

doi: 10.3788/gzxb20154402.0210001

# 采用小波脊系数幅值导数方差质量图的相位展开法

王勇, 饶勤菲, 唐靖, 袁巢燕

(重庆理工大学 计算机科学与工程学院, 重庆 400054)

**摘 要:**针对小波变换轮廓术中相位无法快速准确展开的问题,提出了一种能有效抑制噪音的相位展开算法.首先,分析了小波脊系数幅值质量图和相位导数方差质量图的特征;然后依据相位值与其数学期望的偏差程度,利用小波脊系数幅值矩阵和导数方差思想构造了“小波脊系数幅值导数方差”质量图;最后分别进行软件仿真和真实模型实验,并将利用新质量图引导的相位展开效果与传统相位展开质量图法和改进的质量图法进行对比.实验结果表明,本文算法提高了相位展开精确度,相位展开误差率降低了 2.61%.所提质量图易于构造,在引导相位展开时不仅能得到较准确的绝对相位值,还能有效抑制噪音的影响,从而重建出精确度高的物体三维模型.

**关键词:**小波变换轮廓术;相位展开;小波脊系数幅值导数方差;质量图;相位噪音

中图分类号:TN247

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2015)02-0210001-8

## Phase Unwrapping Algorithm based on the Amplitude of Wavelet Ridge Coefficient Variance Derivative Quality Map

WANG Yong, RAO Qin-fei, TANG Jing, YUAN Chao-yan

(College of Computer Science and Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 00054, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that phase can't be quickly and accurately unwrapped in wavelet transform profilometry, a algorithm was presented which could effectively suppress noise. Firstly, the characteristics between the amplitude of wavelet ridge coefficient quality map and phase derivative variance quality map were analyzed. Then, based on the deviation degree between phase value and its mathematical expectation, a “the amplitude of wavelet ridge coefficient variance derivative” quality map was constructed with the wavelet ridge amplitude coefficient variance matrix and variance derivative. Finally, from computer simulation and real experimental modeling, unwrapping phase based on the new quality map was compared with the traditional phase unwrapping method and the improved quality map method. Experimental results show that the accuracy of phase unwrapping is improved, the phase unwrapping error is decreased by 2.61 percent. The proposed quality map is constructed quickly, phase unwrapping guided by the new quality map can obtain accurate absolute phase and effectively suppress noise, which can reconstruct accurate 3D model through the obtained absolute phase.

**Key words:** Wavelet transform profilometry; Phase unwrapping; Amplitude of wavelet ridge coefficient variance derivative; Quality map; Phase noise

**OCIS Codes:** 100.7410; 100.5088; 040.1490; 120.6650; 060.5060

## 0 引言

随着 3D 打印技术产业日渐成熟,快速精确获取物

体表面三维模型变得尤其重要.在物体三维重建过程中,非接触测量法因其快速、简便、重建准确度高受到越来越多的关注.非接触测量法主要有基于条纹的亮

基金项目:国家自然科学基金面上项目(N0.61173184)资助

第一作者:王勇(1974—),男,副教授,博士,主要研究方向为多媒体技术、网络技术等. Email:ywang@cqut.edu.cn

收稿日期:2014-06-06;录用日期:2014-07-22

<http://www.photon.ac.cn>

度分析和基于相位的测量法. 基于相位的测量法<sup>[1-2]</sup>主要有相移法、傅里叶变换法、窗口傅里叶变换法、小波变换法.

