

文章编号: 1000-4750(2016)10-0116-07

预压弹簧自恢复耗能支撑恢复力模型与 滞回特性研究

徐龙河¹, 樊晓伟¹, 逯登成¹, 李忠献²

(1. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044; 2. 天津大学滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室, 天津 300072)

摘 要: 为研究新型预压弹簧自恢复耗能支撑结构的自恢复性能和耗能性能, 对预压弹簧自恢复耗能支撑在低周往复荷载作用下的滞回特性进行了模拟研究, 分析了自恢复耗能支撑旗形滞回曲线的特点, 给出了支撑恢复力的计算方法, 建立了基于 Bouc-Wen 模型的预压弹簧自恢复耗能支撑恢复力模型, 并与 ANSYS 数值模拟结果进行了对比, 结果表明建立的恢复力模型可准确模拟支撑在动力荷载作用下的力学性能。恢复力-位移曲线整体吻合程度较高, 该恢复力模型对自恢复耗能支撑结构的设计及抗震性能研究具有较好的参考价值。

关键词: 自恢复耗能支撑; 恢复力模型; Bouc-Wen 模型; 滞回特性; 数值模拟

中图分类号: TU352.1 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.03.0216

STUDY ON RESTORING FORCE MODEL AND HYSTERETIC BEHAVIORS OF PRE-PRESSED SPRING SELF-CENTERING ENERGY DISSIPATION BRACE

XU Long-he¹, FAN Xiao-wei¹, LU Deng-cheng¹, LI Zhong-xian²

(1. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety of China Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: To evaluate the self-centering performance and energy dissipation capacity of the pre-pressed spring self-centering energy dissipation (PS-SCED) brace, the hysteretic behaviors of PS-SCED brace under horizontal low cyclic loads are simulated and analyzed. Furthermore, the equations governing the responses of the PS-SCED bracing system are provided after analyzing the characteristics of flag-shaped hysteretic responses, and the restoring force model of PS-SCED brace is proposed based on the Bouc-Wen model. Comparisons between the proposed model and the simulation results by ANSYS are conducted to demonstrate the accuracy of the proposed model, showing that the proposed restoring force model is accurate enough to describe the mechanical performance of PS-SCED brace under dynamic loads, and good agreements between the calculated results by the proposed model and simulated results by ANSYS are observed. The proposed model has an important reference value for the seismic analysis and design of self-centering energy dissipation braced frame structures.

Key words: self-centering energy dissipation brace; restoring force model; Bouc-Wen model; hysteretic behavior; numerical simulation

收稿日期: 2015-03-24; 修改日期: 2016-03-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(51322806, 51578058); 中央高校基本科研业务费项目(2014JBZ011)

通讯作者: 徐龙河(1976—), 男, 黑龙江人, 教授, 博士, 博导, 从事结构抗震与健康监测研究(E-mail: lhxu@bjtu.edu.cn).

作者简介: 樊晓伟(1991—), 男, 北京人, 博士生, 从事结构抗震研究(E-mail: 15115317@bjtu.edu.cn);

逯登成(1988—), 男, 河北人, 硕士生, 从事结构抗震研究(E-mail: 12121093@bjtu.edu.cn);

李忠献(1961—), 男, 安徽省人, 长江学者特聘教授, 博士, 博导, 从事工程结构抗震抗爆、减灾控制与健康监测研究(E-mail: zxli@tju.edu.cn).

按现行抗震设计规范所设计和建造的建筑结构, 在地震发生时虽可避免结构倒塌、保证居住者的生命安全, 但损伤结构因修复难度大、修复时间长等原因, 严重影响应急救援情况及震后结构的正常使用功能, 从而造成巨大的直接和间接经济损失。如何设计出地震中不发生破坏或是仅发生可以迅速修复破坏的结构, 将成为可持续发展工程抗震的重要研究方向之一^[1], 功能可恢复结构成为近年地震工程领域的研究热点。

