第9章 混凝土构件的变形、裂缝宽度验算与耐久性设计

教学提示：本章介绍钢筋混凝土构件正常使用极限状态验算的主要内容。最大裂缝宽度的计算公式是在平均裂缝宽度计算公式的基础上，再考虑到荷载短期作用下裂缝宽度的不均匀性和荷载长期作用下裂缝宽度的进一步加大，根据试验统计资料，对平均裂缝宽度乘以“扩大系数 τ_s 和 τ_l”后得到。钢筋混凝土受弯构件的截面抗弯刚度既不是常数，随着截面弯矩和配筋率等的变化而变化；又受到荷载作用时间的影响，有短期刚度 B_s 和刚度 B。构件的挠度应根据最小刚度原则和刚度 B，用结构力学的方法计算。混凝土结构的耐久性应根据环境类别和设计使用年限进行设计。

学习要求：通过本章学习，学生应熟悉钢筋混凝土构件裂缝出现和开展的机理与过程，掌握最大裂缝宽度、截面短期刚度 B_s 和刚度 B 的定义，掌握最大裂缝宽度与构件挠度的验算方法。了解混凝土结构耐久性设计的意义，熟悉影响混凝土结构耐久性的主要因素和耐久性设计的一般概念。

9.1 概　　述

如第3章所述，结构的功能包括安全性、适用性和耐久性。第4章～第8章的承载能力极限状态计算是为了保证混凝土构件的安全性；本章的正常使用极限状态验算则是为了保证混凝土构件的适用性和耐久性。

混凝土构件正常使用极限状态验算主要有裂缝宽度验算和变形验算两个方面。例如，吊车梁的变形过大，吊车就不能正常运行；结构的侧移变形过大，将影响门窗的正常开关；屋盖结构的变形过大，易造成屋面积水；楼盖结构的变形和裂缝宽度过大，会造成房屋粉刷层的开裂与剥落、以及填充墙的开裂与变形等情况；精密仪表车间楼盖结构的变形和裂缝宽度过大，还可能影响到产品的质量。同时，过大的裂缝会影响到结构的耐久性；过大的变形和裂缝也会对使用者的心理产生影响。因此，对变形和裂缝宽度必须进行限制。

正常使用极限状态的设计表达式为

$$S \leqslant C \tag{9-1}$$

式中　S——正常使用极限状态的荷载效应组合值；

　　C——结构构件达到正常使用要求所规定的变形、裂缝宽度和应力等的限值。

考虑到结构构件不满足正常使用极限状态时所带来的危害性比不满足承载力极限状态时要小，相应的可靠度水平可比承载能力极限状态时低一些，再考虑到荷载长期作用下，混凝土材料的徐变、以及混凝土构件的裂缝宽度和变形随时间变化等特性，《规范》

GB 50010规定：对于混凝土构件的变形和裂缝宽度，采用荷载效应的标准组合并考虑长期作用影响、以及材料强度标准值进行验算。对于荷载效应的标准组合与准永久组合按第3章式(3-22)、式(3-23)计算。

9.2 裂缝宽度验算

引起混凝土结构裂缝的原因很多，大致可以分为两类：一是荷载引起的裂缝；二是非荷载因素引起的裂缝，如材料收缩、温度变化、混凝土碳化、钢筋锈蚀膨胀以及地基不均匀沉降等。很多裂缝是多种因素共同作用的结果。调查表明，非荷载因素引起的裂缝约占80%，荷载因素引起的约占20%。非荷载因素引起的裂缝十分复杂，目前主要通过构造措施(如加强配筋、设置变形缝等)进行控制。本节将介绍由荷载引起的裂缝的出现与开展机理、最大裂缝宽度计算及其控制。

9.2.1 裂缝出现与开展的过程

以图9.1所示的轴心受拉构件为例介绍裂缝出现与开展的机理与过程。

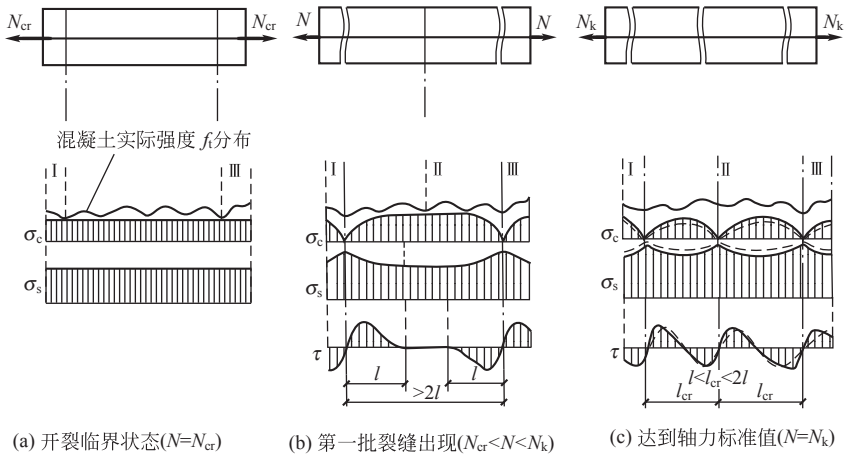


图9.1 轴心受拉构件裂缝的出现与开展过程

设N为外荷载产生的轴向拉力，N_{cr}为构件的开裂轴力，N_k为按荷载效应标准组合计算的轴向拉力(以下简称轴力标准值)。当$N<N_{cr}$时，混凝土应力σ_c小于混凝土的抗拉强度f_t，构件不会出现裂缝，此阶段混凝土和钢筋的应力沿构件长度分布均匀，钢筋与混凝土之间的粘结应力为零。当轴向拉力达到N_{cr}时，由于混凝土的实际抗拉强度f_t沿构件纵向分布不均匀，所以混凝土应力σ_c首先在构件最薄弱截面达到其实际抗拉强度f_t(见图9.1(a)中的Ⅰ、Ⅲ截面)，构件处于开裂的临界状态。荷载稍有增加，构件在Ⅰ、Ⅲ截面位置开裂，出现第一条(批)裂缝。裂缝出现瞬间，裂缝截面的混凝土退出受拉工作，应力降为零，而裂缝截面的钢筋应力突然增大。此时，一方面，裂缝截面附近原来受拉张紧的混凝土分别向裂缝两侧回缩，钢筋与混凝土之间出现相对滑移而使裂缝一出现即具有一

定的宽度；另一方面，混凝土的回缩又受到钢筋与混凝土之间粘结作用的阻止，并在两者的表面产生粘结应力。通过粘结应力的积累，在离开裂缝截面的混凝土中又重新建立起拉应力，且随着距裂缝截面距离的增加，混凝土的拉应力逐渐增大，钢筋的拉应力逐渐减小。当裂缝截面距离达到某一长度 l 时，钢筋与混凝土之间不再产生相对滑移，粘结应力也随之降为零，钢筋与混凝土又具有相同的拉伸应变，应力分布又趋于均匀，称 l 为粘结应力传递长度，通过粘结应力传递长度 l 范围内粘结应力的积累可使裂缝间混凝土再次达到抗拉强度。荷载继续增加，又有截面由于混凝土应力 σ_c 达到抗拉强度 f_t［见图 9.1(b)中的Ⅱ截面］而开裂，构件出现第二条(批)裂缝。随着荷载继续增加，构件还有可能出现第三、四……条(批)裂缝，直至裂缝间距减小到通过粘结应力的积累不可能再使裂缝间的混凝土达到抗拉强度为止，最终裂缝间距将稳定在(1～2)l 之间，平均裂缝间距 $l_{cr}=1.5l$。此后，继续增加荷载，将不会再出现新的裂缝。从第一条(批)裂缝出现至裂缝分布稳定的过程称为裂缝出现阶段。

从裂缝出现过程可知，裂缝的分布(间距)取决于粘结应力传递长度 l，而粘结应力传递长度 l 又与粘结强度和钢筋的表面积有关。粘结强度高，则裂缝间距小；钢筋面积相同时选用直径小的钢筋，则钢筋表面积大，裂缝间距小。

在裂缝分布稳定以后，继续增加荷载，直至达到轴力标准值 N_k［见图 9.1(c)］的过程中，裂缝间距不变，而裂缝宽度增大，称为裂缝开展阶段。

通过以上分析可知，裂缝宽度是由于钢筋与混凝土之间产生了滑移，钢筋与混凝土的变形不相等所致，其实质是钢筋伸长、混凝土回缩所产生的变形差。由于钢筋对其周围混凝土的约束作用不同，离钢筋越远，混凝土受到的约束作用越小，混凝土的回缩量就越大，所以裂缝宽度沿截面高度是不相等的。试验表明，钢筋表面处的裂缝宽度大约只有构件表面裂缝宽度的 1/5～1/3，如图 9.2 所示。

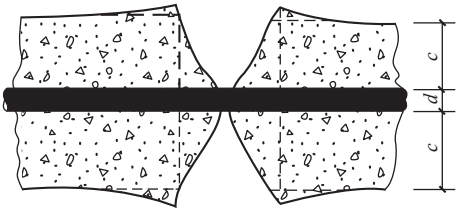
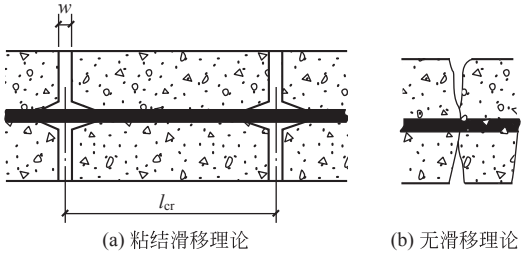


图 9.2　裂缝形状

9.2.2　最大裂缝宽度 w_{max}的计算

由于混凝土材料的不均匀性，试验时裂缝的出现、分布和开展具有很大的离散性，裂缝间距和裂缝宽度是不均匀的。因此，混凝土构件的裂缝宽度计算是一个复杂的问题。目前对于裂缝宽度的计算方法可归结为以下两类。

第一类是半理论半经验法。首先根据裂缝出现和开展的机理建立理论公式，然后根据试验资料确定公式的参数，从而得到裂缝宽度的计算公式。采用半理论半经验法计算裂缝宽度时，又有三种计算理论。第一种是粘结滑移理论。该理论认为混凝土构件的裂缝宽度是由于钢筋与混凝土的变形不相等，出现粘结滑移而产生。裂缝宽度等于一个裂缝间距范围内钢筋伸长与混凝土伸长的差值，裂缝宽度沿截面高度相等，如图 9.3(a)所示。



(a) 粘结滑移理论　　(b) 无滑移理论

图 9.3　裂缝宽度计算理论

第二种是无滑移理论。该理论认为混凝土构件的裂缝宽度是由开裂截面的应变梯度所引起，钢筋与混凝土之间无滑移。因此，钢筋表面的裂缝宽度为零，裂缝宽度随着距钢筋距离的增大而增大，混凝土保护层厚度是影响裂缝宽度的主要因素，如图 9.3(b)所示。第三种是裂缝综合理论。该理论认为混凝土构件的裂缝宽度既与钢筋与混凝土之间的粘结滑移有关，又与混凝土保护层厚度有关。可见，裂缝综合理论是前两种理论的综合。试验表明，裂缝综合理论比前两种理论更为合理，《规范》GB 50010 采用该理论来建立裂缝宽度的计算公式。