小波变换法在物体表面三维模型测量过程中也被称为小波变换轮廓术,是目前基于相位测量法的一个热门研究领域<sup>[3-5]</sup>.快速进行相位展开、得到精确的绝对相位信息在小波变换轮廓术中非常重要.实际相位展开过程中,由于物体本身高度跳变剧烈、采样点不足、存在阴影区域、噪音等因素,使得相位展开非常困难.余亮<sup>[6]</sup>等在复平面利用相邻像素构造相对距离树,根据距离树导向引导相位展开,避免展开路径直接穿过阴影、条纹断裂处.崔海华<sup>[7]</sup>等通过分析几种经典质量图相位展开算法的质量权值特征,提出使用相位质量评估权值进行相位展开.张妍<sup>[8]</sup>等提出改进的枝切法,克服相位展开过程中残差点密集区出现的“孤岛现象”.张婷<sup>[9]</sup>等提出了一种基于边缘检测的最小不连续相位展开算法,解决了 Fylnn 最小不连续相位展开算法效率较低的问题.刘刚<sup>[10]</sup>等提出了一种新的基于灰度共生矩阵的质量图以指导相位展开,该灰度共生矩阵是通过相对相位进行二阶统计得到.李思坤<sup>[11]</sup>等首次考虑利用被忽略的小波脊系数幅值建立质量图,用其作为可靠度判断依据成功指导相位展开,充分利用了小波变换得到的幅值矩阵,但是没有考虑到当条纹图像存在噪音时,小波脊系数会发生移动导致小波脊系数幅值变化,此时这种质量图并不能准确说明相位质量的好坏.黄昊<sup>[12]</sup>等提出了利用小波变换脊处的尺度因子建立质量图指导相位展开,提高了相位展开的速度.

针对现有相位展开法中存在的不足,本文提出了一种适用于小波变换轮廓术并且能够有效抑制噪音的质量图——“小波脊系数幅值导数方差”质量图.根据构造的质量图引导相位展开得到完整的绝对相位信息.

## 1 相关理论

在相位展开过程中,质量图是评判对应相位质量好坏的标准.质量图引导法按照一条质量从高到低的路径进行相位展开,极大减少噪音、阴影区域的干扰,最终求得连续准确的绝对相位分布.

### 1.1 小波脊系数幅值质量图

小波脊系数幅值质量图即小波脊系数幅值矩阵,其能反映所提取相位质量的好坏.小波变换轮廓术的测量过程中,首先要采集投影在物体表面的变形光栅条纹图像,其信号可以表示为

$$g(x, y) = u(x, y) + v(x, y) \cos [2\pi f_0 x + \phi(x, y)] \quad (1)$$

式中  $u(x, y)$  代表测量系统的背景分量,  $v(x, y)$  为物体表面反射系数,  $f_0$  为投影的正弦光栅的基频,  $\phi(x, y)$

为受物体高度调制的相位.

变形光栅条纹图像某一行信息为

$$f(x) = u(x) + v(x) \cos [2\pi f_0 x + \phi(x)] \quad (2)$$

选取合适的小波母函数和参量依次对条纹图像每行进行一维连续小波变换.由于投影光栅一般为正弦光栅,而 Morlet 小波是高斯正态分布下的小波,两者具有一定相似性,因此选用 Morlet 复小波函数作为小波变换的母函数<sup>[14]</sup>.一维连续小波变换是把某一个小波母函数做一定的平移和伸缩后与条纹信号  $f(x)$  做内积,即

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \varphi^* \left( \frac{x-b}{a} \right) dx \quad (3)$$

式中,  $a$  为尺度因子,  $\varphi(x)$  为母小波函数,  $b$  为位移因子,  $*$  表示复数共轭.

小波变换系数  $W_f(a, b)$  反映了某一行信号  $f(x)$  与小波函数  $\varphi(x)$  的相似程度.由于使用 Morlet 复小波函数进行分析,得到的小波变换系数  $W_f(a, b)$  是一组复数.小波变换系数  $W_f(a, b)$  对应的模值矩阵  $A(a, b)$  与相位矩阵  $B(a, b)$  为

$$A(a, b) = \sqrt{\{\text{Im}[W_f(a, b)]\}^2 + \{\text{Re}[W_f(a, b)]\}^2} \quad (4)$$

$$B(a, b) = \arctan\{\text{Im}[W_f(a, b)]/\text{Re}[W_f(a, b)]\} \quad (5)$$

式中,  $\text{Im}[W_f(a, b)]$  是  $W_f(a, b)$  的虚部,  $\text{Re}[W_f(a, b)]$  是  $W_f(a, b)$  的实部.