近年来, 自复位耗能支撑结构减震技术研究与应用发展迅速。Christopoulos 等^[2-3]实验验证了由预应力筋和摩擦装置构成的新型自恢复耗能支撑在低周往复荷载作用下能够展现出饱满的旗形滞回曲线, 数值分析结果表明布置该支撑的框架结构在大震作用下结构残余变形几乎为零。Erochko 等^[4-5]通过数值模拟和模型实验研究了 Christopoulos 设计的新型自恢复耗能支撑的受力特点并提出了支撑的计算模型。Zhu 等^[6-8]提出了两种新型自恢复耗能支撑, 并通过实验验证了该支撑不仅具有与普通防屈曲支撑同等耗能能力, 且在卸载后能够消除残余变形对结构的影响。本文提出并设计了一种新型预压弹簧自恢复耗能(PS-SCED)支撑, 分析了该支撑恢复力-变形的特点, 以 Bouc-Wen 模型为基础, 提出了适用 PS-SCED 支撑的恢复力计算模型, 并与 ANSYS 建立的 PS-SCED 支撑实体模型在低周往复荷载作用下的数值模拟结果进行了对比分析。

1 PS-SCED 支撑工作原理

PS-SCED 支撑主要由内管、外管、摩擦装置、碟簧及挡板等五部分组成, 如图 1 所示。地震发生时, 摩擦装置发挥耗能减振作用耗散地震输入能量, 碟形弹簧发挥自恢复性能为支撑提供足够恢复力。PS-SCED 支撑内外管分别焊接挡块用以挤压碟簧挡板, 碟簧挡板不与任何构件连接, 仅用于传递内外管施加于碟簧的外力。初始状态下对碟簧施加预压变形, 碟簧预压力及摩擦装置中的摩擦力提供正常使用状态下的支撑支持力。内外管在受拉或受压过程中, 碟形弹簧均处于受压状态, 故支撑恢复力随内外管相对位移的增大而增大, 确保了支撑的自恢复性能, 工作原理如图 2 所示。

初始状态下, 由于碟簧预压力存在, 支撑内外管所受力 N_i 与 N_o 可表示为:

$$N_i = \frac{K_i}{K_i + K_o} P_0 \quad (1)$$

$$N_o = \frac{K_o}{K_i + K_o} P_0 \quad (2)$$

式中: P_0 为碟簧初始预压力; K_i 和 K_o 分别为支撑内外管轴向刚度, 其中, $K_i=EA_i/L$, $K_o=EA_o/L$, E 为钢材的弹性模量, L 为支撑内外管长度, A_i 与 A_o 分别为支撑内外管横截面积。

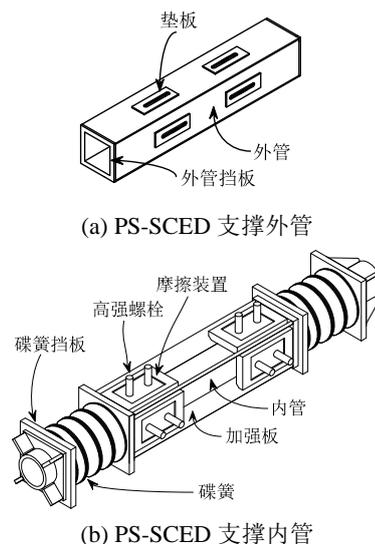


图 1 PS-SCED 支撑构造

Fig.1 Configuration of PS-SCED bracing system

在低周往复荷载作用下, PS-SCED 支撑展现出的稳定旗形滞回曲线如图 2(a)所示, PS-SCED 支撑受拉与受压状态下力与位移变化过程如图 2(b)和图 2(c)所示, 由于该滞回曲线具有对称性, 故本文仅以支撑受拉状态为例进行分析。图 2(b)可知, 当支撑受拉时, 基于刚度变化支撑的力学性能可分为 4 个阶段。

第 1 阶段: 开始加载至支撑内外管即将发生相对滑动阶段, 即支撑所受外力 P 满足 $0 < P < P_0 + F_0$, F_0 为摩擦装置提供的摩擦力。此时, PS-SCED 支撑内外管仍未发生相对滑动, 支撑刚度由内外管及碟簧共同提供, 将该阶段刚度称为第一刚度, 设为 K_1 , 由于内外管刚度 K_i 与 K_o 远大于碟簧刚度 K_s , 故 K_1 可表示为:

$$K_1 = \frac{K_i K_o}{K_i + K_o} \quad (3)$$

则支撑发生变形为 $\delta(t)$ 时, 恢复力 $F(t)$ 可表示为:

$$F(t) = K_1 \delta(t), \quad \delta(t) < \delta_0 \quad (4)$$

$$\delta_0 = \frac{P_0 + F_0}{K_1} \quad (5)$$

式中, δ_0 为激活位移, 即支撑内外管即将发生相对滑动时所对应的支撑最大变形。

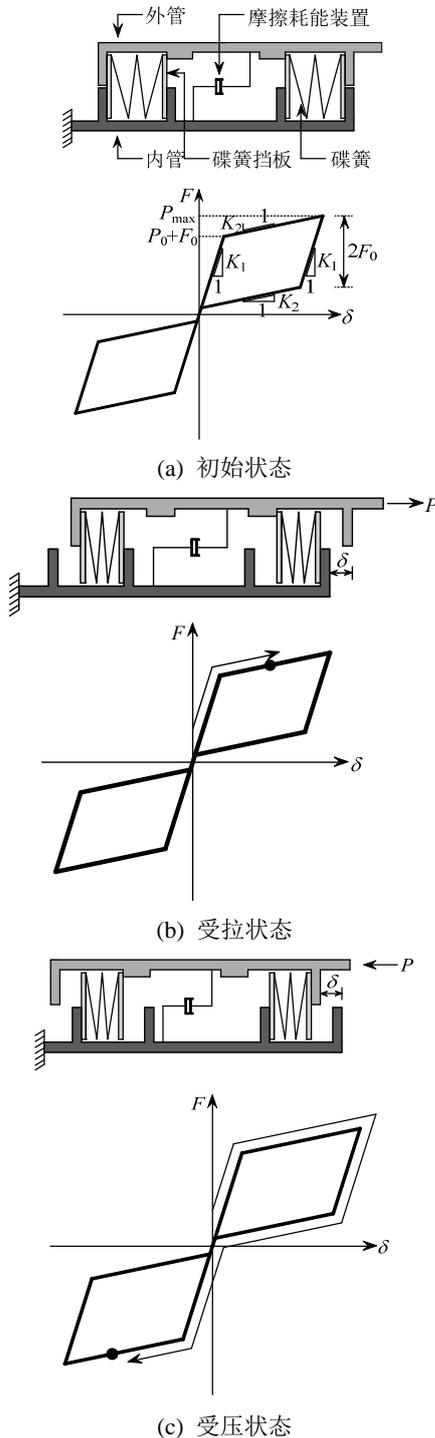


图 2 PS-SCED 支撑工作原理

Fig.2 Mechanism of PS-SCED brace

第 2 阶段: 内外管开始发生相对滑动至最大位移阶段, 即支撑所受外力 P 满足 $F_0+P_0 \leq P < P_{max}$, P_{max} 是支撑最大变形为 δ_{max} 时所对应的最大恢复力。该阶段内外管发生相对滑动, 荷载 P 的增加只会引起碟簧的内力变化, 因此该阶段支撑刚度主要

由碟簧提供, 即:

$$K_2 = 2K_s \tag{6}$$

则该阶段支撑对应的恢复力 $F(t)$ 可表示为:

$$F(t) = K_2(\delta(t) - \delta_0) + P_0 + F_0 \tag{7}$$

第 3 阶段: 开始卸载至即将恢复阶段, 即支撑所受外力 P 满足 $P_{max}-2F_0 < P \leq P_{max}$ 。此时, 摩擦装置中的摩擦力反向, 但内外管未发生相对滑动, 此阶段刚度与第 1 阶段相同, 即刚度大小为 K_1 , 支撑对应恢复力 $F(t)$ 可表示为:

$$F(t) = P_0 - F_0 + K_2(\delta_{max} - \delta_0) + K_1(\delta(t) - \delta_{max} + \delta_0) \tag{8}$$

第 4 阶段: 开始恢复至恢复完成阶段, 即支撑所受外力 P 满足 $0 < P \leq P_{max}-2F_0$ 。该阶段内外管再次发生相对滑动, 支撑进入自恢复阶段, 荷载 P 的减小只会引起碟簧的内力变化, 故此阶段与支撑受力的第二阶段类似, 刚度与其相同, 大小为 K_2 , 支撑对应恢复力 $F(t)$ 可表示为:

$$F(t) = K_2\delta(t) + P_0 - F_0 \tag{9}$$

为更好的研究 PS-SCED 支撑的自恢复性能与耗能性能, 定义无量纲参数 ζ 如下:

$$\zeta = \frac{2F_0}{F_0 + P_0} \tag{10}$$

式中, ζ 代表了 PS-SCED 支撑结构的耗能能力, ζ 越大滞回曲线越饱满。此外, 理论上只要确保碟簧初始预压力足够克服摩擦装置提供的摩擦力即可实现支撑的零残余变形, 则 ζ 的另外一个意义代表 PS-SCED 支撑的自恢复性能, ζ 对残余变形 δ_r 的影响如图 3 所示。可以看出, $\zeta < 1$ 时, 构件无残余变形, $\zeta > 1$ 时, 构件存有残余变形, 且残余变形值随 ζ 的增大而增大, 残余变形 δ_r 大小为:

$$\delta_r = \frac{F_0 - P_0}{K_2} \tag{11}$$

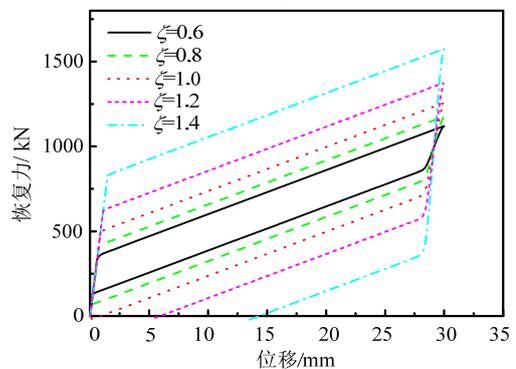


图 3 ζ 对残余变形的影响

Fig.3 The effect of ζ on residual deformation

2 PS-SCED 支撑恢复力模型

PS-SCED 支撑旗形滞回特性取决于碟簧与摩擦装置的共同作用。碟簧激活前后变形与恢复力均呈现理想的线性关系，恢复力模型可用理想双折线弹性模型表示，如图 4(a)所示，碟簧激活前刚度由支撑内外管提供，故 $K_{s1}=K_1$ ，激活后组合碟簧刚度 K_{s2} 可根据 Almen-Laszlo^[9]公式计算所得。图 4(b)为摩擦装置恢复力-位移关系的弹塑性滞回模型，激活前刚度 K_{f1} 同样由内外管共同决定， $K_{f1}=K_1=K_{s1}$ ，第二刚度 K_{f2} 及屈服力 F_0 均取决于摩擦装置的材料特性。当两个恢复力模型置于同一结构构件共同工作时，即可产生如图 4(c)所示的旗形滞回曲线。旗形滞回曲线恢复力特点是当力恢复至初始状态时，对应变形为零，即残余变形为零，具备稳定的自恢复性能。

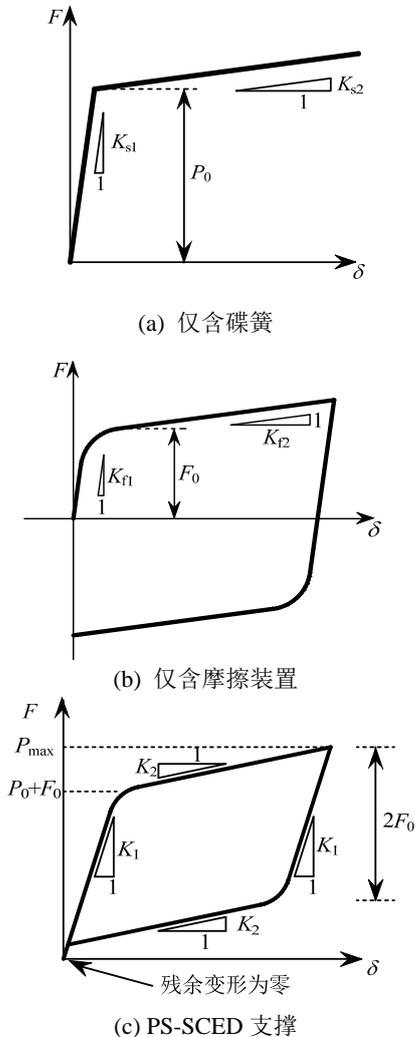


图 4 恢复力-位移关系曲线

Fig.4 Restoring force-deformation behavior

摩擦装置力学模型可采用双线性恢复力模型^[10]及 Bouc-Wen 模型^[11]等。双线性恢复力模型物理意义明确、可考虑包兴格效应及屈服后刚度变化的随动强化特点、规则简单，缺点是难以描述摩擦装置滞回曲线平滑圆润的特点，耗能近似性较大^[12]。Bouc-Wen 模型自 1967 年提出以来广受关注，该模型的恢复力与位移由具有不确定参数的非线性微分方程描述，通过合理选择非线性方程中的参数，可用以描述不同条件、不同类型摩擦装置的滞回模型^[13-15]。本文基于 Bouc-Wen 模型并结合 PS-SCED 支撑受力特点，提出 PS-SCED 支撑的恢复力模型，原理如图 5 所示。