第二类是数理统计法。通过大量试验资料的分析，首先找出影响裂缝宽度的主要参数，然后通过数理统计建立裂缝宽度的计算公式。《规范》JTG D62 采用该方法来建立裂缝宽度的计算公式。

尽管裂缝宽度的计算是一个复杂问题，但大量试验数据的统计分析表明，裂缝间距和裂缝宽度的平均值具有规律性，反映了钢筋与混凝土之间的粘结受力机理。以下循着平均裂缝间距、平均裂缝宽度和最大裂缝宽度的思路来介绍《规范》GB 50010 关于最大裂缝宽度的计算方法。

1. 平均裂缝间距 l_{cr}

以裂缝出现阶段的受力状态为依据，得到裂缝间距的计算模型如图 9.4(a)所示，左侧为裂缝截面，右侧为即将开裂截面，隔离体长度为裂缝间距 l，其内钢筋的受力如图 9.4(b)所示，粘结应力的分布如图 9.4(c)所示。

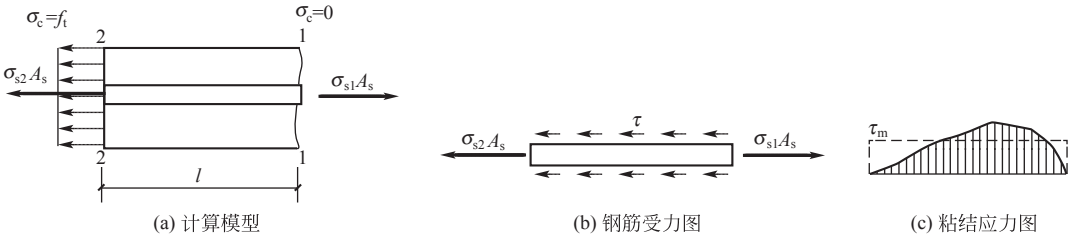


图 9.4　裂缝间距的计算模型

由图 9.4(a)、(b)所示的平衡条件可得

$$\begin{cases}\sigma_{s1}A_s-\sigma_{s2}A_s=f_tA_c & (9-2-1)\\ \sigma_{s1}A_s-\sigma_{s2}A_s=\tau_m\pi dl & (9-2-2)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\quad l=\frac{1}{4}\times\frac{f_t}{\tau_m}\cdot\frac{d}{\rho} \qquad (9-3)$$

式中　A_c——混凝土面积；

d——钢筋直径；

ρ——配筋率，$\rho=A_s/A_c$。

由于粘结强度 τ_m 与混凝土抗拉强度 f_t 大致成正比，所以式(9-3)中的 f_t/τ_m 近似为常数；当取平均裂缝间距 $l_{cr}=1.5l$ 时，则由式(9-3)可得到平均裂缝间距 l_{cr}的计算公式为

$$l_{cr}=k_1\frac{d}{\rho} \qquad (9-4)$$

式(9-4)表明，当配筋率 ρ 相同时，钢筋直径 d 越小，则裂缝间距 l_{cr}越小，这与试验

结果相符。但式(9－4)同时表明，当 d/ρ 趋于零时，裂缝间距 l_{cr} 也趋于零，这与试验结果不符。试验表明，当 d/ρ 趋于零时，裂缝间距 l_{cr} 趋于某一常数，该常数与混凝土保护层厚度 c 有关；再根据裂缝综合理论，将式(9－4)修正为

$$l_{cr}=k_2c+k_1\frac{d}{\rho} \tag{9-5}$$

当配置不同钢种、不同直径的钢筋时，式(9－5)中的 d 改为等效直径 d_{eq}；同时，如前所述，受拉钢筋对其周围混凝土的约束作用不同，所以在考虑了钢筋的有效约束区后，式(9－5)中的 ρ 改为 ρ_{te}，则式(9－5)改为

$$l_{cr}=k_2c+k_1\frac{d_{eq}}{\rho_{te}} \tag{9-6}$$

通过大量试验数据的统计分析，得到式(9－6)中的待定参数 $k_2=1.9$、$k_1=0.08$。因此，《规范》GB 50010 规定：矩形、T 形、倒 T 形和 I 形截面的钢筋混凝土受拉、受弯和偏心受压构件的平均裂缝间距 l_{cr} 按下式计算

$$l_{cr}=\beta\left(1.9c+0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}}\right) \tag{9-7}$$

$$d_{eq}=\frac{\sum n_id_i^2}{\sum n_i\nu_id_i} \tag{9-7a}$$

$$\rho_{te}=\frac{A_s}{A_{te}} \tag{9-7b}$$

式中 β——考虑构件受力特征的系数，对轴心受拉构件，取 $\beta=1.1$，对其他受力构件，均取 $\beta=1.0$；

c——最外层纵向受拉钢筋外边缘至受拉区底边的距离(mm)，当 $c<20$ 时取 $c=20$，当 $c>65$ 时取 $c=65$；

d_{eq}——受拉区纵向钢筋的等效直径(mm)，按式(9－7a)计算；

ρ_{te}——按有效受拉混凝土截面面积计算的纵向受拉钢筋配筋率，按式(9－7b)计算，在最大裂缝宽度计算中，当 $\rho_{te}<0.01$ 时取 $\rho_{te}=0.01$；

A_{te}——有效受拉混凝土截面面积，对轴心受拉构件，取构件截面面积，对受弯、偏心受压和偏心受拉构件，取 $A_{te}=0.5bh+(b_f-b)h_f$，此处，b_f、h_f 为受拉翼缘的宽度、高度(见图 9.5)；

d_i——受拉区第 i 种纵向钢筋的公称直径(mm)；

n_i——受拉区第 i 种纵向钢筋的根数；

ν_i——受拉区第 i 种纵向钢筋的相对粘结特性系数，对于普通钢筋中的光面钢筋取 $\nu_i=0.7$，带肋钢筋取 $\nu_i=1.0$。

2. 平均裂缝宽度 w_m

如前所述，裂缝宽度等于一个裂缝间距范围内钢筋伸长与混凝土伸长的差值，如图 9.6所示。

由图 9.6 所示可得平均裂缝宽度 w_m，即

$$w_m=\varepsilon_{sm}l_{cr}-\varepsilon_{cm}l_{cr}=\varepsilon_{sm}\left(1-\frac{\varepsilon_{cm}}{\varepsilon_{sm}}\right)l_{cr} \tag{9-8}$$

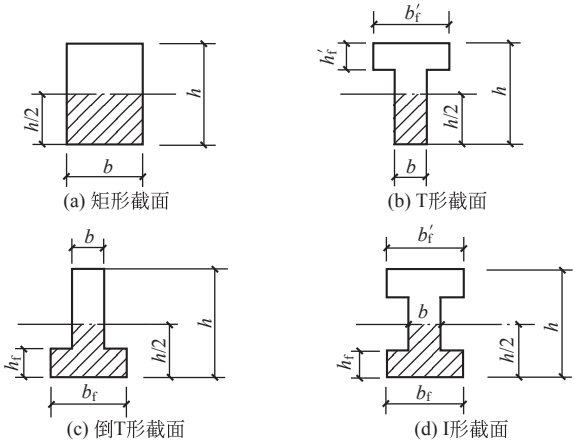


图 9.5　有效受拉混凝土截面面积 A_{te} 的取值

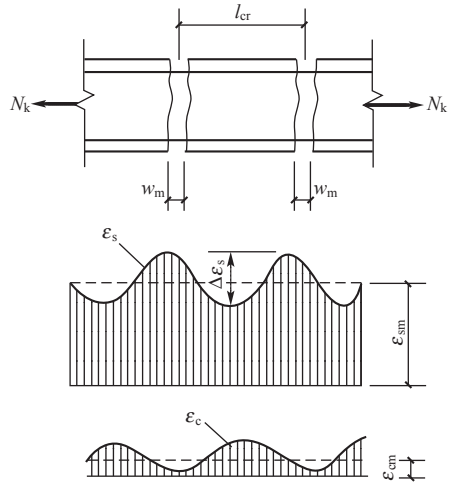


图 9.6　平均裂缝宽度

试验分析表明，$(l-\varepsilon_{cm}/\varepsilon_{sm})$大约等于 0.85，且设 $\psi=\varepsilon_{sm}/\varepsilon_s$（$\varepsilon_{sm}$ 为钢筋的平均应变，ε_s 为裂缝截面钢筋的应变），则式(9-8)可表示为

$$w_m=0.85\psi\varepsilon_s l_{cr}=0.85\psi\frac{\sigma_{sk}}{E_s}l_{cr} \tag{9-9}$$

由式(9-9)可知，计算平均裂缝宽度 w_m 的关键是计算 l_{cr}、ψ 和 σ_{sk}。l_{cr} 的计算已解决，见式(9-7)。以下分别介绍 ψ 和 σ_{sk} 的概念与计算。

1）求 ψ

$\psi=\varepsilon_{sm}/\varepsilon_s$，称为裂缝间纵向受拉钢筋应变不均匀系数。该参数反映了裂缝间混凝土参与受拉工作的程度。ψ 越小，裂缝间混凝土参与受拉工作的程度越高；$\psi=1$ 时，表明钢筋与混凝土之间的粘结作用完全丧失，裂缝间混凝土完全退出工作。

试验表明，ψ 与混凝土强度 f_{tk}、纵向受拉钢筋配筋率 ρ_{te} 和钢筋应力 σ_{sk} 有关。根据试验结果，《规范》GB 50010 建议按下式计算

$$\psi=1.1-0.65\frac{f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}} \tag{9-9a}$$

式中　ψ——裂缝间纵向受拉钢筋应变不均匀系数，当 $\psi<0.2$ 时取 $\psi=0.2$，当 $\psi>1$ 时取 $\psi=1$，对直接承受重复荷载的构件，取 $\psi=1$；

