

doi: 10.3788/gzxb20154403.0312002

## 二维横向剪切干涉中采样点的选取

王红军, 张聪, 田爱玲, 刘丙才

(西安工业大学 陕西省薄膜技术与光学检测重点实验室, 西安 710032)

**摘要:**为了使相移式横向剪切干涉法能够广泛应用于大口径非球面的在线检测,通过计算机仿真研究横向剪切干涉测量的非球面面形,实现其二维波面的重建.分别对仿真中获得的被测非球面在  $x$  方向和  $y$  方向的两个差分波前中剪切量大小和采样点个数的选取进行分析,利用最小二乘法求取波差值,采用 Zernike 多项式拟合法进行波前重建,在保证高准确度测量情况下,对一被测抛物面面形进行计算机仿真实验,结果表明:最适合的剪切量是其被测口径的十分之一大小,此时只需要对其选取 49 个离散数据采样点,采用泽尼克多项式拟合就可得到二维波面的形貌.该结论为相移式横向剪切干涉的二维波前重建提供了理论指导,同时,也为大口径非球面在线测量的实际应用提供了技术支持.

**关键词:**光学检测;横向剪切干涉;最小二乘法;Zernike 拟合;剪切量;大口径抛物面;仿真实验

中图分类号:TH741

文献标识码:A

文章编号:1004-421(2015)03-0312002-6

## Selection of Sampling Points in Two Dimensional Lateral Shearing Interferometry

WANG Hong-jun, ZHANG Cong, TIAN Ai-ling, LIU Bing-cai

(Shaanxi Province Key Laboratory of Thin Film Technology and Optical Test,  
Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710032, China)

**Abstract:** To realize the widely use of phase shift type lateralshearing interferometer in large-diameter aspherical online detection, the measuring for aspherical surface by lateral shearing interferometer was simulated to reconstruct the two dimensional surface. Shearing displacement size and sampling points numbers in the  $x$  and  $y$  direction of simulated aspheric surfaces were analysed, respectively. By using least squares method to strike waves difference and Zernike polynomial quasi to reconstruct wave-front, a non-spherical surface was simulated. The results indicate that, it's suitable to set the shearing amount of one-tenth about the size of the aperture to guarantee high precision, and only 49 discrete sampling points are needed to display the two dimensional surface topography by using Zernike polynomial fitting. The conclusion provides a theoretical guidance for the phase shift type two-dimensional wavefront reconstruction of lateral shearing interferometry and technical support for the online practical application of large-diameter aspherical surface measurement.

**Key words:** Optical measurement; Lateral shearing interferometry; Least square method; Zernike fitting; Shearing displacement; Oarge parabolic mirror; Simulation experiment

**OCIS Codes:** 120.4630; 240.6690; 100.1160

## 0 引言

非球面作为特殊的光学元件在天文光学、空间光

学以及国防、军工等领域得到了广泛应用. 1930 年 M. P. Rimme 和 J. C. Wyant 研制了两个频率相同的交叉光栅剪切量可调横向剪切干涉仪<sup>[1]</sup>; Yatagai 研制了基