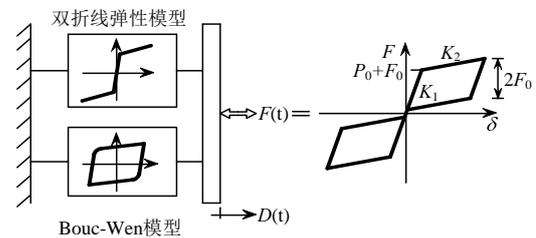


图 5 PS-SCED 支撑恢复力模型

Fig.5 Restoring force model of PS-SCED brace

当 $\zeta \leq 1$ 时，构件无残余变形，支撑恢复力-位移曲线如图 2(a)所示，恢复力 $F(t)$ 与位移 $\delta(t)$ 存在如下对应关系：

$$F(t) = \begin{cases} K_1 \cdot \delta(t), & |\delta(t)| < |\delta(t+1)| < \delta_0 \\ K_1 \cdot \delta_0 \cdot z(t) \cdot \zeta / 2 + \text{sign}(\delta(t)) \cdot P_0 + \alpha \cdot K_1 \cdot (\delta(t) - \text{sign}(\delta(t)) \cdot \delta_0), & |\delta(t)| > \delta_0 \text{ 或 } |\delta(t+1)| < |\delta(t)| < \delta_0 \end{cases} \quad (12)$$

式中： α 为支撑屈服前后刚度比，即 $\alpha=K_2/K_1$ ； $z(t)$ 为无量纲内变量，可由下式计算：

$$\dot{z}(t) = \frac{1}{\delta_0} [\dot{\delta}(t) - \gamma |\dot{\delta}(t)| \cdot z(t) \cdot (|z(t)|^{n-1} - \beta \cdot \dot{\delta}(t) \cdot |z(t)|^n)] \quad (13)$$

式中， γ 、 β 和 n 为曲线形状参数，对恢复力大小无影响。为保证内变量 $z(t)$ 的连贯性，可限制 $\gamma+\beta=1$ 。参数 n 只影响曲线从弹性区过渡到塑性区的平顺性， n 取值越大，恢复力-位移曲线拐点处越尖锐，否则较缓。

当 $\zeta > 1$ 时，构件存有残余变形，支撑恢复力-位移曲线如图 6 所示，恢复力 $F(t)$ 与位移 $\delta(t)$ 存在如下对应关系：

$$F(t) = \begin{cases} K_1 \cdot \delta(t), & 0 < \delta(t) < \delta(t+1) < \delta_0 \\ K_1 \cdot \delta_0 \cdot z(t) \cdot \zeta / 2 + \text{sign}(\delta(t)) \cdot P_0 + \alpha K_1 \cdot (\delta(t) - \text{sign}(\delta(t)) \cdot \delta_0), & 0 < \delta(t+1) < \delta(t) < \delta_0 \text{ 或 } \delta(t) > \delta_0 \\ K_1 \cdot \delta(t) + P_0 - F_0, & -\delta_0 + \eta < \delta(t+1) < \delta(t) < 0 \\ K_1 \cdot \delta_0 \cdot z(t) \cdot \zeta / 2 + \text{sign}(\delta(t)) \cdot P_0 + \alpha K_1 \cdot (\delta(t) - \text{sign}(\delta(t)) \cdot \delta_0) + \alpha(P_0 - F_0), & -\delta_0 + \eta < \delta(t) < \delta(t+1) < 0 \text{ 或 } \delta(t) < -\delta_0 + \eta \end{cases} \quad (14)$$

式中, η 由下式计算:

$$\eta = \frac{F_0 - P_0}{K_1} \quad (15)$$

通过合理的选定支撑设计参数 P_0 、 F_0 、 K_1 和 K_2 及恢复力-位移形状参数 γ 、 β 和 n , PS-SCED 支撑恢复力模型可有效的描述其动力荷载作用下的性能。