ρ_{te}——见式(9-7b)。

2）求 σ_{sk}

σ_{sk} 为按荷载效应的标准组合计算的钢筋混凝土构件纵向受拉钢筋的应力，可按裂缝截面的平衡条件求得，如图 9.7 所示。

对轴心受拉构件：
$$\sigma_{sk}=\frac{N_k}{A_s} \tag{9-9b}$$

对偏心受拉构件：
$$\sigma_{sk}=\frac{N_k e'}{A_s(h_0-a'_s)} \tag{9-9c}$$

对受弯构件：
$$\sigma_{sk}=\frac{M_k}{0.87h_0A_s} \tag{9-9d}$$

对偏心受压构件：
$$\sigma_{sk}=\frac{N_k(e-z)}{A_s z} \tag{9-9e}$$

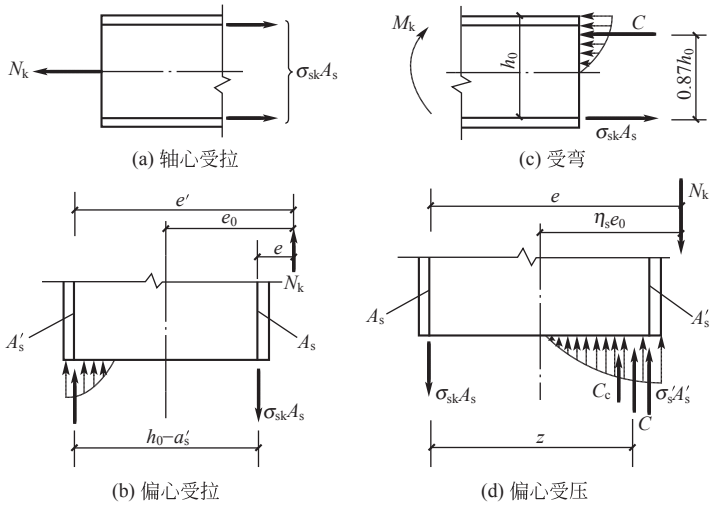


图 9.7 使用阶段各类构件裂缝截面的应力状态

$$z=\left[0.87-0.12(1-\gamma_f')\left(\frac{h_0}{e}\right)^2\right]h_0 \tag{9-9f}$$

$$e=\eta_s e_0+y_s \tag{9-9g}$$

$$\gamma_f'=\frac{(b_f'-b)h_f'}{bh_0} \tag{9-9h}$$

$$\eta_s=1+\frac{1}{4000\dfrac{e_0}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \tag{9-9i}$$

式中 A_s——受拉区纵向钢筋截面面积，对轴心受拉构件，取全部纵向钢筋截面面积，对偏心受拉构件，取受拉较大边的纵向钢筋截面面积，对受弯、偏心受压构件，取受拉区纵向钢筋截面面积；

e'——轴向拉力作用点至受压区或受拉较小边纵向钢筋合力点的距离；

e——轴向压力作用点至纵向受拉钢筋合力点的距离；

z——纵向受拉钢筋合力点至受压区合力点之间的距离，且 $z\leqslant 0.87h_0$；

η_s——使用阶段的轴向压力偏心距增大系数，当 $l_0/h\leqslant 14$ 时，取 $\eta_s=1.0$；

y_s——截面重心至纵向受拉钢筋合力点的距离；

γ_f'——受压翼缘截面面积与腹板有效截面面积的比值；

b_f'、h_f'——受压区翼缘的宽度、高度，当 $h_f'>0.2h_0$ 时，取 $h_f'=0.2h_0$；

N_k、M_k——按荷载效应的标准组合计算的轴向力值、弯矩值。

3. 最大裂缝宽度 w_{max}

由于材料的不均匀性，导致混凝土构件的裂缝宽度具有较大的离散性，所以按式(9-9)求得的平均裂缝宽度 w_m 应乘以考虑裂缝不均匀性的扩大系数 τ_s，使求得的最大裂缝宽度 w_{max} 具有 95%的保证率。τ_s 通过实测裂缝宽度分布图的统计分析求得，对于受弯构件和偏心受压构件 $\tau_s=1.66$；对于轴心受拉和偏心受拉构件 $\tau_s=1.9$。

此外，在荷载长期作用下，由于钢筋与混凝土之间的粘结滑移徐变、受拉混凝土的应

力松驰和混凝土的收缩，裂缝宽度还会继续加大，所以按式(9－9)求得的平均裂缝宽度 w_m 还应乘以荷载长期作用影响的扩大系数 τ_l，并根据试验结果取 $\tau_l=1.5$。

因此，钢筋混凝土构件的最大裂缝宽度可表示为

$$w_{max}=\tau_l\tau_s w_m \tag{9-10}$$

将式(9－9)、式(9－7)代入式(9－10)，并将 $0.85\tau_l\tau_s\beta$ 统一用 α_{cr} 表示，可得 w_{max} 的计算公式。因此，《规范》GB 50010 规定：矩形、T 形、倒 T 形和 I 形截面的钢筋混凝土受拉、受弯和偏心受压构件，按荷载效应的标准组合并考虑长期作用影响的最大裂缝宽度 w_{max}(mm)可按下式计算

$$w_{max}=\alpha_{cr}\psi\frac{\sigma_{sk}}{E_s}\left(1.9c+0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}}\right) \tag{9-11}$$

式中　α_{cr}——构件受力特征系数，对轴心受拉构件 $\alpha_{cr}=2.7$，对偏心受拉构件 $\alpha_{cr}=2.4$，对受弯和偏心受压构件 $\alpha_{cr}=2.1$。

式(9－11)中，ψ 按式(9－9a)计算，σ_{sk} 按式(9－9b)～式(9－9e)计算，d_{eq} 按式(9－7a)计算，ρ_{te} 按式(9－7b)计算。

另外，对 $e_0/h_0\leqslant 0.55$ 的偏心受压构件，可不验算裂缝宽度。

4. 影响裂缝宽度的主要因素

分析式(9－11)及其相关的内容可知，影响裂缝宽度的主要有以下几个因素。

(1) 纵向受拉钢筋的应力 σ_{sk}。σ_{sk} 越大，裂缝宽度越大，两者近似成线性关系。因此，为了控制裂缝宽度，普通混凝土结构中不宜采用高强度钢筋。

(2) 钢筋直径 d。在配筋率相同的条件下，选取直径小而根数多的配筋方案，则钢筋与混凝土接触的表面积增加，从而使得裂缝宽度减小。

(3) 纵向受拉钢筋的外观。当其他条件相同时，配置带肋钢筋比配置光面钢筋的裂缝宽度小。

(4) 纵向受拉钢筋的配筋率 ρ_{te}。增大 ρ_{te}，一方面可以增加钢筋与混凝土接触的表面积，另一方面可以减小纵向受拉钢筋的应力 σ_{sk}，所以可以减小裂缝宽度。

(5) 混凝土保护层厚度 c。当其他条件相同时，c 越大，裂缝宽度越大。

(6) 荷载性质。荷载长期作用下的裂缝宽度增大，反复荷载和动力荷载作用下的裂缝宽度有所增大。

9.2.3　裂缝宽度验算

在进行结构构件设计时，应根据使用要求选用不同的裂缝控制等级。《规范》GB 50010 将裂缝控制等级划分为三级。

一级：严格要求不出现裂缝的构件。按荷载效应的标准组合进行计算时，构件受拉区的混凝土中不应产生拉应力。

二级：一般要求不出现裂缝的构件；按荷载效应标准组合进行计算时，构件受拉区的混凝土拉应力不大于混凝土轴心抗拉强度标准值；而按荷载效应准永久组合进行计算时，构件受拉区的混凝土不产生拉应力。

三级：允许出现裂缝的构件，按荷载效应标准组合并考虑长期作用影响求得的最大裂

缝宽度 w_{max}，不应超过《规范》GB 50010 规定的最大裂缝宽度限值 w_{lim}，即

$$w_{max} \leqslant w_{lim} \tag{9-12}$$

式中 w_{max}——式(9-11)的计算值；

w_{lim}——最大裂缝宽度限值，见附表 1-15。

确定最大裂缝宽度限值 w_{lim}时，主要考虑下列两个方面的要求。

(1) 外观要求。过宽的裂缝不仅会影响建筑的外观，而且还会引起使用者的心理不安。调查表明，裂缝宽度在 0.3mm 以内，既不影响建筑外观，又在使用者的可接受程度之内。

(2) 耐久性要求，并以该要求为主。

通常，对于有抗裂要求的预应力混凝土构件，其裂缝控制等级为一级或二级。由于钢筋混凝土构件在使用阶段一般是带裂缝工作的，故其裂缝控制等级属于三级，应按式(9-12)来控制最大裂缝宽度。

当计算中出现 $w_{max} > w_{lim}$时，首先应改配直径较小的变形钢筋，以增大钢筋与混凝土的接触面积，提高钢筋与混凝土之间的粘结强度，从而减小裂缝宽度。但钢筋直径也不能任意小，钢筋直径和根数的选取应满足第 4 章 4.2.1 节的构造规定。

如采用上述措施后仍不能满足要求时，可增加钢筋截面面积 A_s，加大有效配筋率 ρ_{te}，从而减小裂缝宽度，直至满足 $w_{max} \leqslant w_{lim}$。提高混凝土强度等级对减小裂缝宽度效果甚差，一般不宜采用。当然，解决裂缝问题最有效的方法是采用预应力混凝土，这将在第 10 章介绍。

式(9-11)计算得到的 w_{max}是指纵向受拉钢筋水平处的最大裂缝宽度，而在结构试验或质量检验时，通常只能观察构件外表面的裂缝宽度，后者比前者约大 k_c 倍。该倍数可按下经验公式确定，即

$$k_c = 1 + 1.5a_s/h_0 \tag{9-13}$$

式中 a_s——受拉钢筋截面重心到构件近边缘的距离。

这样就可以由现场观察到的表面裂缝宽度推算出纵向受拉钢筋水平处的最大裂缝宽度 w_{max}，然后验算是否超过了《规范》GB 50010 规定的限值 w_{lim}。

钢筋混凝土构件裂缝宽度验算的计算流程图如图 9.8 所示。

【例 9.1】 已知某钢筋混凝土简支梁，环境类别为一类，计算跨度 $l=6$m，截面尺寸 $b \times h = 250\text{mm} \times 550\text{mm}$，梁所承受的永久荷载标准值(包括梁自重)$g_k = 14.6$kN/m，可变荷载 $q_k = 10$kN/m，混凝土强度等级 C20，按正截面承载力计算已配置了 4 Φ 20mm 的 HRB335 钢筋，试验算其裂缝宽度。

【解】

(1) 确定基本参数。

查附表 1-1、附表 1-10 得：C20 混凝土 $f_{tk} = 1.54$MPa，$E_s = 2 \times 10^5$MPa

查附表 1-14、附表 1-15 得：一类环境 $c = 30$mm，$w_{lim} = 0.3$mm

(2) 按荷载的标准效应组合计算弯矩 M_k。

$$M_k = \frac{1}{8}(g_k + q_k)l_0^2 = \frac{1}{8} \times (14.6 + 10) \times 6^2 \text{kN} \cdot \text{m} = 110.7 \text{kN} \cdot \text{m}$$

(3) 计算纵向受拉钢筋的应力 σ_{sk}。

$$\sigma_{sk} = \frac{M_k}{0.87h_0A_s} = \frac{110.7 \times 10^6}{0.87 \times 510 \times 1256} \text{N/mm}^2 = 198.6 \text{N/mm}^2$$