基金项目:陕西省科技厅(No. 2014KW05)和陕西省教育厅(No. 13JS039)资助

第一作者:王红军(1974—),男,博士,副教授,主要研究方向为仪器科学与技术、精密光学测量技术. Email:12891515@qq.com

通讯作者:张聪(1989—),女,硕士研究生,主要研究方向为光学检测方面的研究. Email:1047581443@qq.com

收稿日期:2014-07-21;录用日期:2014-09-28

<http://www.photon.ac.cn>

于马赫-曾德尔干涉仪的相移横向剪切干涉仪<sup>[2]</sup>;上海光学精密机械研究所开发了空间相移横向剪切干涉仪<sup>[3]</sup>;西安工业大学开发了相移式横向剪切干涉仪<sup>[4]</sup>. 剪切干涉仪被应用到平面和球面光学元件面型和一定曲率大口径非球面光学零件测量中. 长春光学精密机械与物理研究所研究了子孔径拼接算法检测非球面元件<sup>[5]</sup>, 中科院西安光学精密机械研究所研究了透镜法检测大相对孔径凸非球面透镜<sup>[6]</sup>. 本文根据相移式横向剪切干涉原理<sup>[7]</sup>, 采用 Zernike 多项式拟合二维剪切干涉的非球面<sup>[8-17]</sup>, 因为泽尼克系数是在圆域上的正交, 而剪切干涉的区域并不是圆域, 所以选择有效的采样点数和剪切量<sup>[18]</sup>对拟合准确度有着重要的影响. 针对一定干涉区域, 剪切量大, 采样点数就会受到限制; 剪切量小, 要多少采样点数才能达到仪器的所需的准确度, 要经过理论研究和实验验证. 本文主要研究采样点数和剪切量大小对非球面波前重建的影响.

## 1 原理

### 1.1 相移式横向剪切干涉原理

图 1 为横向剪切干涉原理图. 其中反射光经五角棱镜 2、剪切板和分光棱镜后到达像面, 透射光经五角棱镜 1 和分光棱镜 2 后也到达像面, 两束光在像面上形成干涉条纹. 其中的一个光束中加入剪切平板, 通过改变剪切板的空姿态, 可以使分成的两束光之间产生横向位移, 在干涉区域内可以获得具有剪切量  $s$  的剪切干涉图. 采用 PZT 驱动五角棱镜 1 沿垂直于五角棱镜底边方向运动, 可改变该路光束的光程, 实现相移. 如果相移量分别为  $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ , 则获得四步相移干涉图  $I_1(x, y)$ 、 $I_2(x, y)$ 、 $I_3(x, y)$  和  $I_4(x, y)$ , 从四步相移干涉图中就可获得干涉区域两束波前的相位差信息  $\varphi(x, y)$ , 即

$$\varphi(x, y) = \arctan \frac{I_2(x, y) - I_4(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)} \quad (1)$$

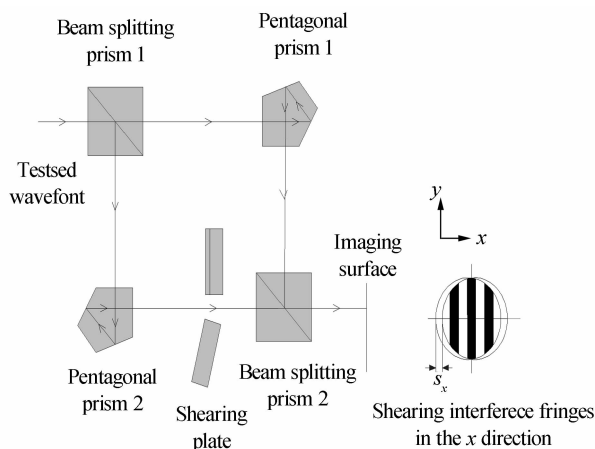


图 1 横向剪切干涉原理

Fig. 1 Schematic of lateral shearing interferometry

## 2 二维横向剪切采样点的选取

横向剪切干涉的二维波前重建是基于  $x, y$  正交方向上的一对剪切干涉图进行的, 两个方向上的一对剪切干涉图分别表示沿各自方向的波前差分, 本文利用最小二乘法求取波差值后采用 Zernike 多项式拟合对其进行波前重建. 对于二维横向剪切波面的重建, 其实是获取被检测波面上的  $w(x, y)$  点的波差信息. 由横向剪切干涉原理可知, 要获取点的波差值, 即要求取  $w(x+s, y)$  点和  $w(x, y+s)$  点的波差值. 首先获得  $x, y$  方向上的相位差信息  $\varphi(x, y)$  后, 然后对其进行相位解包, 从而可以获得两个剪切方向的波差信息, 再对其进行采样, 建立含有波差信息的方程组, 求解后用 Zernike 多项式进行波差拟合, 就可以得到被测波面的信息.