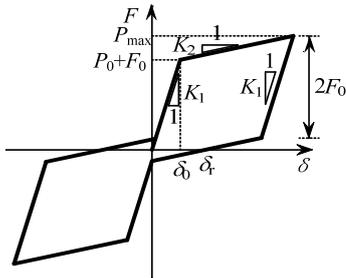


图6 存有残余变形的 PS-SCED 支撑恢复力模型

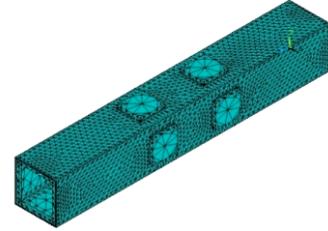
Fig.6 Restoring force model of PS-SCED brace with residual deformation

3 模型计算结果对比

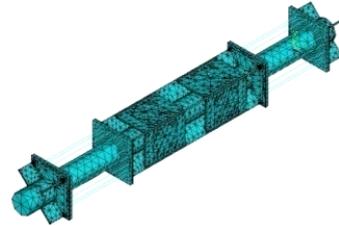
为验证本文所提出的 PS-SCED 支撑恢复力模型及计算方法的合理性, 利用 MATLAB 编制了 PS-SCED 支撑滞回反应分析程序, 并与利用 ANSYS 建立的 PS-SCED 支撑实体模型在低周往复荷载作用下的数值模拟结果进行对比研究。利用 Solid65 单元模拟支撑内外管及挡板构件, Combin14 单元模拟碟簧, 并通过设置接触单元来模拟支撑摩擦装置, PS-SCED 实体单元数值模型如图 7 所示。

该支撑全长 2 m, 外管为 300 mm×300 mm×7 mm 的箱形截面薄壁钢管, 内管为内径 56 mm、外径 70 mm 的圆形截面薄壁钢管, 并在内管上焊接

10 mm 厚的十字交叉钢板, 以提高构件承载能力和变形能力。内外管及十字交叉钢板均采用 Q235 钢材, 其余挡板和挡块采用 Q345 钢材, 摩擦系数取 0.5, 碟簧刚度取 26 kN/mm。



(a) 外管实体单元模型



(b) 内管实体单元模型

图7 PS-SCED 支撑有限元模型

Fig.7 Finite element model of the PS-SCED bracing system

在图 8 所示的加载工况下, 碟簧预压力 P_0 为 260 kN, 摩擦力 F_0 分别为 170 kN、250 kN、300 kN 和 350 kN 时 PS-SCED 支撑的 ANSYS 模拟结果与提出的基于 Bouc-Wen 模型的恢复力模型计算结果对比情况如图 9 所示。可以看出, 无论 $\zeta \leq 1$ 或 $\zeta > 1$, 本文提出的模型与 ANSYS 模拟结果曲线总体吻合程度较高。

为更好评定恢复力模型计算结果与 ANSYS 实体模型模拟结果误差关系, 定义相对误差 J_{re} 为:

$$J_{re} = \frac{|F_A - F_M|}{|F_A|} \times 100\% \quad (16)$$

式中, F_A 和 F_M 分别为最大加载位移为 D 时 ANSYS 模拟恢复力与所建立的 PS-SCED 支撑恢复力模型计算的恢复力。

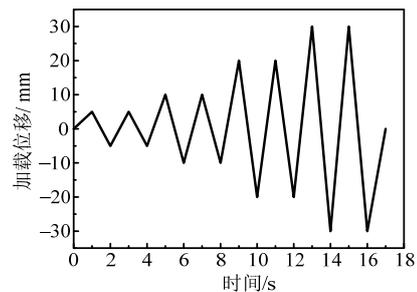


图8 加载方案

Fig.8 Loading scheme

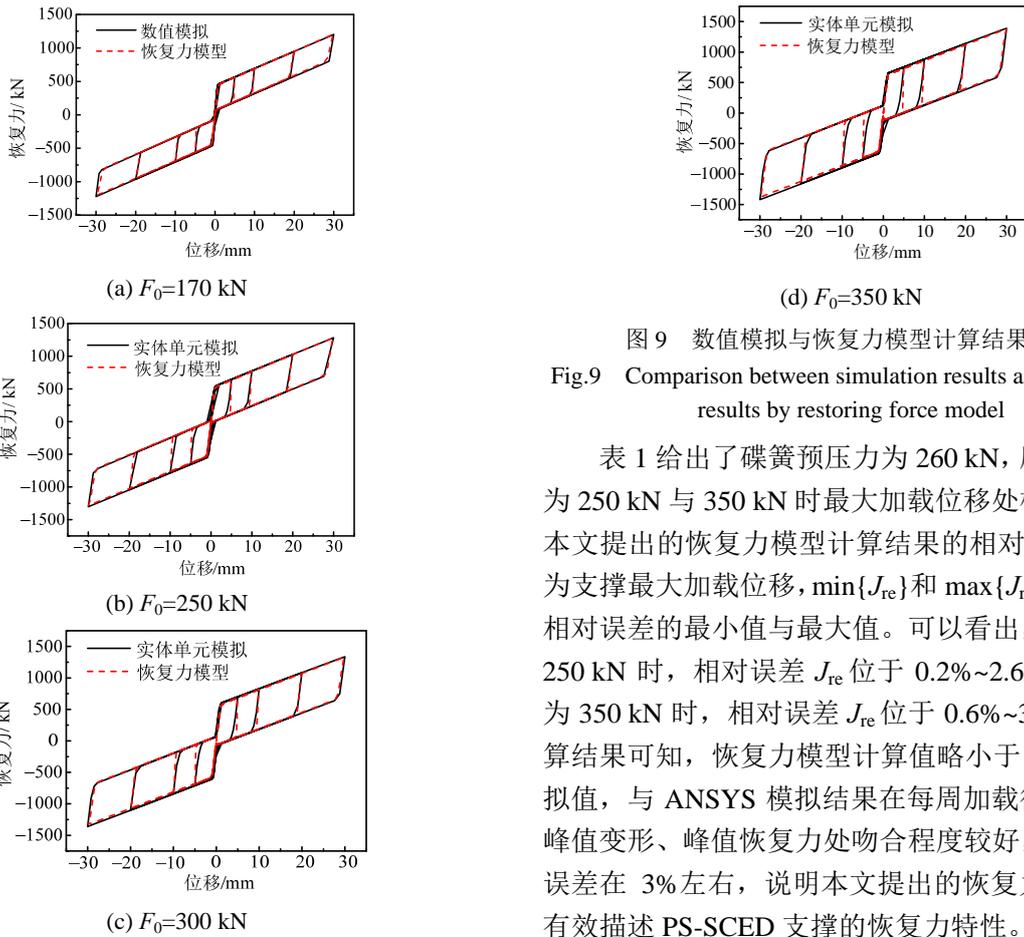


图9 数值模拟与恢复力模型计算结果对比

Fig.9 Comparison between simulation results and calculated results by restoring force model

表 1 给出了碟簧预压力为 260 kN，摩擦力分别为 250 kN 与 350 kN 时最大加载位移处模拟结果与本文提出的恢复力模型计算结果的相对误差值， D 为支撑最大加载位移， $\min\{J_{re}\}$ 和 $\max\{J_{re}\}$ 分别表示相对误差的最小值与最大值。可以看出，摩擦力为 250 kN 时，相对误差 J_{re} 位于 0.2%~2.6%，摩擦力为 350 kN 时，相对误差 J_{re} 位于 0.6%~3.3%。由计算结果可知，恢复力模型计算值略小于 ANSYS 模拟值，与 ANSYS 模拟结果在每周加载循环的加载峰值变形、峰值恢复力处吻合程度较好，最大相对误差在 3% 左右，说明本文提出的恢复力模型能够有效描述 PS-SCED 支撑的恢复力特性。

表 1 数值模拟与恢复力模型计算结果相对误差

Table 1 Relative error associated with the comparison between simulation results and calculated results by the restoring force model

F_0/kN		D/mm								$\text{Min}\{J_{re}\}/(\%)$	$\text{Max}\{J_{re}\}/(\%)$
		5	10	20	30	-5	-10	-20	-30		
250	F_M/kN	635	765	1025	1285	-636	-766	-1026	-1286	0.2	2.6
	F_N/kN	645	773	1028	1283	-653	-783	-1043	-1303		
350	F_M/kN	731	861	1121	1381	-736	-866	-1126	-1386	0.6	3.3
	F_N/kN	752	881	1137	1389	-761	-892	-1154	-1420		