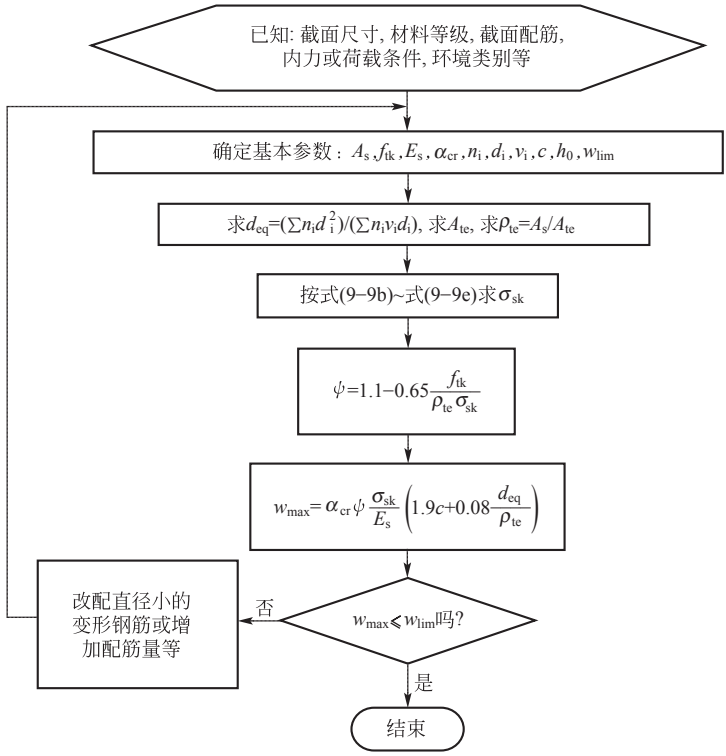


图 9.8　钢筋混凝土构件裂缝宽度验算的计算流程图

(4) 计算有效配筋率 ρ_{te}。

$$A_{te}=0.5bh=0.5\times250\times550\text{mm}^2=68750\text{mm}^2$$

$$\rho_{te}=A_s/A_{te}=1256/68750=0.018>0.01，取\ \rho_{te}=0.018$$

(5) 计算受拉钢筋应变的不均匀系数 ψ。

$$\psi=1.1-\frac{0.65f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}}=1.1-\frac{0.65\times1.54}{0.018\times198.6}=0.820<0.2，且\ \psi<1.0$$

(6) 计算最大裂缝宽度 w_{max}。

混凝土保护层厚度 $c=30\text{mm}>20\text{mm}$，$d_{eq}=\frac{d}{v}=20\text{mm}$

$$w_{max}=\alpha_{cr}\psi\frac{\sigma_{sk}}{E_s}\left(1.9c+0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}}\right)$$

$$=2.1\times0.820\times\frac{198.6}{2\times10^5}\left(1.9\times30+0.08\times\frac{20}{0.018}\right)\text{mm}$$

$$=0.249\text{mm}$$

(7) 验算是否满足裂缝宽度控制要求。

$$w_{max}=0.249<w_{lim}=0.3\text{mm}$$

所以裂缝宽度满足要求。

9.3 变形验算

本节的变形验算仅是指受弯构件的挠度验算。

9.3.1 钢筋混凝土梁抗弯刚度的特点

对于匀质弹性简支梁，材料力学给出了下面的挠度计算公式

$$f=s\frac{M}{EI}l^2=s\phi l^2 \tag{9-14}$$

式中 ϕ——截面曲率，$\phi=M/EI$；

EI——截面抗弯刚度，$EI=M/\phi$，可见，截面抗弯刚度就是使截面发生单位曲率所需要的弯矩；

s——是与荷载形式、支承条件有关的挠度系数，如对于均布荷载作用下的简支梁，由于 $f=5ql^4/(384EI)$，又由于 $M=ql^2/8$，所以 $s=5/48$；对于跨中一个集中荷载作用下的简支梁，由于 $f=Pl^3/(48EI)$，又由于 $M=Pl/4$，所以 $s=1/12$。

对于匀质弹性受弯构件，截面抗弯刚度 EI 是常数，见图 9.9 中的虚线，所以其截面弯矩 M 与截面曲率 ϕ 呈线性关系，见图 9.10 所示的虚线。

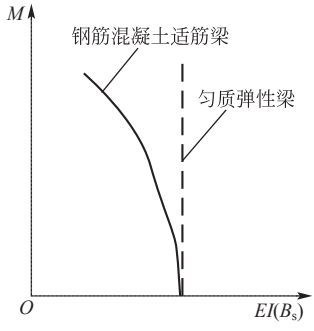


图 9.9 $M-EI(B_s)$关系曲线

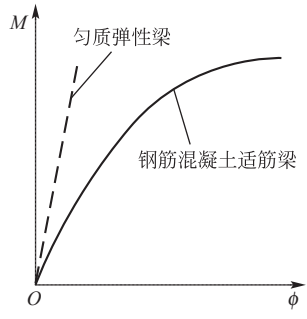


图 9.10 $M-\phi$ 关系曲线

对于钢筋混凝土适筋梁，由第 4 章可知，其截面弯矩 M 与截面曲率 ϕ 的关系如图 9.10中的实线所示，为非线性关系，再考虑到混凝土的徐变和开裂等情况，钢筋混凝土适筋梁的截面抗弯刚度(用 B_s 表示)不仅不是常数，而且还具有以下特点。

(1) 随荷载的增加而减小。

(2) 随荷载作用时间的增加而减小。

(3) 随配筋率的增加而增加。

(4) 沿构件跨度是变化的。

为了区别匀质弹性受弯构件的截面抗弯刚度 EI。在荷载效应的标准组合作用下，钢筋混凝土受弯构件的截面抗弯刚度，用 B_s 表示，简称短期刚度；在荷载效应的标准组合作用并考虑荷载长期作用影响的截面抗弯刚度，用 B 表示，简称长期刚度或刚度。

9.3.2 短期刚度 B_s 的计算

1. 要求不出现裂缝的预应力混凝土构件的短期刚度 B_s

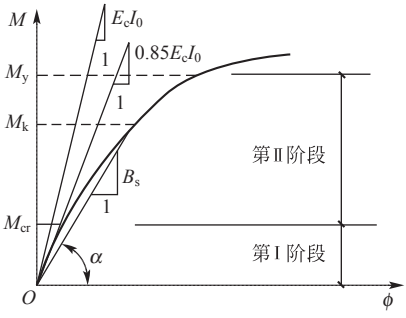


图 9.11 M-φ 关系曲线

由第 4 章可知，适筋梁的截面弯矩 M 与截面曲率 ϕ 的关系如图 9.11 中的曲线所示。当处于未开裂的第Ⅰ阶段时，梁基本处于弹性工作阶段，$M-\phi$ 曲线的斜率接近换算截面抗弯刚度 E_cI_0。当接近开裂弯矩 M_{cr} 时，由于受拉区混凝土的塑性变形，抗弯刚度有所降低，约为 $0.85E_cI_0$。因此，《规范》GB 50010 规定：对于要求不出现裂缝的预应力混凝土受弯构件，其短期刚度 B_s 按下式计算

$$B_s=0.85E_cI_0 \tag{9-15}$$

2. 钢筋混凝土受弯构件的短期刚度 B_s

正常使用时，钢筋混凝土受弯构件通常是带裂缝工作的，即按荷载效应标准组合计算的弯矩 M_k(以下简称弯矩标准值)处在适筋梁正截面工作的第Ⅱ阶段，如图 9.11 所示。由图 9.11 可得

$$B_s=M_k/\phi \tag{9-16}$$

下面根据式(9-16)给出的 B_s 的定义，将适筋梁正截面工作第Ⅱ阶段的几何关系、物理关系和平衡关系综合起来推导 B_s 的计算公式。

1) 几何关系

式(9-16)中的截面曲率 ϕ，可通过图 9.12 所示梁的几何关系得到。由图 9.12 可知，

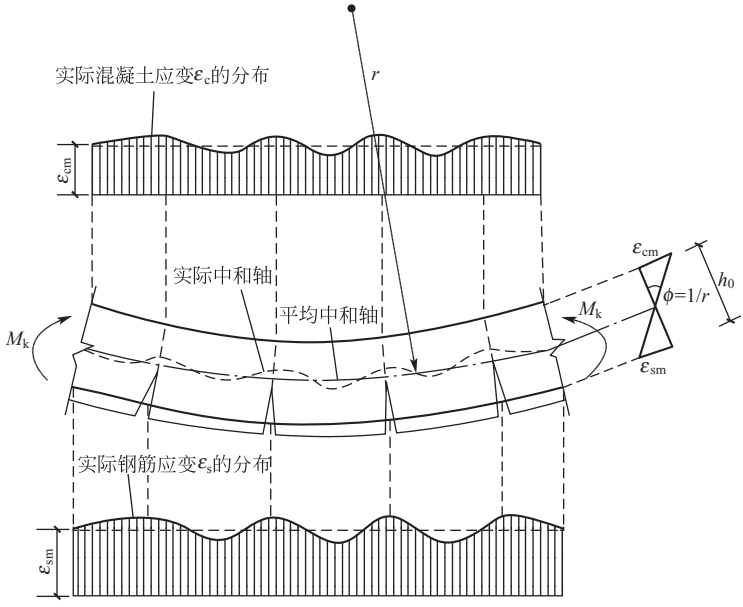


图 9.12 使用阶段梁中混凝土和钢筋应变的分布

裂缝出现后，受压边缘混凝土的应变、受拉钢筋的应变、中和轴位置以及截面曲率沿构件长度方向的分布是不均匀的，裂缝截面曲率最大，裂缝中间截面曲率最小。为便于分析，截面上的应变、中和轴位置、截面曲率均采用平均值。根据平均应变的平截面假定，由图 9.12所示的几何关系可得平均曲率为

$$\phi=\frac{\varepsilon_{cm}+\varepsilon_{sm}}{h_0} \tag{9-16a}$$

式中 ε_{cm}——受压边缘混凝土的平均应变；

ε_{sm}——受拉钢筋的平均应变。

2）物理关系

式(9-16a) 中的 ε_{cm}、ε_{sm}，可通过物理关系，用图 9.13 所示裂缝截面混凝土的应力 σ_{ck} 和受拉钢筋的应力 σ_{sk} 表示，即

$$\varepsilon_{cm}=\psi_c\varepsilon_{ck}=\psi_c\frac{\sigma_{ck}}{E'_c}=\psi_c\frac{\sigma_{ck}}{\nu E_c} \tag{9-16b}$$

$$\varepsilon_{sm}=\psi\varepsilon_{sk}=\psi\frac{\sigma_{sk}}{E_s} \tag{9-16c}$$

