

doi: 10.3788/gzxb20154402.0209001

基于基元全息图空间频谱分析的计算 全息参考光角度选择方法

黄应清^a, 赵锴^{a,b}, 裴闯^b, 闫兴鹏^b, 蒋晓瑜^b

(装甲兵工程学院 a. 控制工程系; b. 信息工程系, 北京 100072)

摘 要:提出了一种基于基元全息图频谱分析的计算全息参考光角度选择方法. 通过分析基元全息图的空间频谱成分, 导出全息图正确再现需要满足的约束条件; 求解了基于空间光调制器的计算全息再现系统的参考光角度取值范围; 用 N-LUT 算法计算了成像距离为 1 000 mm 时, 一幅 22.5 mm×26.1 mm 的二维图像取不同参考光角度时的全息图, 并进行了数字再现和光学再现实验. 结果表明: 参考光角度在 0.893 8°到 1.398 0°之间选择可以获得质量良好的再现像; 参考光角度小于 0.893 8°时, 再现像与共轭像不能完全分离, 参考光角度大于 1.398 0°时, 全息图频率过高会造成欠采样, 导致再现像与下一级共轭像互相交叠. 实验现象与理论分析一致, 验证了参考光夹角选择方法的正确性.

关键词:计算全息; 参考光角度; 空间频谱; 共轭像; 空间光调制器

中图分类号: O438.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)02-0209001-5

Method for Choosing Angle of Reference Beam in Computer-generated Holograms Based on Spatial Frequency Analysis of Principle Fringe Pattern

HUANG Ying-qing^a, ZHAO Kai^{a,b}, PEI Chuang^a, YAN Xing-peng^a, JIANG Xiao-yu^a

(a. Department of Control Engineering, Academy of Armored Force Engineering; b. Department of Information Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China)

Abstract: A method for choosing angle of reference beam in computer-generated holograms based on spatial frequency analysis of principle fringe pattern was proposed. The rules for reconstructed image rightly were obtained through analyzing the spatial frequency of principle fringe pattern. The angles of reference beam in the holography reconstructed system based on spatial light modulator were computed. The holograms of one image plane with size of 22.5 mm×26.1 mm were generated at the distance of 1 000 mm when different angles of reference beam were chosen. The digital and optical reconstructed experiments were conducted respectively. The results indicate that the angle of reference beam must be chosen in the range which is from 0.893 8° to 1.398 0° in order to achieve good quality of reconstructed images. If the angle of reference beam is smaller than 0.893 8°, the reconstructed image and the conjugate image could not be separated completely, whereas the reconstructed image would overlap with the conjugate image of the next order if the angle of reference beam is larger than 1.398 0°. The experimental results validate the theoretical analysis very well.

Key words: Computer-generated holograms; Angle of reference beam; Spatial frequency; Conjugate image; Spatial light modulator

OCIS Codes: 090.1760; 070.4790; 070.6120

基金项目:全国优秀博士学位论文作者专项资金资助项目(No. 201432)、北京市自然科学基金(No. 4152049)、北京市科技新星计划资助项目和国家自然科学基金(No. 61205120)资助

第一作者:黄应清(1966—),男,教授,博导,主要研究方向为数字图像处理和计算全息. Email: huangyingqing1105@163.com

通讯作者:闫兴鹏(1984—),男,讲师,博士,主要研究方向为光学全息显示和激光技术. Email: yanxp02@gmail.com

收稿日期:2014-06-19; **录用日期:**2014-08-28

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

光波的信息包括振幅和相位^[1-2]. 普通照相只能记录光波的强度, 即振幅信息, 丢失了反应深度的相位信息, 因此普通照相只能得到二维平面图景. 全息是完全的信息, 全息图的干涉条纹记录了物光波前的振幅和相位信息, 光波照明全息图时, 由于衍射效应能再现出原始物光波前, 因此利用全息图可以得到物体的三维立体像^[3-4]. 全息术包括光学全息和计算全息(Computer Generated Holograms, CGH), 光学全息是相干的物光波和参考光在全息记录介质上形成干涉条纹, 计算全息是将物光波和参考光波数值化, 在计算机上生成干涉条纹. 与光学全息相比, CGH 更加灵活, 不需要实际物体的存在, 只要有物光波的数学模型, 就可以生成全息图^[5]. CGH 能够利用计算机技术和图像处理技术改善全息图质量, 便于全息图的存储和传输^[6]. 空间光调制器(Spatial Light Modulator, SLM)的发展为三维全息实时显示提供了可能^[7-12].