二维数据处理的采样点选取如图 2 所示: 图 2(a) 为一检测波面, 图 2(b) 为  $x$  方向剪切波面, 图 2(c) 为  $y$  方向剪切波面. 假设两个方向的剪切量分别为  $s_x$  和  $s_y$ , 则根据剪切量选取波面上的二维采样点  $w_i$  值, 以选取 9 个点为例 (以干涉图中心为原点, 以剪切量  $s_x$  和  $s_y$  为间隔进行等间隔采样), 从而建立方程式 (2).

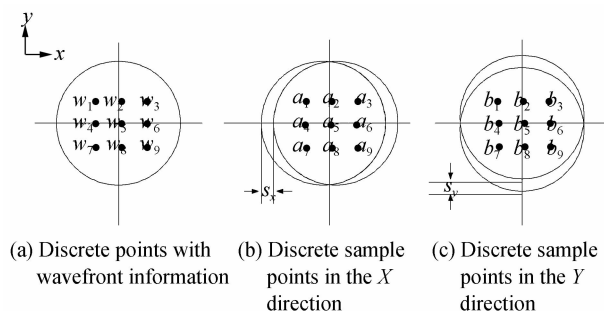


图 2 二维数据处理的采样点选

Fig. 2 Sampling points selection in 2D data processing

$$\begin{cases} w_2 - w_1 = a_1 \\ w_3 - w_2 = a_2 \\ w_5 - w_4 = a_4 \\ w_6 - w_5 = a_5 \\ w_8 - w_7 = a_7 \\ w_9 - w_8 = a_8 \end{cases} \quad \begin{cases} w_1 - w_1 = b_4 \\ w_2 - w_5 = b_5 \\ w_3 - w_6 = b_6 \\ w_4 - w_7 = b_7 \\ w_5 - w_8 = b_8 \\ w_6 - w_9 = b_9 \end{cases} \quad (2)$$

对式 (2) 用最小二乘法可以计算各采样点的波差值, 最后通过 Zernike 拟合得到被测波面的二维曲面. 二维横向剪切采样点的选取问题决定了拟合波面相位信息的准确度, 干涉区域的大小制约着采样点和剪切量选取, 多少采样点采样点数和剪切量之间的适合度影响着拟合波面的准确度. 所以, 本文采用软件仿真的方法对非球面拟合过程中的采样点和剪切量选取的适合度做了详细的研究.

### 3 维横向剪切干涉的非球面波前模拟仿真

用 Matlab 对横向剪切干涉检测  $\varphi 160\text{ mm}$  的抛物面进行仿真分析,在计算机仿真的抛物面函数中加入 peaks 函数,作为面形误差参量,面形参量 ( $PV = 8.394\ 9\lambda, \text{RMS} = 2.309\ 6\lambda, \lambda = 632.8\ \text{nm}$ ). 在剪切量  $s$  为  $12\text{ mm}$  时获得的  $x$  方向和  $y$  方向上的四步相移剪切干涉图如图 3 和图 4 所示,对得到的干涉图按照公式 (1) 可得到波面的相位分布,再对其进行相位解包,从相位解包图上选取离散的采样点,进行波差值的求取,从而求其 Zernike 多项式系数进行波前重建. 本文下面针对同一口径的被测非球面,从四步相移剪切干涉图中分别选取剪切量为  $8\ \text{mm}$ 、 $12\ \text{mm}$  和  $16\ \text{mm}$ , 采样点数为  $9$ 、 $25$ 、 $36$ 、 $49$  和  $64$  个进行波差值的求取并拟合.