式中 ψ_c——裂缝间受压边缘混凝土应变不均匀系数；

ψ——裂缝间纵向受拉钢筋应变不均匀系数；

E'_c——混凝土的变形模量，$E'_c=\nu E_c$。

3）平衡关系

式(9-16b)、式(9-16c) 中的 σ_{ck} 和 σ_{sk}，可通过图 9.13 所示的平衡关系求得，由该图的平衡条件可得

$$\sigma_{ck}=\frac{M_k}{\omega\xi\eta bh_0^2} \tag{9-16d}$$

$$\sigma_{sk}=\frac{M_k}{A_s\eta h_0} \tag{9-16e}$$

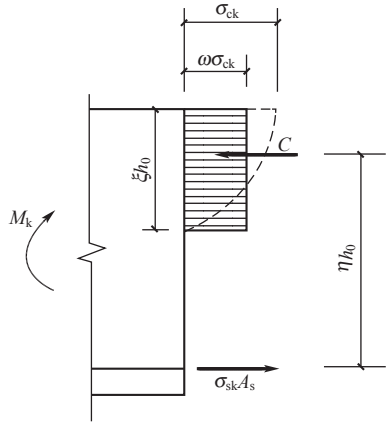


图 9.13 裂缝截面的应力图

将式(9-16d)、式(9-16e)分别代入式(9-16b)和式(9-16c) 可得

$$\varepsilon_{cm}=\psi_c\frac{M_k}{\nu\omega\xi\eta E_c bh_0^2}=\frac{M_k}{\dfrac{\nu\omega\xi\eta}{\psi_c}E_c bh_0^2}=\frac{M_k}{\zeta E_c bh_0^2} \tag{9-16f}$$

$$\varepsilon_{sm}=\frac{\psi}{\eta}\cdot\frac{M_k}{E_sA_sh_0} \tag{9-16g}$$

式中 ζ——受压区边缘混凝土平均应变综合系数，$\zeta=\nu\omega\xi\eta/\psi_c$。

再将式(9-16f)、式(9-16g)代入式(9-16a)，最后将式(9-16a)代入式(9-16)可得

$$B_s=\frac{E_sA_sh_0^2}{\dfrac{\psi}{\eta}+\dfrac{\alpha_{Ef}\rho}{\zeta}} \tag{9-17}$$

式(9-17)中参数 ψ 按式(9-9a)计算，参数 η 和 ζ 的概念和计算如下。

(1) 开裂截面的内力臂系数 η。试验表明，当 M_k 在(0.5～0.8)M_u 范围内变化时，裂

缝截面的内力臂系数 η 在 0.83～0.93 之间波动，变化不大。因此，《规范》GB 50010 为简化计算，取 $\eta=0.87$。

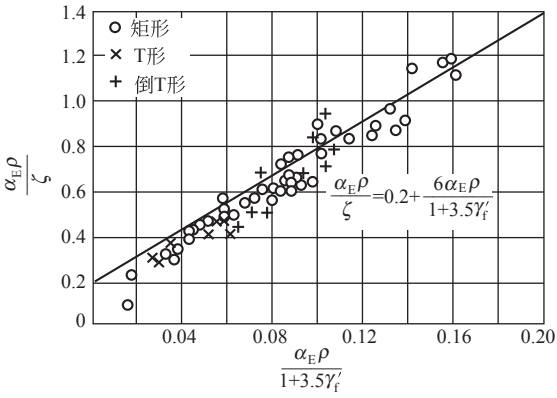


图 9.14　受压区边缘混凝土平均应变综合系数

（2）受压区边缘混凝土平均应变综合系数 ζ。试验表明，当 M_k 在(0.5～0.8)M_u 范围内变化时，弯矩的变化对系数 ζ 的影响很小，其变化主要取决于配筋率和受压区截面的形状。试验结果如图 9.14 所示。

由图 9.14 可得

$$\frac{\alpha_E\rho}{\zeta}=0.2+\frac{6\alpha_E\rho}{1+3.5\gamma_f'} \tag{9-17a}$$

将 $\eta=0.87$ 和式(9－17a)代入式(9－17)，可得到荷载效应标准组合作用下，钢筋混凝土受弯构件短期刚度 B_s 的计算公式

$$B_s=\frac{E_sA_sh_0^2}{1.15\psi+0.2+\frac{6\alpha_E\rho}{1+3.5\gamma_f'}} \tag{9-18}$$

式中　ψ——裂缝间纵向受拉钢筋应变不均匀系数，按式(9－9a)计算；

α_E——钢筋弹性模量与混凝土弹性模量的比值：$\alpha_E=E_s/E_c$；

ρ——纵向受拉钢筋配筋率，对钢筋混凝土受弯构件，取 $\rho=A_s/(bh_0)$；

γ_f'——T 形、I 形截面受压翼缘面积与腹板有效面积之比，按式(9－9h)计算。

9.3.3　刚度 *B* 的计算

在荷载长期作用下，由于受压区混凝土徐变、受拉区混凝土应力松弛、受拉钢筋和混凝土之间的粘结滑移徐变以及混凝土自身收缩等原因，钢筋混凝土梁的挠度将随时间增长而增长，抗弯刚度将随时间增长而减小，这一过程往往要持续数年之久。因此，《规范》GB 50010 引入一个“考虑荷载长期作用对挠度增大的影响系数 θ”来考虑这一影响。可见，θ=某荷载长期作用在钢筋混凝土受弯构件中产生的挠度÷该荷载短期作用在钢筋混凝土受弯构件中产生的挠度。根据长期试验结果，《规范》GB 50010 规定 θ 应按下式计算

$$\theta=2.0-0.4\frac{\rho'}{\rho} \tag{9-19}$$

式中　ρ、ρ'——分别为纵向受拉钢筋的配筋率($\rho=A_s/bh_0$)和受压钢筋的配筋率($\rho'=A_s'/bh_0$)，当 $\rho'/\rho>1$ 时，取 $\rho'/\rho=1$。

此外，对于翼缘位于受拉区的倒 T 形截面，θ 应在式(9－19)的基础上增加 20%。

根据荷载标准组合和准永久组合的概念，在荷载标准组合所产生的弯矩 M_k 中，有一部分是长期作用弯矩 M_q，即荷载准永久组合所产生的弯矩。为求刚度 B 的计算公式，可将 M_k 分成 M_q 和(M_k-M_q)两部分。可见，M_q 是长期作用，(M_k-M_q)是短期作用。因此，对于在荷载效应标准组合作用下并考虑荷载长期作用影响的钢筋混凝土梁的挠度 f，在参照材料力学的挠度计算公式(9－14)后，可用下式表示

$$\begin{cases} f=\theta s\dfrac{M_q}{B_s}l^2+s\dfrac{M_k-M_q}{B_s}l^2 & (9-20-1) \\ f=s\dfrac{M_k}{B}l^2 & (9-20-2) \end{cases}$$

可见，式(9－20－1)是用短期刚度 B_s 表示，而式(9－20－2)是用刚度 B 表示，两式应相等。根据此条件，可推得刚度 B 的计算公式

$$B=\frac{M_k}{M_q(\theta-1)+M_k}B_s \tag{9-21}$$

式中 B——矩形、T 形、倒 T 形和 I 形截面钢筋混凝土受弯构件，按荷载效应标准组合并考虑荷载长期作用影响的刚度；

M_k——按荷载效应的标准组合计算的弯矩，取计算区段内最大弯矩值；

M_q——按荷载效应的准永久组合计算的弯矩，取计算区段内最大弯矩值；

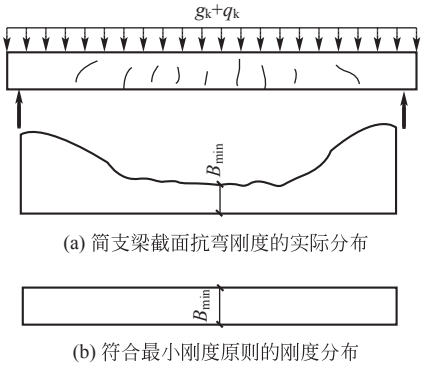
B_s——荷载效应的标准组合作用下受弯构件的短期刚度，按式(9－18)计算；

θ——考虑荷载长期作用对挠度增大的影响系数；根据试验结果，按式(9－19)计算。

9.3.4 最小刚度原则与挠度计算

钢筋混凝土构件的截面抗弯刚度随弯矩的增大而减小。因此，即使等截面梁，由于各截面的弯矩不相同，各截面的抗弯刚度也是不一样的。可见，钢筋混凝土梁的抗弯刚度沿梁长是变化的，而变刚度梁的挠度计算十分复杂。因此，为简化计算，《规范》GB 50010 在计算钢筋混凝土受弯构件的挠度时，采用最小刚度原则："在等截面构件中，可假定各同号弯矩区段内的刚度相等，并取用该区段内最大弯矩处的刚度。当计算跨度内的支座截面刚度不大于跨中截面刚度的两倍或不小于跨中截面刚度的 1/2 时，该跨也可按等刚度构件进行计算，其构件刚度可取跨中最大弯矩截面的刚度。"

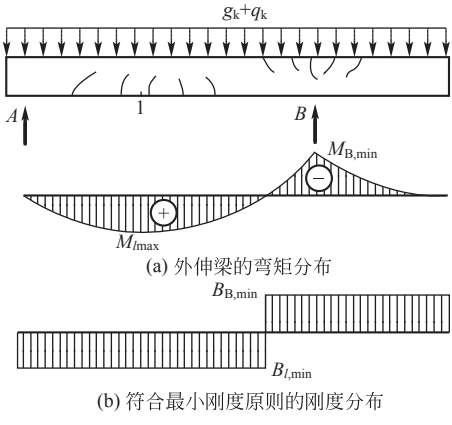
例如，按照最小刚度原则，对于图 9.15 所示的承受均布荷载的简支梁，取跨中最大弯矩截面处的刚度 B_{min} 作为全梁的抗弯刚度；对于图 9.16 所示的外伸梁，首先分成两个同号弯矩区段，以最大正弯矩截面的刚度 B_{lmin} 作为正弯矩区段的抗弯刚度，以绝对值最大的负弯矩截面的刚度 B_{Bmin} 作为负弯矩区段的抗弯刚度。



(a) 简支梁截面抗弯刚度的实际分布

(b) 符合最小刚度原则的刚度分布

图 9.15 简支梁抗弯刚度的分布



(a) 外伸梁的弯矩分布

(b) 符合最小刚度原则的刚度分布

图 9.16 带悬臂简支梁抗弯刚度的分布

有了最小刚度原则和刚度 B 的计算公式后，就可以套用结构力学的方法或公式计算钢筋混凝土受弯构件的挠度。

需要说明的是，使用最小刚度原则得到的挠度计算值与试验实测值非常接近。这是因为：第一，梁的挠度主要是由弯曲变形所引起，而使用最小刚度原则使得挠度计算值偏大，但偏大不多，这是由于靠近支座附近的曲率误差对梁最大挠度的影响很小；第二，忽略了由剪切变形所引起的挠度，从而使得挠度计算值略有偏小。这偏大与偏小基本相当，所以使用最小刚度原则计算钢筋混凝土受弯构件的挠度是合适的。

9.3.5 受弯构件挠度验算

受弯构件的挠度 f 按下式验算

$$f \leqslant f_{\lim} \tag{9-22}$$

式中 f——受弯构件按荷载效应的标准组合并考虑荷载长期作用影响计算的挠度最大值，按最小刚度原则和刚度 B 的计算公式，利用结构力学的方法或公式计算得到；

$f_{\lim}$——受弯构件的挠度限值，见附表 1－16。

在确定受弯构件的挠度限值 $f_{\lim}$时，主要考虑了下列四个方面的要求：

(1) 保证建筑使用功能的要求；

(2) 防止对结构构件产生不良影响；

(3) 防止对非结构构件产生不良影响；

(4) 保证使用者的感觉在可接受的程度之内。

当计算中出现 $f>f_{\lim}$时，则应采取措施增大构件的抗弯刚度、减小挠度。最有效的措施就是增大构件截面高度；提高受拉钢筋的配筋率，刚度略有增大；增设受拉翼缘或受压翼缘，刚度有所增大；提高混凝土强度等级，作用较小。此外，采用预应力混凝土也是提高受弯构件刚度的有效措施。