沿着位移因子  $b$  方向上,不同位置的  $W_f(a, b)$  对应的  $A(a, b)$  中最大值称为小波变换模极大值,这些极大值的连线称为“小波脊”.“小波脊”处集中体现了被测信号的奇异特征.当被测信号的局部频率与相应尺度的小波函数的振荡频率相同或相近时,  $A(a, b)$  也相应较大,提取的相位也更准确<sup>[11,15]</sup>.由“小波脊”上不同位置对应的  $A(a, b)$  组成的矩阵称为小波脊系数幅值矩阵.条纹中存在阴影和条纹断裂时,小波脊系数幅值也较小,因此小波脊系数幅值质量图也能作为可靠度判断,引导相位正确展开.

但是,小波脊容易受到噪音的干扰,一般认为噪音是随机的,对脊的扰动也是随机的<sup>[16-17]</sup>.由此可见:仅用小波脊系数幅值质量图引导相位展开,如果某点受噪音影响引起小波脊系数幅值增大,则会被当作质量好的点优先处理,影响相位的展开准确度.

### 1.2 相位导数方差质量图

相位导数方差质量图<sup>[18]</sup>是一种统计学的方法,描述了包裹相位(也称相对相位)数据导数的统计变化特征.包裹相位中心点  $(m, n)$  的相位导数方差定义为

$$q_{m,n} = \left[ \sqrt{\sum_{i=m-k/2}^{m+k/2} \sum_{j=n-k/2}^{n+k/2} (\Delta_{i,j}^x - \bar{\Delta}_{m,n}^x)^2} + \sqrt{\sum_{i=m-k/2}^{m+k/2} \sum_{j=n-k/2}^{n+k/2} (\Delta_{i,j}^y - \bar{\Delta}_{m,n}^y)^2} \right] / k^2 \quad (6)$$

式中,  $k$  是以  $(m, n)$  为中心点的窗口尺寸,  $\bar{\Delta}_{m,n}^x$  和  $\bar{\Delta}_{m,n}^y$  分别为以  $(m, n)$  为中心的  $k \times k$  窗口内  $x$  方向和  $y$  方向的

包裹相位梯度均值,  $\Delta_{i,j}^x$  和  $\Delta_{i,j}^y$  分别表示  $x$  和  $y$  方向包裹相位梯度,其定义为

$$\Delta_{i,j}^x = \begin{cases} \mathbf{B}_{i+1,j} - \mathbf{B}_{i,j}, & i=0,1,\dots,M-2; j=0,1,\dots,N-1 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (7)$$

$$\Delta_{i,j}^y = \begin{cases} \mathbf{B}_{i,j+1} - \mathbf{B}_{i,j}, & i=0,1,\dots,M-1; j=0,1,\dots,N-2 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $M$  和  $N$  分别表示处理的包裹相位的行数和列数,  $\mathbf{B}$  为小波脊处提取的包裹相位矩阵。

与统计学的方差类似,相位导数方差质量图实际上是将水平和垂直方向差分分别做方差数据统计然后求和,其真正含义是表示包裹相位中心点  $(m,n)$  与其数学期望的偏离程度.  $q_{m,n}$  越大,说明其偏离数学期望越大,该点的相位可能受到噪音的干扰.可见相位导数方差质量图是对包裹相位数据较精确的估计,同时能够有效抑制噪音.

## 2 相位展开算法

本文结合小波脊系数幅值质量图和相位导数方差质量图,构造了一种新的具有抑制噪音的质量图—小波脊系数幅值导数方差质量图.利用构造的质量图,提出了一种相位展开算法.

### 2.1 质量图的构造方法

小波脊系数幅值在小波变换轮廓术中能够代表小波脊处相位分布情况,能够作为相位展开的可靠度依据.但脊对噪音的影响比较敏感,小波脊系数幅值也易受干扰而导致相位展开不准确.基于此,引入传统质量图中能对相对相位较精确估计且能够有效抑制噪音的相位导数方差质量图.通过对每行条纹图像进行一维连续小波变换,提取小波脊系数幅值矩阵  $\mathbf{A}$ ,然后利用  $\mathbf{A}$  并结合其导数方差的思想,构造“小波脊系数幅值导数方差”质量图,流程如图 1,构造步骤为

1) 小波变换轮廓术中首先用 CCD 相机采集参考光栅条纹图像和变形光栅条纹图像,图像尺寸大小为  $(M,N)$ .