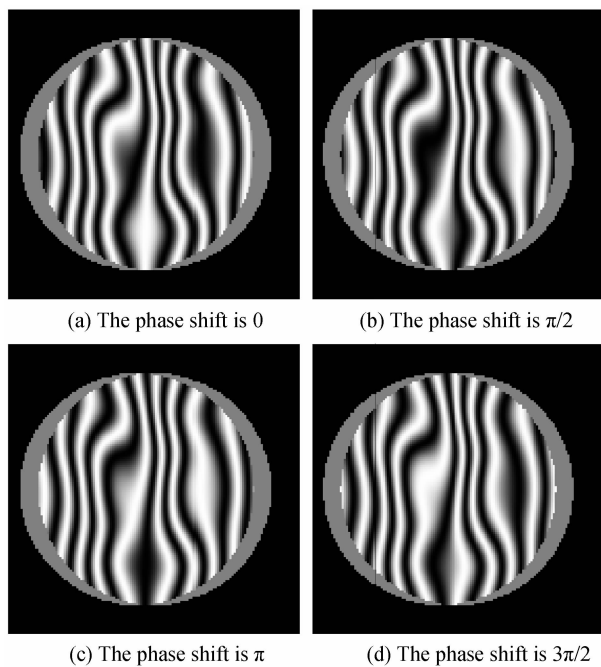


图 3  $x$  方向上的相移剪切干涉条纹  
Fig. 3 Phase-shifting shearing interference fringes in the  $x$  direction

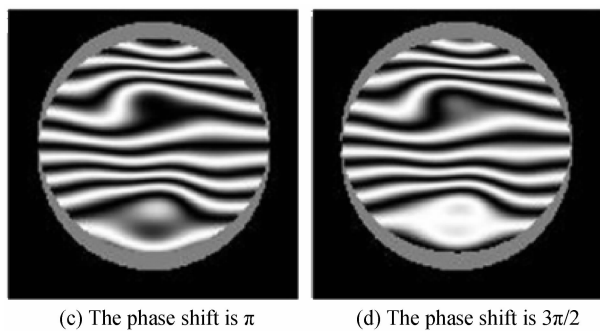
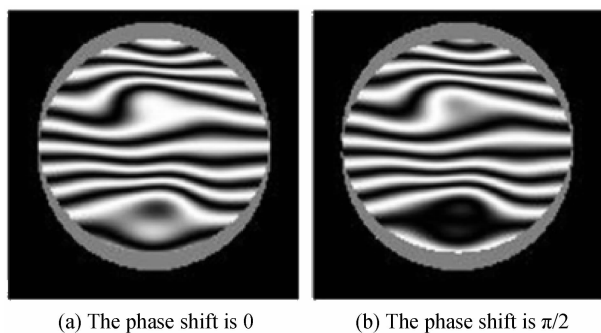


图 4  $y$  方向上的相移剪切干涉条纹图  
Fig. 4 Phase-shifting shearing interference fringes in the  $y$  direction

#### 3.1 剪切量为 $8\text{ mm}$

针对横向剪切二维仿真的波前重建,在剪切量为  $8\ \text{mm}$  大小的情况下分别获得原始的波面、 $9$  个采样点的拟合波面、 $25$  个采样点的拟合波面、 $36$  个采样点的拟合波面、 $49$  个采样点的拟合波面和  $64$  个采样点的拟合波面效果图如图 5.