钢筋混凝土构件挠度验算的流程图如图 9.17 所示。

【例 9.2】 已知条件同【例 9.1】，可变荷载的准永久系数 $\psi_q=0.8$，允许挠度为 $l_0/250$，验算该梁的挠度是否满足要求。

【解】

(1) 确定基本参数。

查附表 1－1、附表 1－3、附表 1－10 得：C20 混凝土 $f_{tk}=1.54\text{MPa}$，$E_c=2.55\times10^4\text{MPa}$，HRB335 级钢筋 $E_s=2.0\times10^5\text{MPa}$

由【例 9.1】已求得：

$M_k=110.7\text{kN}\cdot\text{m}$，$\sigma_{sk}=198.6\text{MPa}$，$A_{te}=68750\text{mm}^2$，$\rho_{te}=0.018$，$\psi=0.820$

(2) 计算按荷载长期效应组合的弯矩值。

$$M_q=\frac{1}{8}(g_k+\psi_q q_k)l_0^2=\frac{1}{8}\times(14.6+0.8\times10)\times6^2\text{kN}\cdot\text{m}=101.7\text{kN}\cdot\text{m}$$

(3) 计算构件的短期刚度 B_s。

钢筋与混凝土弹性模量的比值：$\alpha_E=\dfrac{E_s}{E_c}=\dfrac{2\times10^5}{2.55\times10^4}=7.84$

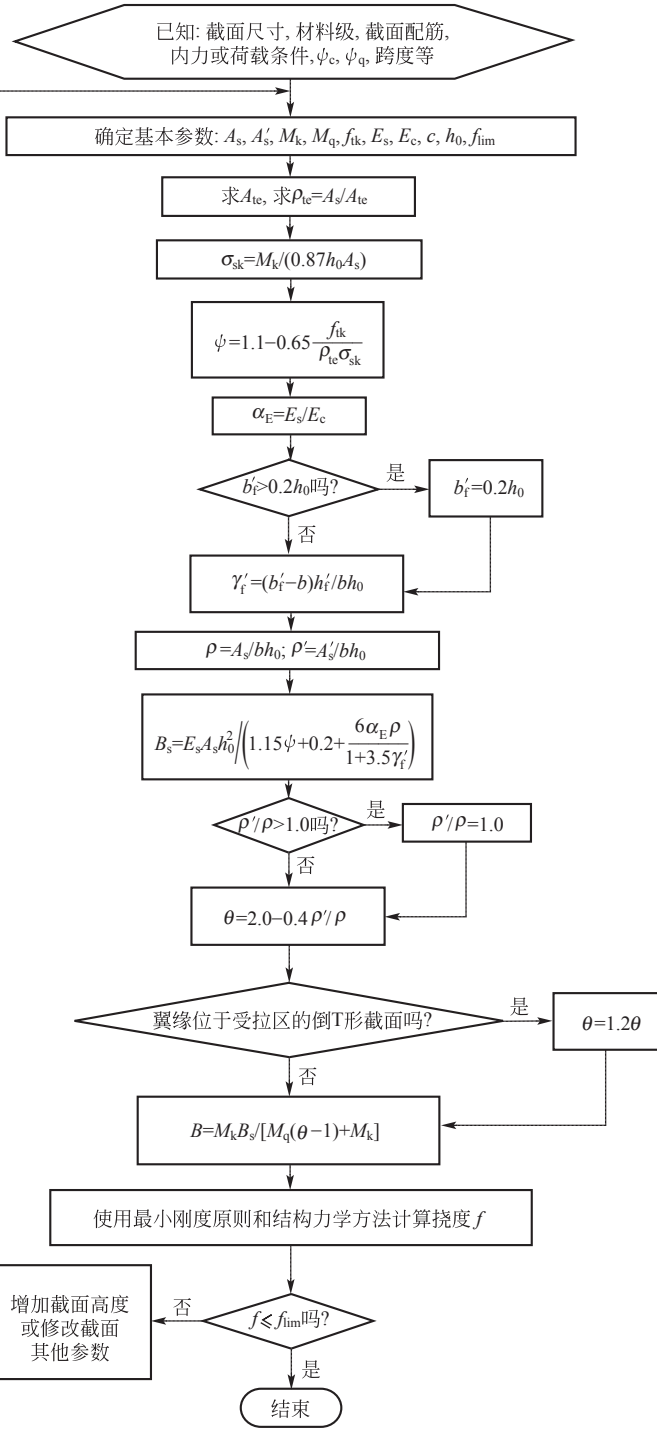


图 9.17　钢筋混凝土构件挠度验算的流程图

纵向受拉钢筋配筋率：$\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{1256}{250\times510}=0.00985$

短期刚度 B_s 为

$$B_s=\frac{E_sA_sh_0^2}{1.15\psi+0.2+\frac{6\alpha_E\rho}{1+3.5\gamma'_f}}=\frac{2.0\times10^5\times1256\times510^2}{1.15\times0.820+0.2+\frac{6\times7.84\times0.00985}{1+0}}\text{N}\cdot\text{mm}^2$$

$$=4.067\times10^{13}\text{N}\cdot\text{mm}^2$$

(4) 计算构件刚度 B。因为未配置受压钢筋，故 $\rho'=0$，$\theta=2.0$

$$B=\frac{M_k}{M_q(\theta-1)+M_k}\cdot B_s=\frac{110.7}{101.7\times(2-1)+110.7}\times4.067\times10^{13}\text{N}\cdot\text{mm}^2$$

$$=2.12\times10^{13}\text{N}\cdot\text{mm}^2$$

(5) 计算构件挠度并验算。

$$f=\frac{5}{48}\times\frac{M_kl_0^2}{B}=\frac{5}{48}\times\frac{110.7\times10^6\times6000^2}{2.12\times10^{13}}\text{mm}=19.58\text{mm}<f_{\lim}=\frac{l_0}{250}=24\text{mm}$$

所以构件挠度满足要求。

9.4 混凝土结构的耐久性

混凝土结构的耐久性是指在正常维护下，在设计规定的使用年限内，在指定的工作环境中，保证结构满足既定功能的要求。所谓正常维护包括必要的检测、防护及维修；设计使用年限，也称设计使用寿命，例如保证使用 50 年、100 年等，可根据建筑物类别或业主的要求而定；指定的工作环境是指建筑物所在地区的环境及工业生产形成的环境等；既定功能包括安全性和适用性。

9.4.1 影响混凝土结构耐久性的主要因素

耐久性设计涉及面广，影响因素众多，主要有内部和外部两个方面。内部因素主要有混凝土的强度、密实性、水泥用量、水灰比、氯离子和碱含量、外加剂用量、保护层厚度等；外部因素则主要是环境条件，包括温度、湿度、CO_2 含量、侵蚀性介质等。混凝土结构出现耐久性下降的问题，往往是内、外部因素综合作用的结果。此外，设计不周、施工质量差或使用中维修不当等也会影响耐久性。

混凝土碳化和钢筋锈蚀是影响混凝土结构耐久性的两个最主要的综合因素。另外，混凝土的冻融循环、混凝土的碱骨料反应和侵蚀性介质的腐蚀对混凝土结构的耐久性也有着较大的影响。

9.4.2 混凝土结构的耐久性设计

混凝土结构的耐久性与结构工作的环境条件有密切关系。同一结构在强腐蚀环境中要比在一般大气环境中的使用寿命短许多，耐久性能差许多。环境类别不同，耐久性设计采取的对策不同；设计使用年限不同，耐久性设计采取的对策也不同。因此，混凝土结构的耐久性主要应根据环境类别和设计使用年限进行设计。

1. 混凝土结构的环境类别

《规范》GB 50010 将混凝土结构的环境类别分为五大类，见附表 1－13。

2. 耐久性对混凝土结构的基本要求

影响结构耐久性的另一个重要因素是混凝土的质量。控制水灰比、减小渗透性、提高混凝土的强度等级、增加混凝土的密实性以及控制混凝土中氯离子和碱的含量等，对于混凝土结构的耐久性起着重要作用。

耐久性对混凝土结构的基本要求如下。

（1）一类、二类和三类环境中，设计使用年限为 50 年的结构混凝土应符合表 9－1 的规定。

表 9－1　结构混凝土耐久性的基本要求

环境类别		最大水灰比	最小水泥用量 /(kg/m³)	最低混凝土强度等级	最大氯离子含量 /(%)	最大碱含量 /(kg/m³)
一		0.65	225	C20	1.0	不限制
二	a	0.60	250	C25	0.3	3.0
	b	0.55	275	C30	0.2	3.0
三		0.50	300	C30	0.1	3.0

注：1. 氯离子含量系指其占水泥用量的百分率。
2. 预应力构件混凝土中的最大氯离子含量为 0.06%，最小水泥用量为 300kg/m³，最低混凝土强度等级应按表中规定提高两个等级。
3. 素混凝土构件的最小水泥用量不应少于表中数值减 25 kg/m³。
4. 当混凝土中加入活性掺和料或能提高耐久性的外加剂时，可适当降低最小水泥用量。
5. 当有可靠工程经验时，处于一类和二类环境中的最低混凝土强度等级可降低一个等级。
6. 当使用非碱活性骨料时，对混凝土中的碱含量可不作限制。

（2）一类环境中，结构设计使用年限为 100 年的结构混凝土应符合下列规定。

① 钢筋混凝土结构的最低混凝土强度等级为 C30，预应力混凝土结构的最低混凝土强度等级为 C40。

② 混凝土中的最大氯离子含量为 0.06%。

③ 宜使用非碱性活性骨料；当使用碱性活性骨料时，混凝土中的最大碱含量为 3.0kg/m³。

④ 混凝土保护层厚度应按附表 1－14 的规定增加 40%；当采取有效的表面防护措施时，混凝土的保护层厚度可适当减少。

⑤ 在使用过程中，应定期维护。

（3）二类和三类环境中，设计使用年限为 100 年的混凝土结构，应采取专门有效措施。

（4）严寒及寒冷地区的潮湿环境中，结构混凝土应满足抗冻要求，混凝土抗冻等级应符合有关标准的要求。

（5）有抗渗要求的混凝土结构，混凝土的抗渗等级应符合有关标准的规定。

（6）三类环境中的结构构件，其受力钢筋宜采用环氧树脂涂层带肋钢筋；对预应力钢筋、锚具及连接器，应采取专门防护措施。

(7) 四类和五类环境中的混凝土结构，其耐久性要求应符合有关标准的规定。

(8) 对临时性混凝土结构，可不考虑混凝土的耐久性要求。

混凝土结构的耐久性除了根据环境类别和使用年限对混凝土的质量提出要求外，还应通过混凝土保护层厚度等构造措施进行控制。此外，还要求对结构进行合理使用及定期的检查与维护。

