y_j^8 x_k^8 & x_k^8 & x_j^8 y_k^8 & y_j^8 y_k^8 & y_k^8 & x_j^8 & y_j^8 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_n = (x_j^n, y_j^n, 1), \mathbf{v}_n' = (x_k^n, y_k^n, 1).$$

step3: 计算特征点匹配对集合 Map_i 中每个特征点对在本次抽样时的重投影误差 $RE_i^{t,s}$ 。

根据式(3)计算在本次抽样下, 每对匹配点对的重投影误差;

$$RE_i^{t,s} = \frac{1}{2} \sum \left(\| \hat{u}_j^t - \hat{u}_j^t \|_{F_i}^2 + \| \hat{u}_k^s - \hat{u}_k^s \|_{F_i}^2 \right).$$

$$\text{s. t. } \hat{\mathbf{u}}_j^{tT} \mathbf{F}_i \mathbf{u}_j^t = 0$$

(3)

step4: 根据重投影误差更新特征点匹配对集

合为 Map_{i+1} ;

由于重投影误差 $RE_i^{t,s}$ 服从高斯分布^[19], 并且一般认为 99.87% 的误差分布在 3 倍 δ 之外, 因此可以得出如下结论: 重投影误差分布在 3 倍 δ 的外的匹配点判断为外点, 其中:

$$\delta = 1.4826 \left[1 + \frac{5}{M-8} \right] \text{median}_i | RE_i^{t,s} |, \quad (4)$$

如果 $| RE_i^{t,s} | \leq 3\delta$ 则有 $(u_j^t, u_k^s) \in Map_{i+1}$, 否则不属于。

step5:计算 Map_{i+1} 中每个匹配点的残差 $e_i^{t,s}$, 并且根据每个匹配点对的残差范围将 Map_{i+1} 分成 M 个类别。

具体如下:根据式(5)计算第 i 次抽样中视图 j 中的特征点 t 和视图 k 中的特征点 s 的残差 $e_i^{t,s}$,

$$e_i^{t,s} = \mathbf{u}_j^{tT} \mathbf{F}_i \mathbf{u}_k^s, \quad (5)$$

并且根据不同视图的特征点残差大小将该次抽样的特征点匹配对集合分成 M 个类别。具体见式(6):

$$f(u_j^t, u_k^s) = \begin{cases} M & r_{M-1} \leq e_i^{t,s} < r_M \\ \vdots & \\ l & r_{l-1} \leq e_i^{t,s} < r_l \\ \vdots & \\ 1 & 0 \leq e_i^{t,s} < r_1 \end{cases}, \quad (6)$$

其中 $r_1, \dots, r_l, \dots, r_M$ 表示截断阈值参数;则重新划分后的匹配集为: $Map^1, \dots, Map^l, \dots, Map^M$, 如 $f(u_j^t, u_k^s) = l$ 则表示 (u_j^t, u_k^s) 属于对应的类别 l , 即 $(u_j^t, u_k^s) \in Map^l$ 。

step6:更新最小样本集 S , 并且计算本次抽样的一致集 S_{i+1}' 。

从匹配点对误差 $e_i^{t,s} < \delta$ 的第 m 个类别 $Map^m, m = 1, 2, \dots, l$ 中分别以概率 $p_{(u_j^t, u_k^s)}$ 接受抽取的 N_i 个样本 ($N_1 + \dots + N_m + \dots + N_l < N$, 其中 N 为最小样本集的个数), 再从其他类别中随机抽取 $N - (N_1 + \dots + N_m + \dots + N_l)$ 个样本;构成最小样本集 S , $p_{(u_j^t, u_k^s)}$ 的求解方法见 2.1 节, 然后根据式(7)计算第 $i+1$ 次抽样的一致集 S_{i+1}' 。

$$g(u_j^t, u_k^s) = \begin{cases} 1 & e_i^{t,s} \leq \Delta \\ 0 & e_i^{t,s} > \Delta \end{cases}, \quad (7)$$

其中 Δ 为阈值, 取值为 1 表示 $(u_j^t, u_k^s) \in S_{i+1}'$, 否则不属于。

step7:由本次抽样得到的最小样本集根据式(2)计算本次抽样的基础矩阵 \mathbf{F}_{i+1} 。

step8:计算抽样次数是否满足条件:

$$\eta = \frac{\log(1-P)}{\log(1-(1-q)^q)}, \quad (8)$$

其中 $q=8$, P 是至少有一次抽样中所有匹配点对都属于内点的概率。

如果 $\eta \leq |S'_{i+1}|$, 则算法结束; \mathbf{F}_{i+1} 即为最终的基础矩阵。否则跳转至 step3。

3 实验结果及分析

3.1 数据集说明及评价指标

本文的测试数据来自牛津大学公开数据集^[20]。该数据集共 227 张照片, 文中使用如图 5 所示的 6 个不同物体的不同视角进行实验。其中图 5(a)物体图像 11 张, 相邻两张为一组, 共 10 组;图 5(b)物体 6 张共 5 组;图 5(c)物体 10 张共 9 组;图 5(d)物体 6 张共 5 组。图 5(e)物体 4 张共 3 组;图 5(f)物体 19 张共 18 组。共计 50 组。其中图 5(a)物体图像的特征点及匹配关系已知, 图 5(c)物体的 10 张特征点及匹配关系也已知。