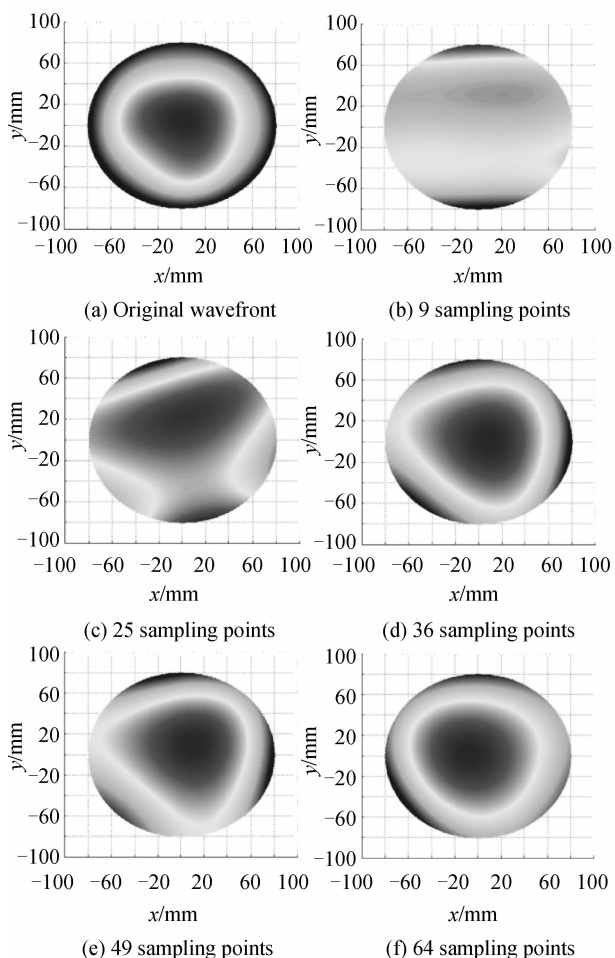


图 5 不同采样点数的拟合效果图  
Fig. 5 Fitting chart of different sampling points number

针对获得的不同采样点数的拟合效果图,其各自的 PV 值和 RMS 值如表 1.

表 1 不同采样点的 Zernike 拟合结果  
( $\lambda=632.8\text{ nm}$ 、剪切量  $s=8\text{ mm}$ )

Table 1 Zernike fitting chart of different sampling points  
( $\lambda=632.8\text{ nm}$ , shearing displacement  $s=8\text{ mm}$ )

	PV/ $\lambda$	RMS/ $\lambda$	PV relative error/(%)	RMS relative error/(%)
9 sampling points	134.333 0	16.972 4	0.937 5	0.863 9
25 sampling points	34.588 4	5.784 7	0.757 2	0.600 7
36 sampling points	14.110 6	3.217 8	0.405 1	0.282 2
49 sampling points	12.264 9	2.365 7	0.315 6	0.023 7
64 sampling points	11.932 3	2.348 6	0.296 4	0.016 6