9.5 公路桥涵工程混凝土构件的裂缝宽度、变形验算与耐久性设计

9.5.1 裂缝宽度验算

《规范》JTG D62 规定，钢筋混凝土构件在正常使用极限状态下的裂缝宽度，应按作用(或荷载)短期效应组合并考虑长期效应影响进行验算，并要求其计算的最大裂缝宽度不超过下列规定的裂缝限值：对Ⅰ类和Ⅱ类环境的钢筋混凝土构件为 0.2mm，对Ⅲ类和Ⅳ类环境为 0.15mm。使用环境类别如表 9-2 所列，在上述各组合中，汽车荷载效应不计冲击系数。

一般钢筋混凝土矩形、T 形和 I 形截面受弯构件，其最大裂缝宽度(保证率为 95%)可按下式计算：

$$w_{fk}=C_1C_2C_3\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{30+d}{0.28+10\rho}\right) \tag{9-23}$$

式中 ρ——纵向受拉钢筋配筋率，计算公式为

$$\rho=\frac{A_s}{bh_0+(b_f-b)h_f} \tag{9-23a}$$

对钢筋混凝土构件，当 $\rho>0.02$ 时取 $\rho=0.02$，当 $\rho<0.06$ 时取 $\rho=0.06$；

C_1——钢筋表面形状系数，对光面钢筋 $C_1=1.4$，对带肋钢筋，$C_1=1.0$；

C_2——作用长期效应影响系数，$C_2=1+0.5N_l/N_s$，其中 N_l 和 N_s 分别为按作用(或荷载)长期效应组合和短期效应组合计算的弯矩值或轴力值；

C_3——与构件受力性质有关的系数，当为钢筋混凝土板式受弯构件时 $C_3=1.15$，当为其他受弯构件时 $C_3=1.0$，轴心受拉构件的 $C_3=1.2$，偏心受拉构件 $C_3=1.4$，偏心受压构件 $C_3=0.9$；

σ_{ss}——钢筋应力；

d——纵向受拉钢筋的直径(mm)，当采用不同的钢筋时，d 改用换算直径 d_e，钢筋混凝土构件 $d_e=\sum n_id_i^2/\sum(n_id_i)$；

b_f——构件受拉翼缘宽度；

h_f——构件受拉翼缘厚度。

钢筋应力 σ_{ss} 按下式计算

受弯构件为

$$\sigma_{ss}=\frac{M_s}{0.87A_sh_0} \tag{9-23b}$$

轴心受拉构件为

$$\sigma_{ss}=\frac{N_s}{A_s} \tag{9-23c}$$

偏心受拉构件为

$$\sigma_{ss}=\frac{N_s e'_s}{A_s(h_0-a'_s)} \tag{9-23d}$$

偏心受压构件为

$$\sigma_{ss}=\frac{N_s(e_s-z)}{A_s z} \tag{9-23e}$$

其中

$$z=\left[0.87-0.12(1-\gamma'_f)\left(\frac{h_0}{e_s}\right)^2\right]h_0 \tag{9-23f}$$

$$e_s=\eta_s e_0+y_s \tag{9-23g}$$

$$\gamma'_f=\frac{(b'_f-b)h'_f}{bh_0} \tag{9-23h}$$

$$\eta_s=1+\frac{l}{1400e_0/h_0}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \tag{9-23i}$$

式中 A_s——受拉区纵向钢筋截面面积，对轴心受拉构件，取全部纵向钢筋截面面积，对偏心受拉构件，取受拉较大边的纵向钢筋截面面积，对受弯、偏心受压构件，取受拉区纵向钢筋截面面积；

e'_s——轴向拉力作用点至受压区或受拉较小边纵向钢筋合力点的距离；

e_s——轴向压力作用点至纵向受拉钢筋合力作用点的距离；

z——纵向受拉钢筋合力点至截面受压区合力点的距离，且不大于 $0.87h_0$；

η_s——使用阶段的轴向压力偏心距增大系数，当 $l_0/h\leqslant 14$ 时，取 $\eta_s=1.0$；

y_s——截面重心至纵向受拉钢筋合力点的距离；

γ'_f——受压翼缘截面面积与腹板有效截面面积的比值；

b'_f、h'_f——受压区翼缘的宽度、厚度，在式 $\gamma'_f=(b'_f-b)h'_f/bh_0$ 中，当 $h'_f>0.2h_0$ 时，取 $h'_f=0.2h_0$；

N_s、M_s——按作用(或荷载)短期效应组合设计的轴向力值、弯矩值。

圆形截面钢筋混凝土偏心受压构件，其最大裂缝宽度(保证率为95%)可按下式计算

$$w_{fk}=C_1C_2\left[0.03+\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(0.004\frac{d}{\rho}+1.52C\right)\right] \tag{9-24}$$

$$\sigma_{ss}=\left[59.42\frac{N_s}{\pi r^2 f_{cu,k}}\left(2.8\frac{\eta_s e_0}{r}-1.0\right)-1.65\right]\rho^{-\frac{2}{3}} \tag{9-24a}$$

$$\eta_s=1+\frac{1}{4000e_0/h_0}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \tag{9-24b}$$

式中 N_s——按作用(或荷载)短期效应组合计算的轴向力(N)；

C_1——钢筋表面形状系数，对光面钢筋 $C_1=1.4$，对带肋钢筋 $C_1=1.0$；

C_2——作用(或荷载)长期效应影响系数，$C_2=1+0.5N_l/N_s$，其中 N_l 和 N_s 分别为按作用(或荷载)长期效应组合和短期效应组合计算的弯矩值或轴力值；

σ_{ss}——截面受拉区最外缘钢筋应力，当按式(9-24a)计算的 $\sigma_{ss}\leqslant 24$MPa 时，可不必验算裂缝宽度；

d——纵向受拉钢筋的直径(mm)；

ρ——截面配筋率，$\rho=A_s/(\pi r^2)$；

C——混凝土保护层厚度(mm)；

r——构件截面半径(mm)；

η_s——使用阶段的轴向压力偏心距增大系数，当 $l_0/(2r)\leqslant 14$ 时，取 $\eta_s=1.0$；

e_0——轴向力 N_s 的偏心距(mm)；

$f_{cu,k}$——边长为 150mm 的混凝土立方体抗压强度标准值，设计时可取混凝土强度等级(MPa)。

【例 9.3】 已知计算跨径为 20m 的公路装配式钢筋混凝土 T 形截面梁桥，配置纵向受拉钢筋为 4Φ25+8Φ28 的 HRB335 级钢筋，T 形梁的梁肋宽度为 $b=200$mm，受压边边缘至钢筋重心的距离 $h_0=1300$mm，外排钢筋应力为 $\sigma_{ss}=210$MPa，按长期效应组合和短期效应组合计算的弯矩之比为 0.55，最大容许裂缝宽度为$[W_f]=0.20$mm。试验算该梁在短期荷载(不计冲击力)作用下及长期荷载作用下的最大裂缝宽度是否满足要求。

【解】

$A_s=1964\text{mm}^2+4926\text{mm}^2=6890\text{mm}^2$，$\rho=\dfrac{A_s}{bh_0}=\dfrac{6890}{200\times 1300}=0.0265>0.02$，取 $\rho=0.02$

钢筋换算直径：$d_e=\dfrac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i d_i}=\dfrac{4\times 25^2\text{mm}^2+8\times 28^2\text{mm}^2}{4\times 25\text{mm}+8\times 28\text{mm}}=\dfrac{8772\text{mm}^2}{324\text{mm}}=27.07\text{mm}$

对带肋钢筋 $C_1=1.0$，对梁式受弯构件 $C_3=1.0$，短期荷载作用下 $C_2=1$。

短期荷载作用下最大裂缝宽度：

$$W_{fk}=C_1C_2C_3\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{30+d_e}{0.28+10\rho}\right)=1.0\times\frac{210}{2\times 10^5}\times\left(\frac{30+27.07}{0.28+10\times 0.02}\right)\text{mm}$$
$$=0.125\text{mm}<[W_{fk}]=0.2\text{mm}$$

长期荷载作用效应下：$C_2=1+0.5N_l/N_s=1+0.5\times 0.55=1.275$

长期荷载作用下最大裂缝宽度：$W_{fk}=0.125\text{mm}\times 1.275=0.16\text{mm}<[W_{fk}]=0.2\text{mm}$，满足要求。

9.5.2 公路桥涵工程受弯构件变形验算

公路桥梁钢筋混凝土受弯构件，在正常使用极限状态下的挠度，可根据给定的构件刚度用结构力学的方法计算。钢筋混凝土受弯构件的刚度可按下式计算

$$B=\frac{B_0}{\left(\dfrac{M_{cr}}{M_s}\right)^2+\left[1-\left(\dfrac{M_{cr}}{M_s}\right)^2\right]\dfrac{B_0}{B_{cr}}} \tag{9-25}$$

$$M_{cr}=\gamma f_{tk}W_0 \tag{9-25a}$$

式中 B——开裂构件等效截面抗弯刚度；

B_0——全截面抗弯刚度，$B_0=0.95E_cI_0$；

B_{cr}——开裂截面的抗弯刚度，$B_{cr}=E_cI_{cr}$；

M_{cr}——开裂弯矩；

γ——截面受拉区混凝土塑性影响系数，$\gamma=2S_0/W_0$；

S_0——全截面换算截面重心轴以上(或以下)部分面积对重心轴的面积矩；

W_0——换算截面抗裂验算边缘的弹性抵抗矩；

I_0——全截面换算截面惯性矩；

I_{cr}——开裂截面换算截面惯性矩。

受弯构件在使用阶段的挠度应考虑荷载长期效应的影响，即按荷载短期效应组合和式(9-25)计算的刚度计算挠度，并乘以挠度增长系数 η_s。挠度长期增长系数可按下列规定取值：采用C40以下混凝土时，$\eta_s=1.6$；采用C40～C80混凝土时，$\eta_s=1.45\sim1.35$，中间强度等级可按插值法取值。

【例9.4】 已知计算跨径为20m的T形截面钢筋混凝土梁桥，如图9.18所示，HRB335级钢筋焊接骨架，配置纵向受拉钢筋为2Φ16+8Φ32($A_s=6836mm^2$)，2Φ16钢筋重心至梁底的距离为177mm，8Φ32钢筋重心至梁底的距离为99mm，混凝土强度等级为C25，T形梁的梁肋宽度为$b=180mm$，承受恒载产生的弯矩为$M_{gk}=750kN\cdot m$，汽车和人群荷载产生的弯矩为$M_{qk}=650kN\cdot m$，$I_{cr}=64.35\times10^9mm^4$，$I_0=10.2\times10^{10}mm^4$，$W_0=11.95\times10^7mm^3$，$S_0=1.073\times10^8mm^3$。试验算挠度是否符合要求。