4 结论

本文针对一种新型预压弹簧自恢复耗能支撑构件，结合 ANSYS 数值模拟的支撑恢复力-位移曲线研究结果，根据刚度变化将支撑受拉状态分为 4 个阶段，给出了每个阶段恢复力的计算方法。基于 Bouc-Wen 模型提出了 PS-SCED 支撑的恢复力模型，采用 MATLAB 数值仿真的方法对恢复力-位移函数关系式的计算结果进行了验证，并与 ANSYS 建立的 PS-SCED 支撑实体模型分析结果进行了对比研究。结果显示，PS-SCED 支撑恢复力模型可有效计算出每周加载循环的加载峰值位移、峰值恢复力，最大相对误差在 3% 左右，且恢复力模型计算

结果与 ANSYS 模拟数据整体相吻合，能够准确的表述 PS-SCED 支撑在动力荷载作用下的力学特性。

参考文献:

[1] 吕西林, 周颖, 陈聪. 可恢复功能抗震结构新体系研究进展[J]. 地震工程与工程振动, 2014, 34(4): 130—139.
Lü Xilin, Zhou Ying, Chen Cong. Research progress on innovative earthquake-resilient structural systems [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2014, 34(4): 130—139. (in Chinese)

[2] Christopoulos C, Tremblay R, Kim H J, et al. Self-centering energy dissipative bracing system for the seismic resistance of structures: development and

- validation [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2008, 134(1): 96–107.
- [3] Tremblay R, Lacerte M, Christopoulos C. Seismic response of multistory buildings with self-centering energy dissipative steel braces [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2008, 134(1): 108–120.
- [4] Erochko J, Christopoulos C, Tremblay R. Design, testing, and detailed component modeling of a high-capacity self-centering energy-dissipative brace [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2014, 141(8): 04014193-1 – 04014193-12.
- [5] Erochko J A. Improvements to the design and use of post-tensioned self-centering energy-dissipative (SCED) braces [D]. Canada: University of Toronto, 2013.
- [6] Zhu S, Zhang Y. Seismic analysis of concentrically braced frame systems with self-centering friction damping braces [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2008, 134(1): 121–131.
- [7] Zhu S, Zhang Y. Performance based seismic design of steel braced frame system with self-centering friction damping brace [C]// *Proceedings of the 18th Analysis and Computation Specialty Conference*, Vancouver, British Columbia, Canada, 2008: 1–13.
- [8] Zhu S, Zhang Y. Seismic behavior of self-centering braced frame buildings with reusable hysteretic damping brace [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2007, 36(10): 1329–1346.
- [9] GB/T 1972-2005, 碟形弹簧[S]. 北京: 中国标准出版社, 2005.
GB/T 1972-2005, Disc spring [S]. Beijing: China Standards Press, 2005. (in Chinese)
- [10] Caughey T K. Sinusoidal excitation of a system with bilinear hysteresis [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1960, 27(4): 640–643.
- [11] Wen Y K. Methods of random vibration for inelastic structures [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 1989, 42(2): 39–52.
- [12] 高向宇, 张慧, 杜海燕, 梁峰, 尹学军. 防屈曲支撑恢复力的特点及计算模型研究[J]. *工程力学*, 2011, 28(6): 19–28.
Gao Xiangyu, Zhang Hui, Du Haiyan, Liang Feng, Yin Xuejun. Study on characterization and modeling of buckling-restrained brace [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(6): 19–28. (in Chinese)
- [13] 吴从晓, 周云, 邓雪松. 钢铅粘弹性阻尼器试验研究 [J]. *工程力学*, 2012, 29(3): 150–155.
Wu Congxiao, Zhou Yun, Deng Xuesong. Experimental study on steel-lead viscoelastic damper [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(3): 150–155. (in Chinese)
- [14] 吕杨, 徐龙河, 李忠献, 丁阳. 磁流变阻尼器优化设计及结构地震损伤控制[J]. *工程力学*, 2012, 29(8): 94–100.
Lü Yang, Xu Longhe, Li Zhongxian, Ding Yang. Optimal design of MR dampers and seismic damage control of structures [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(8): 94–100. (in Chinese)
- [15] 周云, 吴从晓, 邓雪松. 铅粘弹性阻尼器的开发、研究与应用[J]. *工程力学*, 2009, 26(增刊 2): 80–90.
Zhou Yun, Wu Congxiao, Deng Xuesong. Development, research and application of lead viscoelastic damper [J]. *Engineering Mechanics*, 2009, 26(Suppl 2): 80–90. (in Chinese)