### 3.2 剪切量为 12mm

针对横向剪切二维仿真的波前重建,在剪切量为 12mm 大小的情况下分别获得原始的波面、9 个采样点的拟合波面、25 个采样点的拟合波面、36 个采样点的

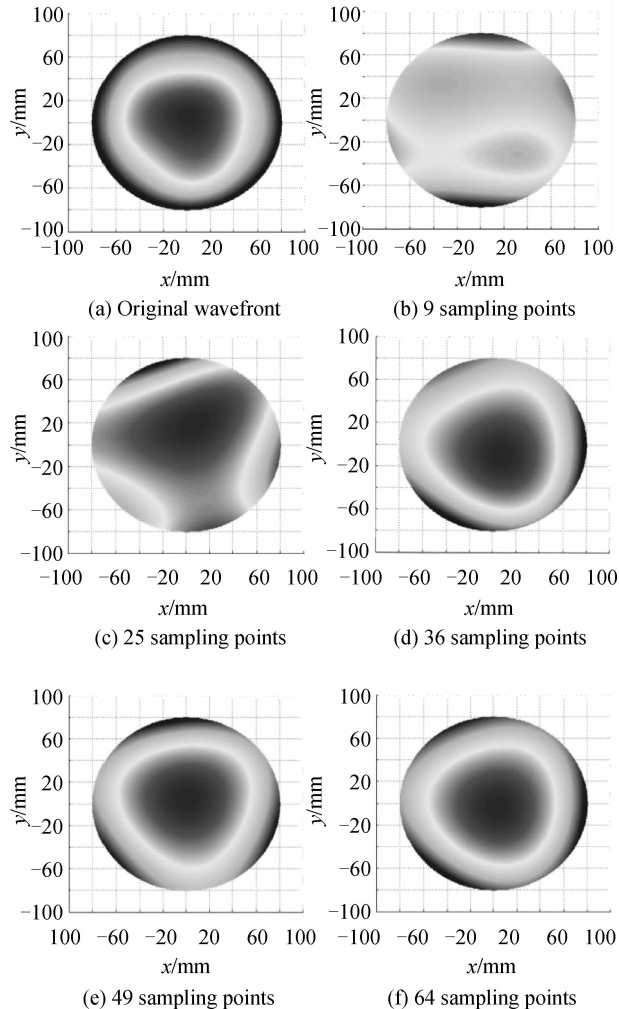


图 6 不同采样点数的拟合效果图

Fig. 6 Fitting chart of different sampling points number

拟合波面、49 个采样点的拟合波面和 64 个采样点的拟合波面效果图如图 6.

针对获得的不同采样点数的拟合效果图,其各自的 PV 值和 RMS 值如表 2.

表 2 不同采样点的 Zernike 拟合结果  
( $\lambda=632.8\text{ nm}$ 、剪切量  $s=12\text{ mm}$ )

Table 2 Zernike fitting chart of different sampling points  
( $\lambda=632.8\text{ nm}$ , shearing displacement  $s=12\text{ mm}$ )

	PV/ $\lambda$	RMS/ $\lambda$	PV relative error/(%)	RMS relative error/(%)
9 sampling points	78.744 6	10.265 8	0.893 3	0.730 6
25 sampling points	22.604 9	4.183 9	0.628 6	0.447 9
36 sampling points	12.589 0	2.848 9	0.333 2	0.189 3
49 sampling points	11.023 3	2.642 4	0.238 4	0.125 9
64 sampling points	10.026 1	2.593 3	0.162 6	0.109 3