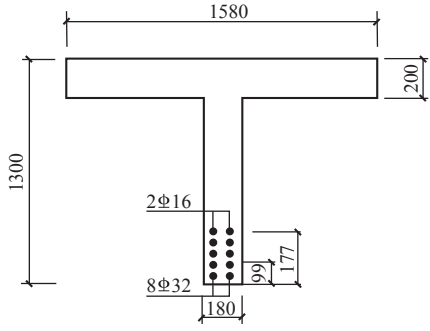


图9.18 例9.4图

【解】

(1) 求抗弯刚度B。

$$E_c=2.8\times10^4MPa,\ M_s=M_{gk}+M_{qk}=1400kN\cdot m,\qquad f_{tk}=1.78MPa$$

$$B_0=0.95E_cI_0=0.95\times2.8\times10^4\times10.2\times10^{10}=27.13\times10^{14}N\cdot mm$$

$$\gamma=2S_0/W_0=2\times1.073\times10^8/11.95\times10^7=1.796$$

$$M_{cr}=\gamma f_{tk}W_0=1.796\times1.78\times11.95\times10^7N\cdot mm=3.82\times10^8N\cdot mm=382kN\cdot m$$

$$B_{cr}=E_cI_{cr}=2.8\times10^4\times64.35\times10^9N\cdot mm^2=18.02\times10^{14}N\cdot mm^2$$

$$B=\frac{B_0}{\left(\frac{M_{cr}}{M_s}\right)^2+\left[1-\left(\frac{M_{cr}}{M_s}\right)^2\right]\frac{B_0}{B_{cr}}}=\frac{27.13\times10^{14}}{\left(\frac{382}{1400}\right)^2+\left[1-\left(\frac{382}{1400}\right)^2\right]\frac{27.13\times10^{14}}{18.02\times10^{14}}}N\cdot mm^2$$

$$=\frac{27.13\times10^{14}}{0.074+1.393}N\cdot mm^2=18.49\times10^{14}N\cdot mm^2$$

(2) 挠度计算。

$$a_f=\eta_\theta\times\frac{5}{48}\times\frac{M_sl^2}{B}=1.6\times\frac{5}{48}\times\frac{1400\times10^6\times(20\times10^3)^2}{18.49\times10^{14}}mm$$

$$=50.48mm>\frac{l}{600}mm=33.33mm$$

不满足要求，需设预拱。

9.5.3 公路桥涵工程中的耐久性设计

混凝土结构耐久性与结构工作的环境有密切关系。目前一些地区和国家在耐久性设计时均对工作环境分类。

公路桥涵工程中将环境类别分为Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ四类，各类环境类别所对应的环境条

件如表 9－2 所列。

表 9－2　混凝土结构耐久性的基本要求

环境类别	环境条件	最大水灰比	最小水泥用量/(kg/m³)	最低混凝土强度等级	最大氯离子含量/(%)	最大碱含量/(kg/m³)
Ⅰ	温暖或寒冷地区的大气环境、与无侵蚀性的水或土接触的环境	0.55	275	C25	0.30	3.0
Ⅱ	严寒地区的大气环境、使用除冰盐环境、滨海环境	0.50	300	C30	0.15	3.0
Ⅲ	海水环境	0.45	300	C35	0.10	3.0
Ⅳ	受侵蚀性物质影响的环境	0.40	325	C35	0.10	3.0

注：1. 有关现行规范对海水环境中结构混凝土的最大水灰比和最小水泥用量有更详细的规定时，可参照执行。

2. 表中氯离子含量系指其与水泥用量的百分率。

3. 当有实际工程经验时，处于Ⅰ类环境中结构混凝土的最低强度等级可比表中降低一个等级。

4. 预应力混凝土构件中的最大氯离子含量为 0.06%，最小水泥用量为 350kg/m³，最低混凝土强度等级为 C40 或按表中规定Ⅰ类环境提高三个等级，其他环境类别提高两个等级。

5. 特大桥和大桥混凝土中的最大碱含量宜降至 1.8kg/m³，当处于Ⅲ类、Ⅳ类或使用除冰盐和滨海环境时，宜使用非碱活性集料。

公路桥涵应根据其所处环境条件进行耐久性设计。结构混凝土耐久性的基本要求应符合表 9－2 的规定。

位处Ⅲ类或Ⅳ类环境的桥梁，当耐久性确实需要时，其主要受拉钢筋宜采用环氧树脂涂层钢筋；预应力钢筋、锚具及连接器应采取专门防护措施。

本 章 小 结

（1）钢筋混凝土构件的裂缝宽度和变形验算是为了保证结构的正常使用。

（2）根据正常使用阶段对结构构件裂缝的要求不同，裂缝控制等级分为三级。

（3）在验算钢筋混凝土构件使用阶段的裂缝宽度时，应按荷载效应的标准组合并考虑荷载长期作用的影响所求得的最大裂缝宽度 w_{max}，不应超过《规范》GB 50010 规定的限值 w_{lim}。

（4）钢筋混凝土受弯构件挠度验算的关键问题有两个：一是利用最小刚度原则划分同号弯矩区段，二是求出任一弯矩区段内绝对值最大弯矩截面的刚度 B。接着按结构力学方法求出构件的最大挠度 f，不应超过《规范》GB 50010 规定的挠度限值 f_{lim}。

（5）混凝土结构的耐久性应根据环境类别和设计使用年限进行设计。

(6)《规范》GB 50010 和《规范》JTG D62 有关裂缝宽度的计算方法有较大的区别。《规范》GB 50010 对于裂缝宽度的计算采用的是半理论半经验公式，以粘结滑移理论为基础，并考虑了混凝土保护层厚度及钢筋约束区的影响。而《规范》JTG D62 对于裂缝宽度的计算采用的是数理统计经验公式，是通过分析试验资料，找出影响裂缝宽度的主要参数，然后进行数理统计来建立计算公式。

(7)《规范》GB 50010 和《规范》JTG D62 有关挠度的计算方法也有较大的区别。尽管两者均采用了“最小刚度原则”来确定受弯构件刚度沿构件纵向的分布；但在确定短期刚度时，《规范》GB 50010 采用的是以平截面假定为基础的刚度分析法，而《规范》JTG D62采用的是有效惯性矩法。在考虑荷载长期作用对挠度的影响时，《规范》GB 50010采取在推导刚度 B 的计算公式时引入一个“荷载长期作用对挠度增大的影响系数 θ”的方法，而《规范》JTG D62 采取对按短期刚度计算得到的挠度乘以挠度长期增大系数η_θ的办法。

(8) 两本规范有关裂缝宽度与挠度的主要计算公式的比较

类型	《规范》GB 50010	《规范》JTG D62
裂缝宽度	$w_{\max}=\alpha_{cr}\psi\frac{\sigma_{sk}}{E_s}\left(1.9c+0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}}\right)$	$w_{fk}=C_1C_2C_3\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{30+d}{0.28+10\rho}\right)$
刚度	$B_s=\frac{E_sA_sh_0^2}{1.15\psi+0.2+\frac{6\alpha_{E}\rho}{1+3.5\gamma'_f}}$ $B=\frac{M_k}{M_q(\theta-1)+M_k}B_s$	$B=\frac{B_0}{\left(\frac{M_{cr}}{M_s}\right)^2+\left[1-\left(\frac{M_{cr}}{M_s}\right)^2\right]\frac{B_0}{B_{cr}}}$

思　考　题

9.1　简述在钢筋混凝土结构中对构件变形和裂缝验算的意义。

9.2　钢筋混凝土受拉构件(或受弯构件)在裂缝间距稳定以后，钢筋和混凝土的应力沿构件长度上的分布有哪些特点？

9.3　什么称“最小刚度原则”？简述使用该原则进行变形验算的合理性。

9.4　减小受弯构件挠度和裂缝宽度的有效措施有哪些？

9.5　试分析影响混凝土结构耐久性的主要因素。如何提高混凝土结构的耐久性？

习　　题

9.1　已知某钢筋混凝土屋架下弦，环境类别为一类，截面尺寸 $b\times h=200\text{mm}\times 200\text{mm}$，按荷载标准组合计算的轴向拉力 $N_k=115\text{kN}$，C30 等级混凝土，有 4 Φ 16 的 HRB335 级受拉钢筋($A_s=804\text{mm}^2$)，$w_{\lim}=0.2\text{mm}$。试验算裂缝宽度是否满足要求。

9.2　已知某钢筋混凝土雨篷板，环境类别为二(a)类，悬挑长度 $l_0=3.0\text{m}$，板厚 $h=$

250mm，板上均布荷载标准值：永久荷载 $g_k=8kN/m$；可变荷载 $q_k=0.5kN/m$(准永久值系数为零)，混凝土为 C25 级，配置 Φ12@120 的 HRB335 钢筋，$w_{lim}=0.2mm$。试验算板的最大裂缝宽度。

9.3　计算习题 9.2 中悬挑板的最大挠度值是否满足《规范》GB 50010 允许挠度值，即 $l_0/200$，在计算挠度时取 $l_0=2\times3m=6m$。

9.4　已知某承受均布荷载的矩形截面钢筋混凝土简支梁，环境类别为一类，计算跨度 $l_0=10m$，截面尺寸 $b\times h=350mm\times900mm$，$M_k=400kN\cdot m$，$M_q=355kN\cdot m$，混凝土强度等级为 C30，采用 HRB335 钢筋，受拉钢筋为 4Φ25($A_s=1964mm^2$)，受压钢筋为 4Φ14($A'_s=615mm^2$)，构件允许挠度为 $l_0/300$，试验算构件的挠度是否满足要求。

9.5　已知计算跨径为 20m 的公路装配式钢筋混凝土 T 形截面梁桥，配置纵向受拉钢筋为 4Φ16+8Φ28 的 HRB335 级钢筋，T 形梁的梁肋宽度为 $b=180mm$，受压边边缘至钢筋重心的距离 $h_0=1400mm$，外排钢筋应力为 $\sigma_{ss}=2620MPa$，按长期效应组合和短期效应组合计算的弯矩之比为 0.58，最大容许裂缝宽度为$[W_f]=0.20mm$。试验算该梁在短期荷载(不计冲击力)作用下及长期荷载作用下的最大裂缝宽度是否满足要求。

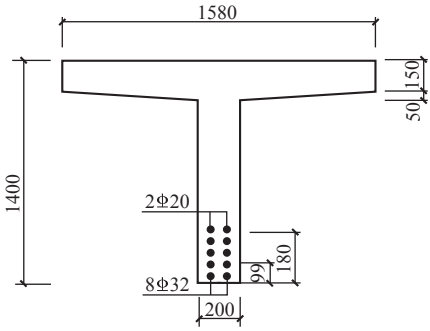


图 9.19　习题 9.6 图

9.6　某装配式钢筋混凝土 T 形梁桥，计算跨径 $l_0=19m$，截面尺寸如图 9.19 所示，C25 混凝土，纵向受拉钢筋采用 HRB335，主筋为 8Φ32+2Φ20($A_s=6434mm^2+628mm^2=7062mm^2$)，8Φ32 钢筋重心至梁底距离为 99mm，2Φ20 钢筋重心至梁底距离为 180mm，承受恒载产生的弯矩为 $M_{gk}=700kN\cdot m$，汽车和人群荷载产生的弯矩为 $M_{qk}=600kN\cdot m$，$I_0=12.93\times10^{10}mm^4$，$I_{cr}=82.38\times10^9mm^4$，$W_0=14.35\times10^7mm^3$，$S_0=1.213\times10^8mm^3$。试验算挠度是否符合要求。