常用的计算全息算法有点源法(Ray-tracing)^[13]、查表法(Look-Up Table, LUT)^[14]和新查表法(Novel Look-Up Table, N-LUT)^[15]. Ray-tracing 法完全模拟光学全息的物理过程, 把三维物体等效为空间上的点光源集合, 每个点光源分别与参考光在全息面相干叠加生成全息图. 点源法计算全息能够提供物体完整的三维信息, 但其复杂的数值计算使其运算速度极低, 制约了该算法在三维显示方面的应用. Mark Lucent 等人提出了著名的 LUT, 将可能组成三维物体的空间点的全息图事先计算并存储, 在计算一个三维物体的全息图时, 只需要从存储的数据中获取三维物体各物光点的基元全息图, 然后叠加即可得到物体的全息图. 查表法避免了复杂的直接运算, 但是存储空间点的全息图数据需要占据大量的存储空间. 韩国光云大学的 Kim 提出了 N-LUT, 将三维物体分割为与全息面平行的二维图像平面, 提前计算并存储每一个图像平面上位于中心位置的物点的全息图, 即基元全息图(Principle Fringe Pattern, PFP), 而同一图像平面上其余各点的全息图可以通过平移相应的 PFP 获得, 该算法需要存储的全息图的数量与深度方向上的图像平面数量相等, 相比 LUT 法, 显著减小了存储空间. 但是无论何种算法, 一个重要的前提是确定参考光角度, 选择合适的参考光角度有利于获取良好的再现效果. 文献[10]简单讨论了光学方法记录三维物体全息图时参考光角度的选择问题, 尚无文献对计算全息算法的参考光角度选择进行详细研究.

本文根据 N-LUT 算法的 PFPs 中包含三维物体的所有频谱成分, 提出了基于 PFP 空间频谱分析的计算全息参考光夹角选择方法. 首先通过分析 PFP 的空

间频谱成分, 导出了参考光夹角选择的约束条件, 然后用数字再现和光学再现方法验证了本文参考光夹角选择方法的正确性.

1 N-LUT 算法

三维物空间被看作是由大量离散的物点组成, 而同一深度上的物点形成一个二维图像平面, 因此可把三维物空间看作一系列平行于全息面的二维图像平面. 每个二维图像平面的中心物点在全息面上与参考光干涉生成的干涉条纹即为 PFP, 那么构成三维物空间的二维图像平面的数量与 PFP 的数量相等. 计算并存储每个二维图像平面的 PFP, 同一图像平面上各物光点的全息图可以根据相对位置平移相应的 PFP 获取. N-LUT 方法仅需要计算并存储每个图像平面的 PFP, 减小了直接计算的巨大运算量, 提高了计算速度, 相比 LUT 方法存储物空间所有点的全息图, 所需的存储空间大大降低. 图 1 描述了 N-LUT 法的基本原理. 设图像平面为 $L_o \times L_o$, 全息面尺度为 $L_h \times L_h$, 则由图 1 易知 PFP 的大小为 $L_o + L_h$.

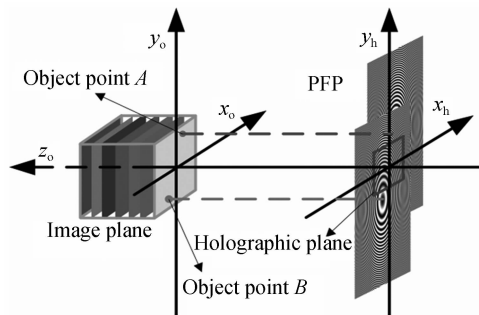


图 1 N-LUT 的基本原理

Fig. 1 The basic theory of N-LUT

图 2 描述了生成 PFP 的物理原理. 全息面在平面 $x_h - y_h$ 上, 距离全息面 z_0 的物光点在平面 $x_o - y_o$ 上, 假设点光源的强度为 1, 其发出的球面波与倾斜平面波参考光在全息面上干涉生成的全息图即为 PFP, 其中参考光与 z 轴角度为 θ .