### 3.3 剪切量为 16mm

针对横向剪切二维仿真的波前重建,在剪切量为 16 mm 大小的情况下分别获得原始的波面、9 个采样

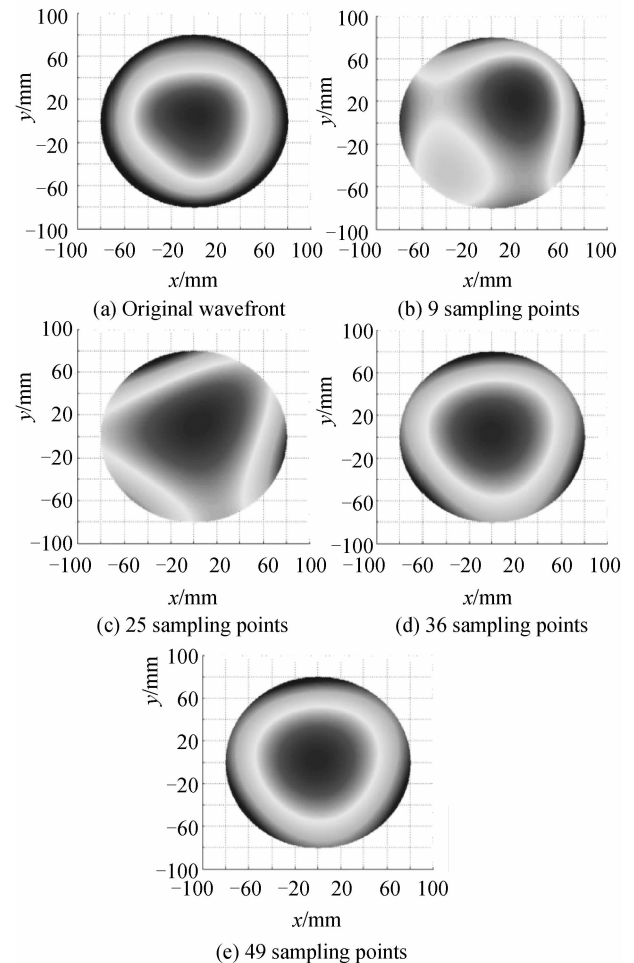


图 7 不同采样点数的拟合效果图

Fig. 7 Fitting chart of different sampling points number

点的拟合波面、25个采样点的拟合波面、36个采样点的拟合波面和49个采样点的拟合波面效果图如图7。

针对获得的不同采样点数的拟合效果图,其各自的PV值和RMS值如表3。

表3 不同采样点的 Zernike 拟合结果  
( $\lambda=632.8\text{ nm}$ 、剪切量  $s=16\text{ mm}$ )

Table 3 Zernike fitting chart of different sampling points  
( $\lambda=632.8\text{ nm}$ , shearing displacement  $s=16\text{ mm}$ )

	PV( $\lambda$ )	RMS( $\lambda$ )	PV relative error/(%)	RMS relative error/(%)
9 sampling points	44.819 5	8.046 3	0.812 6	0.712 9
25 sampling points	16.557 3	3.278 1	0.492 9	0.295 5
36 sampling points	12.305 9	2.965 4	0.317 8	0.221 1
49 sampling points	9.215 0	2.412 5	0.088 5	0.042 6

由仿真结果可以看出,剪切量的大小决定了离散数据点的多少,而离散数据点的多少决定了 Zernike 拟合的准确度,对于仿真,在  $x$  和  $y$  相位波面上分别选取 9、25、36、49、64 个采样点进行拟合。在只取 9 个点时,并不能提取到波面的所有信息,当点数为 49 个时, Zernike 多项式拟合的二维波面已经可以表述其原本的形貌。同时,针对不同形式的波面进行了多组仿真实验,发现即使多么复杂的波面,在取 49 个采样点以上时,其拟合准确度已经能够满足干涉仪的测量要求。

## 4 结论

对于横向剪切二维波面的重建问题,通过仿真的方法从剪切量的大小和采样点的多少对拟合波面准确度的问题做了详细研究。由横向剪切干涉原理和仿真的剪切干涉条纹图可知,剪切量很大时,干涉区域小,波面所选取的采样点就会受到限制,波面会丢失很多信息;剪切量很小时,离散点数据的选取太多会带来繁琐,选取太少会信息量不足,准确度不高。所以本文在保证高准确度的情况下,通过仿真给出了剪切量的选取原则,发现针对一被测波面,最适合的剪切量是被测口径的十分之一左右大小,此时只需要对其选取 49 个离散数据点,用 Zernike 多项式拟合就可得到二维波面的形貌。

### 参考文献

[1] RIMMER M P, WYANT J C. Evaluation of large aberration using a lateral-shear interferometer having variable shear[J]. *Applied Optics*, 1975, **14**(1): 142-150.

[2] YATAGA T, KANO T. Aspherical surface testing with shearing interferometer using fringe scanning detection method [J]. *Optical Engineering*, 1984, **23**(4): 357-360.

[3] GUO Xiao-xian, ZENG Ai-jun, HUANG Hui-jie. Spatial phase-shifting lateral shearing interferometer[C]. SPIE, 2009, **7160**: 1-8.

[4] WANG Hong-jun, TIAN Ai-ling, WANG Ji-yuan. The

inspection technology of the displacement of shear on the lateral shearing interferometer based on Radon transform[J]. *Optical Technique*, 2006, **32**(5): 785-786.

王红军,田爱玲,王吉元.基于 Radon 变换的横向剪切干涉图的自动检测技术[J]. *光学技术*, 2006, **32**(5): 785-786.