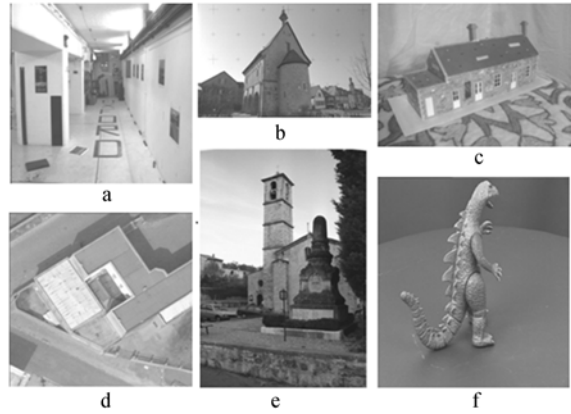


图 5 6 种物体的图像

Fig. 5 Images of six objects

实验中每组图像以连续执行 num 次的平均桑普森距离 D 为算法精确性评价指标, 将其方差 V 作为稳定性的评价指标, 将 num 次中每次的平均执行时间作为算法速率的评价指标。

其中, $D = \frac{1}{num} \sum_{i=1}^{num} d_i$, d_i 定义如下:

$$d_i = r \times \frac{1}{\Delta r} = r \times \left(\frac{1}{r_x^2 + r_y^2 + r'_x{}^2 + r'_y{}^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} r_x &= f_{11} x' + f_{21} y' + f_{31} \\ r_y &= f_{12} x' + f_{22} y' + f_{32} \\ r'_x &= f_{11} x + f_{12} y + f_{13} \end{aligned}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} r'_y &= f_{21} x + f_{22} y + f_{23} \\ r &= \mathbf{X}'^T \mathbf{F}_i \mathbf{X}, \end{aligned} \quad (11)$$

$X(x, y)$ 和 $X'(x', y')$ 是物体上的同一点 A 在不同视角的两张照片上的投影点,其中 F_i 是所计算的基础矩阵。

$$F_i = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

3.2 已知特征点及匹配关系情况下验证算法有效性

本节使用图 5(a) 的图像和图 5(c) 的图像做实验。这 21 张照片特征点已知,特征点的匹配关系也已知。本次实验共分成 19 组, $num=50$, 分别计算平均桑普森距离的均值方差和执行时间。由于在真实场景中重投影误差的求解复杂,运算量很大,且在大部分条件下,梯度加权误差可以很好地近似重投影误差^[7],因此本文在实验过程中同样使用梯度加权误差近似代替重投影误差。