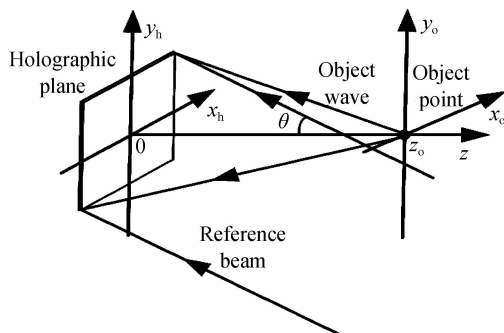


图 2 物光波与参考光波的干涉生成 PFP

Fig. 2 The object wave interfering with the reference beam to generate the PFP

PFP 干涉条纹强度可表示为

$$I = \left| \frac{1}{r} \exp(j\varphi_0) + a_r \exp(j\varphi_r) \right|^2 = \frac{1}{r^2} + a_r^2 + 2 \frac{a_r}{r} \cos(\varphi_0 - \varphi_r) \quad (1)$$

式中 a_r 表示参考光的振幅, r 表示点光源到全息面采样点的距离, z_0 为点光源到全息面的距离, φ_0 和 φ_r 分别表示点光源和参考光在全息面的相位. 采用傍轴近似, 并舍去零级干扰项, 式(1)可记为

$$I = 2 \frac{a_r}{z_0} \cos(\varphi_0 - \varphi_r) \quad (2)$$

点光源的坐标为 $(0, 0, z_0)$, 全息面上采样点坐标为 $(x_h, y_h, 0)$, 则在取菲涅尔近似条件下可得

$$\varphi_0(x_h, y_h) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(z_0 + \frac{x_h^2 + y_h^2}{2z_0} \right) \quad (3)$$

式中 λ 表示波长. $\varphi_r(x_h, y_h)$ 可表示为

$$\varphi_r(x_h, y_h) = 2\pi \frac{\sin \theta}{\lambda} x_h \quad (4)$$

式中 θ 为参考光角度. 将式(3)和式(4)代入式(2)即可求得 PFP.

2 PFP 的空间频谱分析

由 N-LUT 算法可知: 三维物体各个物点的全息图通过平移 PFPs 获得, 把各个物点的全息图叠加起来得到三维物体的全息图, 因此三维物体全息图来自于 PFPs, 即 PFPs 中包含了三维物体全息图的所有空间频谱成分, 因此可以通过分析 PFPs 的空间频谱成分来获知三维物体全息图的空间频率特性.

以距离全息面 z_0 的 PFP 为例, 全息面的离散采样间隔为 Δh , 则其可以记录的最高空间频率 $f_{\max} = \frac{1}{2\Delta h}$.

设 PFP 在 x_h 和 y_h 方向上的空间频率分别为 f_{x_h} 和 f_{y_h} , 则

$$\begin{cases} f_{x_h} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial(\varphi_0 - \varphi_r)}{\partial x_h} \\ f_{y_h} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial(\varphi_0 - \varphi_r)}{\partial y_h} \end{cases} \quad (5)$$

将式(3)和式(4)代入式(5)可得

$$\begin{cases} f_{x_h} = \frac{x_h}{\lambda z_0} - \frac{\sin \theta}{\lambda} \\ f_{y_h} = \frac{y_h}{\lambda z_0} \end{cases} \quad (6)$$

由于 PFP 的大小为 $L_o + L_h$, 因此, 在 PFP 平面上, $x_h \in [-(L_o + L_h)/2, (L_o + L_h)/2]$, $y_h \in [-(L_o + L_h)/2, (L_o + L_h)/2]$, 那么 PFP 上的最高空间频率为

$$\begin{cases} f_{x_{\max}} = \frac{L_o + L_h}{2\lambda z_0} + \frac{\sin \theta}{\lambda} \\ f_{y_{\max}} = \frac{L_o + L_h}{2\lambda z_0} \end{cases} \quad (7)$$

由式(7)知, 在 L_o 、 L_h 、 λ 和 θ 一定的情况下, PFP 的最高空间频率与 z_0 成反比, 因此距离全息面最近, 即 z_0

最小的二维图像平面对应的 PFP 包含了最大空间频率, 因此该 PFP 中包含了三维物体全息图的最大空间频率成分, 应通过分析空间频谱成分确定参考光角度.