- [5] WANG Xiao-kun, HENG Li-gong, HANG Xue-jun, et al. Testing an off-axis asphere by subaperture stitching interferometry[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(1): 92-97.
- 王孝坤,郑立功,张学军,等.子孔径拼接干涉检测离轴非球面研究[J]. *光子学报*, 2011, **40**(1): 92-97.
- [6] CHEN Qin-fang, MA Zhen, ZHAO Meng, et al. Testing of large relative aperture convex aspheric lens with doublets[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(3): 0322004.
- 陈钦芳,马臻,赵蒙,等.双胶合透镜法检测大相对孔径凸非球面透镜[J]. *光子学报*, 2014, **43**(3): 0322004.
- [7] QUAN Gui-qin. Research on optical interference testing for optical aspherical surface[D]. Xi'an: Xidian University, 2011.
- 权贵秦.光干涉法检测光学非球面形研究[D].西安:西安电子科技大学, 2011.
- [8] ESTER C. Exact two-dimensional wave-front reconstruction from lateral shearing interferograms with large shears [J]. *Applied Optics*, 2000, **39**(29): 5353-5359.
- [9] LIANG Pei-ying, DING Jian-ping, JIN Zhou, et al. Two-dimensional wave-front reconstruction from lateral shearing interferograms[J]. *Optics Express*, 2006, **14**(2): 625-634.
- [10] XIANG Hai-bo. Research on wavefront construction based on shearing interference [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010.
- 向海波.剪切干涉的波前重建算法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010.
- [11] WANG Qi-wei, DONG Shen, SUN Tao, et al. Non-Null lateral shearing interferometric testing of aspheric surface and wavefront reconstruction[J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2013, **11**(3): 261-270.
- 王起维,董申,孙涛,等.非球面非零位横向剪切干涉检测与波前重建[J]. *纳米技术与精密工程*, 2013, **11**(3): 261-270.
- [12] PENG Ai-hua, YE Hong-wei, LI Xin-yang. 2D lateral shearing wave-front reconstruction based on decoupling difference Zernike future defining coefficient method[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **31**(8): 1-5.
- 彭爱华,叶红卫,李新阳.基于解耦差分泽尼克待定系数法的二维横向剪切波面重建算法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(8): 1-5.
- [13] XU Jing. Wavefront reconstruction method and simulation study of shearing interferometry to measure optical components[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010.
- 许静.剪切干涉测量光学元件的波前重建方法及其仿真研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010.
- [14] WANG Dan, IU Ke, LI Yan-qiu, et al. A new wavefront reconstruction method for shearing interferograms with central obscurations[J]. *Optical Technique*, 2010, **36**(5): 643-649.
- 王丹,刘克,李艳秋,等.含中心遮拦剪切干涉图的波前重建新方法[J]. *光学技术*, 2010, **36**(5): 643-649.
- [15] LIANG P Y, DING J P. Two-dimensional wave-front reconstruction from lateral shearing interferograms [J]. *Optical Society of America*, 2006, **14**(2): 625-634.
- [16] ZHANG Wei, LIU Jian-feng, LONG Fu-nian, et al. Study on wavefront fitting using Zernike polynomials[J]. *Optical Technique*, 2005, **31**(5): 675-678.
- 张伟,刘剑峰,龙夫年,等.基于 Zernike 多项式进行波面拟合

研究[J]. 光学技术, 2005, **31**(5): 675-678.

- [17] ZENG Xin, DING Jian-ping, LIANG Pei-ying, *et al.* Wave front reconstruction from shearing interferograms using least square fitting[J]. *Acta Optical Sinica*, 2005, **25**(3): 335-340.

曾新, 丁剑平, 梁佩莹, 等. 二维剪切干涉波前的最小二乘法重建[J]. 光学学报, 2005, **25**(3): 335-340.

- [18] LIU Bing-cai, TIAN Ai-ling, WANG Hong-jun, *et al.* Selection and analysis of shearing displacement in lateral shearing interferometry [J]. *Journal of Applied Optics*, 2012, **33**(3): 511-514.

刘丙才, 田爱玲, 王红军, 等. 横向剪切干涉中剪切量的选取及分析[J]. 应用光学, 2012, **33**(3): 511-514.