实验结果如表 1 所示,图 6,图 7 显示了每次实验的平均桑普森距离和执行时间。

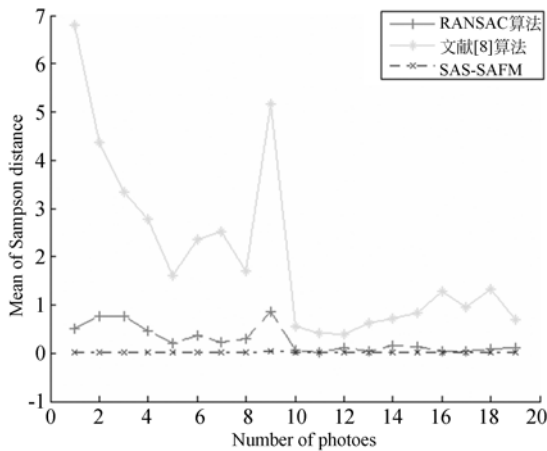


图 6 连续执行 50 次的平均桑普森距离的均值

Fig. 6 Average mean of Sampson distances by operating 50 times consecutively

3.3 未知特征点及匹配关系情况下验证算法有效性

本节使用图 5 的所有图像做实验,并且实验假设特征点以及匹配关系未知。

由于不知道特征点的坐标位置,因此每次实验中都需用 Harris 检测特征点,并且使用立体匹配算进行特征点匹配,以得到特征点初始匹配集。

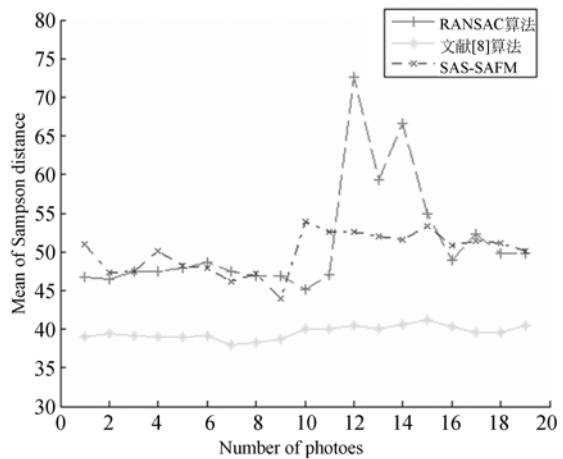


图 7 执行时间均值

Fig. 7 Mean of running time

$num=40$ 并且同样使用梯度加权误差近似代替重投影误差。

实验结果如表 2 所示。从实验结果来看,文献[8]运行时间最短,但是稳定性和精确度都不高,文献[12]方法的运行时间次之,稳定性和精确度都比前者下降了 3 倍左右。本文提出的方法运行时间比前两者高出了 10~30 s,但是精确度提高了 10 倍,稳定性也达到了 10^{-2} 的数量级。

实验中部分特征点的匹配结果如图 8 所示。

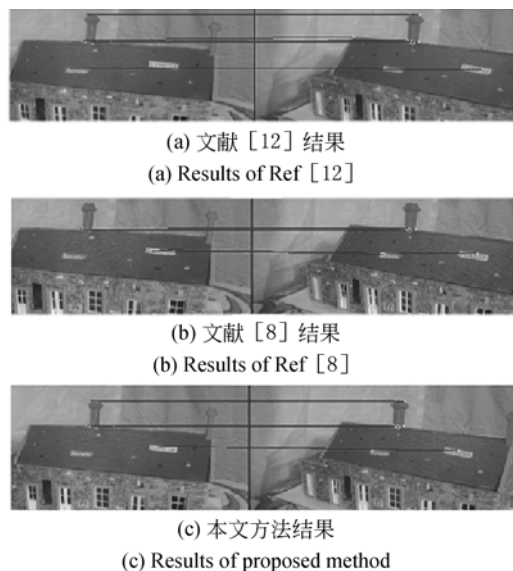


图 8 部分特征点匹配结果示例

Fig. 8 Examples of matching results of partial feature points

表 1 特征点及匹配关系已知情况下 3 种算法的误差均值、方差和运行时间数

Tab.1 Means, variances of error and run times of three methods when matching relation of feature points is known

	RANSAC[12]	文献[8]	SAS-SAFM
均值/pixel	0.53	3.78	0.015
方差/pixel	0.26	17.76	0.014
时间/s	47.1	39.1	41.8

表 2 特征点及匹配关系未知情况下 3 种算法的误差的均值、方差、运行时间

Tab.2 Means variances of error and run times of three methods when matching relation of feature points is unknown

	RANSAC[12]	文献[8]	SAS-SAFM
均值/pixel	1.12	3.08	0.15
方差/pixel	2.54	15.37	0.06
时间/s	193.4	176.4	204.8

本节的实验结果和 3.2 节的实验结果中均

值、方差的趋势相似,本文方法平均桑普森距离的均值和方差均最小,文献[12]方法的计算结果次优。文献[8]方法的精度和稳定性都不佳;但是从时间角度来观察,文献[8]的方法用时最短,本文提出的方法用时次短,文献[12]的方法用时最长。

4 结 论

基础矩阵估计是多角度视图三维重建的关键问题。本文首先提出模拟退火抽样算法,通过概率抽样思想有效防止了在抽样过程中的局部最优问题;针对基础矩阵求解不够精确的问题,提出基于迭代基础矩阵求解算法,结合重投影误差有效筛除外点,提高求解精度。实验结果表明基于模拟退火抽样的基础矩阵求解算法不仅缩短了执行时间,并且提高了基础矩阵求解的准确度,平均桑普森距离(误差)降低到 10^{-1} 到 10^{-2} 的数量级,可以有效提高三维重建精度。

参考文献:

- [1] 陈杰春,丁振良,袁峰. 三维重构不确定度的两阶段估计方法[J]. 光学精密工程, 2008, 16(6):1110-1116.
CHEN J CH DING ZH L YUAN F. Two-stage uncertainty evaluation of 3D reconstruction[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(6):1110-1116. (in Chinese)
- [2] 王欣,袁坤,于晓,等. 基于运动恢复的双目视觉三维重建系统设计[J]. 光学精密工程, 2014, 22(5):1379-1387.
WANG X, YUAN K, YU X, et al. Design of binocular vision 3D reconstruction system based on motion recovery[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(5):1379-1387. (in Chinese)
- [3] 潘淑杰,董守平,王红丽. 应用灭点标定的立体视觉自由曲面三维重建[J]. 光学精密工程, 2009, 17(5):1127-1133.
PAN SH J, DONG SH P, WANG H L. Three dimensional reconstruction of stereo vision free-form surface based on vanishing-point calibration [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(5):1127-1133. (in Chinese)
- [4] ZHOU C, GUNNEY F, WANG Y, et al.. Exploiting object similarity in 3D reconstruction[C]. *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, 2015: 2201-2209.
- [5] ESPUNY F, MONASSE P. *Singular Vector Methods for Fundamental Matrix Computation* [M]. Berlin:Image and Video Technology. Springer Berlin Heidelberg, 2014:290-301.
- [6] ZHENG Y, SUGIMOTO S, OKUTOMI M. A practical rank-constrained eight-point algorithm for fundamental matrix estimation [C]. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2013: 1546-1553.
- [7] 陈付幸,王润生. 基础矩阵估计的聚类分析算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005(10): 2251-2256.
CHEN F X, WANG R S. Clustering algorithm for the fundamental matrix estimation [J] *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2005(10):2251-2256. (in Chinese)
- [8] ZHANG M, WANG G, CHAO H, et al.. *Fast and Robust Algorithm for Fundamental Matrix*

- Estimation[M]. Image Analysis and Recognition. Springer International Publishing, 2015:316-322.
- [9] ZHOU F, ZHONG C, ZHENG Q. Method for fundamental matrix estimation combined with feature lines[J]. *Neurocomputing*, 2015, 160: 300-307.
- [10] 周凡, 邵世维, 吴建华, 等. 一种联合直线特征的基础矩阵计算方法[J]. *光学学报*, 2013(10):188-195.
ZHOU F, SHAO SH W, WU J H, *et al.*. Method for fundamental matrix estimation combined with line features[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013(10): 188-195. (in Chinese)
- [11] YANG J L, LI H D, JIA Y D. Optimal essential matrix estimation via inlier-set maximization[C]. *European Conference on Computer Vision*. 2014: 111-126.
- [12] MACHH C A C. Random Sample Consensus; a paradigm for model fitting with application to image analysis and automated cartography [C]. 1981.
- [13] BELLAVIA F, TEGOLO D. noRANSAC for fundamental matrix estimation [C]. *Proc. of the British Machine Vision Conference*, 2011: 1-98.
- [14] NI K, JIN H, DELLAERT F. Groupsac: Efficient consensus in the presence of groupings[C]. 2009 *IEEE 12th International Conference on Computer Vision, IEEE*, 2009: 2193-2200.
- [15] 甄艳, 刘学军, 王美珍. 匹配点分布密度约束下的基础矩阵估计[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2013, 38(10): 1167-1171.
ZHEN Y, LIU X J, WANG M ZH. Fundamental matrix estimation based on inlier distributions constraint [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(10): 1167-1171. (in Chinese)
- [16] ZHU Q, LIU C, CAI C. A novel robot visual homing method based on SIFT features[J]. *Sensors*, 2015, 15(10):26063-26084. (in Chinese)
- [17] 张从鹏, 魏学光. 基于 Harris 角点的矩形检测[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(8):2259-2266.
ZHANU C P, WEI X G. Rectangle detection based on Harris corner[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(8):2259-2266. (in Chinese)
- [18] DHAMECHA T I, SHARMA P, SINGH R, *et al.*. On effectiveness of histogram of oriented gradient features for visible to near infrared face matching [C]. 2014 *22nd International Conference on Pattern Recognition(ICPR)*, 2014:1788-1793.
- [19] WANG GH, ZELEK J S, WU Q M J, *et al.*. Robust rank-4 affine factorization for structure from motion[C]. 2013 *IEEE Workshop on Applications of Computer Vision (WACV)*, 2013:180-185.
- [20] <http://www.robots.ox.ac.uk/~vgg/data1.html>

作者简介:



冯宏伟(1964—),男,河南禹州人,副教授,硕士生导师,1986年于华中科技大学获得学士学位,1989年于西北大学获得硕士学位,主要从事计算机视觉方面的研究。E-mail: fenghw@foxmail.com



周亚培(1989—),男,河南焦作人,硕士研究生,2014年于平顶山学院获得学士学位,主要从事计算机视觉,三维重建方面的研究。E-mail: 544526137@qq.com