按照式(2)计算 PFP, 其再现光场的空间频谱如图3. 图3中有再现像空间频谱 G_o 和共轭像空间频谱

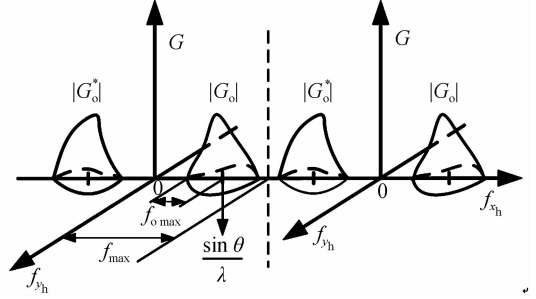


图3 PFP 的频谱成分

Fig. 3 The frequency of PFP

G_o^* , 两者的最高频谱 $f_{o\max} = \frac{L_o + L_h}{2\lambda z_0}$, $|G_o|$ 和 $|G_o^*|$ 分别偏离零频点 $\pm \frac{\sin \theta}{\lambda}$. 为避免频谱交叠, 保证 PFP 的信息可以被全息面正确记录, 需要满足

$$\begin{cases} 2f_{o\max} \leq f_{\max} \\ \frac{\sin \theta}{\lambda} \geq f_{o\max} \\ \frac{\sin \theta}{\lambda} + f_{o\max} \leq f_{\max} \end{cases} \quad (8)$$

即

$$\begin{cases} \frac{L_o + L_h}{\lambda z_0} \leq \frac{1}{2\Delta h} \\ \frac{\sin \theta}{\lambda} \geq \frac{L_o + L_h}{2\lambda z_0} \\ \frac{L_o + L_h}{2\lambda z_0} + \frac{\sin \theta}{\lambda} \leq \frac{1}{2\Delta h} \end{cases} \quad (9)$$

3 参考光夹角的选择

SLM 是常用的计算全息三维显示设备, 本文结合 Holoeye 公司生产的反射型相位调制硅基液晶空间光调制器 (LCoS SLM, HEO 1080p) 分析计算全息参考光夹角选择问题. 式(9)为相关参量需要满足的约束条件, 即进行参考光夹角选择的依据, λ 为参考光的波长 (二极管激光器, 波长 640 nm), L_h 不大于 LCoS 的尺寸 (8.64 mm × 15.36 mm), L_h 取 8.64 mm, Δh 为 LCoS 的像素尺寸 (8 μm), 全息面分辨率为 1 080 × 1 080. 参考光角度 θ , 物空间尺寸 L_o , 成像距离 z_0 之间在式(9)的约束下相互影响. 参考光角度 θ 和物空间尺度 L_o 与 PFP 的空间频率成正比, 成像距离 z_0 与 PFP 的空间频率成反比. 对于某一三维物体要通过分析其距离全息面最近的 PFP 的空间频谱来确定参考光夹角, 因为距离全息面近的 PFP 中包含了更高的空间频谱成分.

设距离全息面最近的 PFP 与全息面之间的距离为 1 000 mm, 即 z_0 等于 1 000 mm, 则由式(9)知 $L_0 \leq \frac{\lambda z_0}{2\Delta h} - L_h$, 即 $L_0 \leq 31.36$ mm. 成像距离越远, 可以表现的物体的尺寸越大. 以一匹马的图像为研究对象, 如图 4, 其分辨率为 150×174 . 人眼的角分辨率为 0.5 mrad,

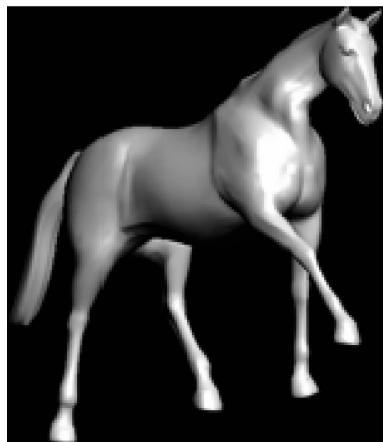


图 4 物体图像
Fig. 4 Object image

则物点的采样间隔应不大于 0.3 mm ($1\ 000 \times 0.3 \times 10^{-3}$ mm), 本文取 0.15 mm, 那么物体实际的尺寸为 22.5 mm \times 26.1 mm, 因此, L_0 取 22.5 mm (小于 31.36 mm). 根据式(9)可知参考光角度的取值范围是 $\arcsin \frac{L_0 + L_h}{2z_0} \leq \theta \leq \arcsin \left(\frac{\lambda}{2\Delta h} - \frac{L_0 + L_h}{2z_0} \right)$, 即 $0.8938^\circ \leq \theta \leq 1.3980^\circ$.

4 实验讨论

按照第 3 节的分析设置相关参量, θ 分别取 0° 、 0.6° 、 0.7° 、 0.8° 、 0.8938° 、 1.0° 、 1.3980° 、 1.5° 、 1.6° 、 1.7° 计算图 4 的全息图, 然后用数字和光学方法再现.

4.1 数字再现

数字再现结果如图 5 所示.

由图 5 可以看出, 参考光角度 θ 为 0° 时再现像和共轭像重合在一起(图 5(a)); θ 逐渐增大时再现像和共轭像逐渐分离(图 5(b)~(d)), 图 5(b)中矩形所示即为共轭像); θ 等于最小临界值 0.8938° 时再现像和共轭像刚好完全分离(图 5(e)); θ 等于最大临界值 1.3980° 时再现像一侧开始出现共轭像(图 5(g)中矩形所示即为共轭像); θ 等于 1.5° 时再现像与共轭像开始交叠(图 5(h)); θ 取 1.6° 、 1.7° 时再现像与共轭像交叠的部分逐渐变大(图 5(i), (j)).

数字再现结果表明: 参考光角度 θ 的取值范围应为 0.8938° 到 1.3980° 之间, θ 过小则共轭像和再现像不能完全分离, θ 过大会造成频谱交叠. 这与理论计算结果一致.

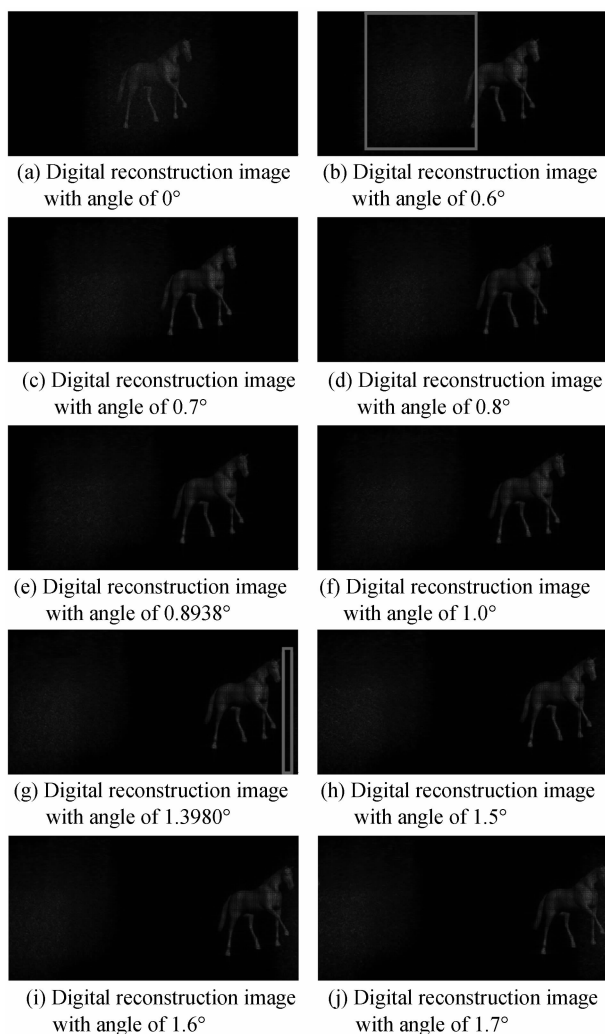


图 5 不同参考光角度下的数字再现结果
Fig. 5 The digital reconstructed results with different angles of reference beam

4.2 光学再现

基于 SLM 的三维全息再现系统如图 6. 二极管激光器发出的激光经过滤波, 由起偏器变为线偏振光, 再扩束照射在 SLM 上, 计算机将全息图加载在 SLM 上, 光束受 SLM 调制后反射到承接屏上, 用 CCD 相机拍摄再现结果. 光学再现结果如图 7.

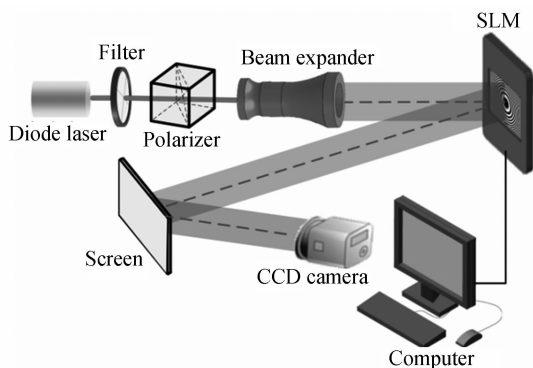


图 6 基于空间光调制器的三维全息再现系统
Fig. 6 The three-dimensional holography reconstructed system based on SLM

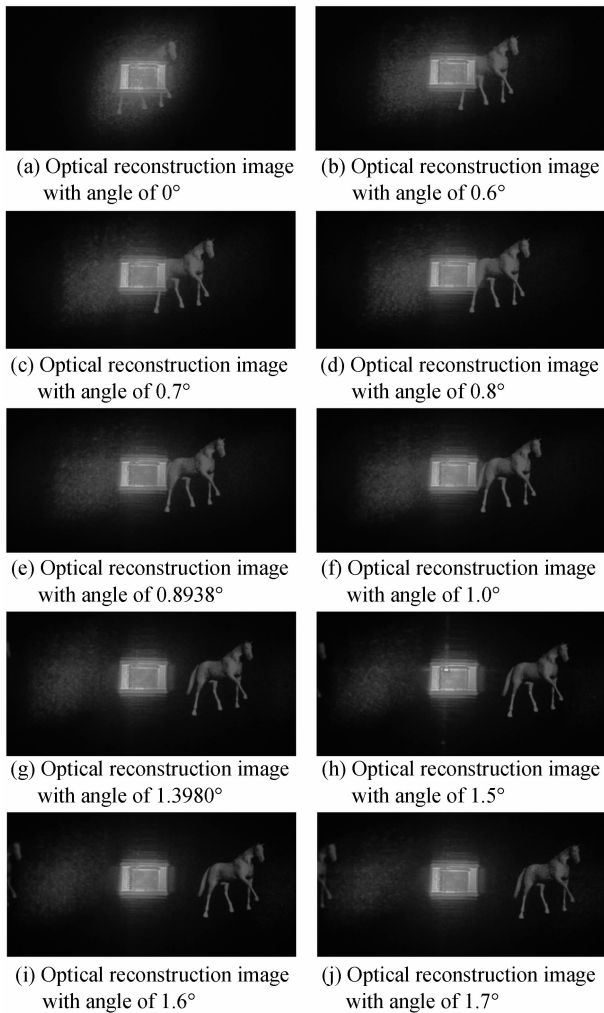


图7 不同参考光角度下的光学再现结果

Fig. 7 The optical reconstructed results with different angles of reference beam

图7中的中心明亮的矩形区域为零级衍射光,主要包括入射光的反射光和入射光的自干涉项两种成分。零级光会占用一定的空间频率带宽,会影响再现效果,在考虑零级光的时候,需要修正角度计算方法,即在式(8)的第2个不等式的等号右边要加入零级频率项,这样计算出的参考光角度的临界最小值会变大,最大临界值不变。当参考光角度 θ 为 0° 时,再现像、共轭像和零级光重叠在一起,如图7(a);角度 θ 逐渐增大,再现像和共轭像分别以零级光为中心,向两侧偏移,如图7(b)~(d);当 θ 取最小临界值 0.8938° 时,再现像与零级光还有重叠部分,如图7(e),这是因为第3节和第4节的频谱分析没有考虑零级衍射光和参考光的自干涉项;角度继续增大,再现像与共轭像继续偏离零级衍射光,如图7(f),(g);当 θ 大于最大临界值 1.3980° 时,下一级的再现像和共轭光开始出现,并出现交叠,如图7(h)~(j)。实验结果再次验证了理论分析的正确性。

5 结论

本文根据N-LUT计算全息算法的原理,提出了基

于 PFP 空间频谱分析的计算全息参考光夹角选择方法。通过对 PFP 空间频谱成分的分析,得到了使再现像频谱和共轭像频谱既能够完全分离,又不会因欠采样而频谱交叠的约束条件。按照此约束条件,计算得到了一幅 $22.5\text{ mm} \times 26.1\text{ mm}$ 的二维图像在距离 SLM $1\ 000\text{ mm}$ 时能够正确再现的参考光角度最小临界值 0.8938° 和最大临界值 1.3980° 。选择了一系列的参考光角度,用 N-LUT 算法,计算了该图像的全息图,用计算机和 SLM 分别进行了数字再现和光学再现实验。实验结果表明:参考光角度小于最小临界值 1.3980° 或大于最大临界值 1.3980° 时,再现像均会受到共轭像的干扰而使成像质量变差;在所计算的取值范围 0.8938° 到 1.3980° 之间选择参考光角度可以得到良好的再现像。

参考文献

- [1] 吕乃光. 傅里叶光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [2] BENTEN S A, BOVE V M. Holographic imaging[M]. New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2008.
- [3] HARIHARAN P. Basic of holography [M]. New York: Cambridge University Press, 2002.
- [4] 王辉. 数字化全息三维显示与检测[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2013.
- [5] 韦穗. 全息成像概论[M]. 合肥: 安徽大学出版社, 2013.
- [6] KONG D. Study on the reflective optical addressing spatial light modulators [D]. Beijing: Graduate school of National University of Defense Technology, 2005.
- [7] 孔迪. 反射式光寻址空间光调制器研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
- [8] ITO T. Holographic reconstruction with a $10\ \mu\text{m}$ pixel-pitch reflective liquid-crystal display by use of a light-emitting diode reference light[J]. *Optics Letters*, 2002, **27**(16): 1406-1408.
- [9] LUCENTE M. The first 20 years of holographic video-and the next 20[C]. Society of Motion Picture and Television Engineers 2nd Annual International Conference, USA, 2011.
- [10] HONG J, KIM Y, CHOI H J, et al. Three-dimensional display technologies of recent interest: principles, status, and issues[J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(34): H87-H115.
- [11] QIAO Xiao-hui, WAN Lin, REN Ya-ping, et al. Reflection holography for three-dimensional display based on computer-generated holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(5): 591-595.
- [12] 乔晓慧, 万琳, 任亚萍, 等. 利用反射全息实现计算全息三维显示[J]. 光子学报, 2012, **41**(5): 591-595.
- [13] ZHENG H D, YU Y J, WANG T, et al. Computer-generated kinoforms of real-existing full-color 3D objects using pure-phase look-up-table method[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, **50**(4): 568-573.
- [14] LESEBERG D. Computer-generated three-dimensional image holograms[J]. *Applied Optics*, 1992, **31**(2): 223-229.
- [15] CHEN R H Y, WILKINSON T D. Computer generated hologram from point cloud using graphics processor [J]. *Applied Optics*, 2009, **48**(36): 6841-6850.
- [16] LUCENTE M. Interactive computation of holograms using a look-up table[J]. *Journal of Electronic Imaging*, 1993, **2**(1): 28-35.
- [17] KIM S C, KIM E S. Effective generation of digital holograms of three-dimensional objects using a novel look-up table method[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(19): D55-D6.