2) 由于采集背景、硬件、空气灰尘等因素,采集的图像避免不了存在噪音,且这些噪音大多是斑点噪音,因此对条纹图像进行中值滤波.

3) 分别对每行条纹图像进行一维连续小波变换,通过判断小波变换模极大值提取小波脊系数幅值矩阵  $\mathbf{A}$ 、小波脊处相对相位矩阵  $\Phi$ ,尺寸大小均为  $(M,N)$ .

4) 利用小波脊系数幅值矩阵  $\mathbf{A}$ ,通过式(6)定义新的质量矩阵  $\mathbf{A}_1$ ,选取  $3 \times 3$  区域,即  $k=3$ .其中幅值梯度  $\Delta_{i,j}^x$  和  $\Delta_{i,j}^y$  定义为

$$\Delta_{i,j}^x = \begin{cases} A_{i+1,j} - A_{i,j}, & i=0,1,\dots,M-2; j=0,1,\dots,N-1 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (9)$$

$$\Delta_{i,j}^y = \begin{cases} A_{i,j+1} - A_{i,j}, & i=0,1,\dots,M-1; j=0,1,\dots,N-2 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (10)$$

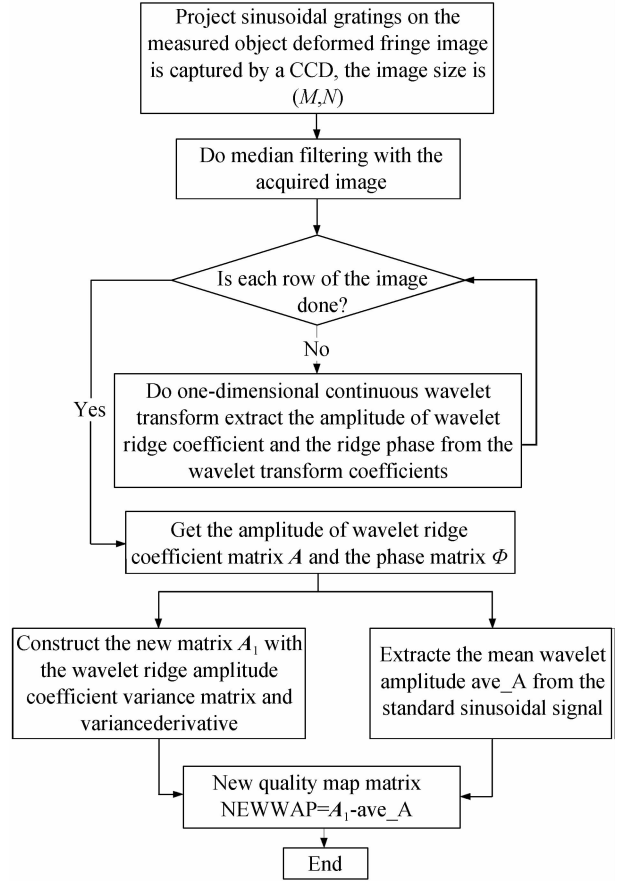


图 1 质量图构造流程

Fig. 1 The flow chart of quality map construction

由于由标准正弦信号获得的小波脊系数幅值大小都比较接近,所以通过标准正弦信号求取其预期幅值,即小波脊系数幅值均值  $\text{ave\_A}$ ,定义为

$$\text{ave\_A} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \mathbf{A}'(i,j)}{M \times N} \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{A}'$  为从标准正弦信号提取的小波脊系数幅值导数方差矩阵,  $M \times N$  为处理信号的尺寸大小.

5) 新的质量矩阵  $\mathbf{A}_1$  每点与预期幅值  $\text{ave\_A}$  进行比较,得到“小波脊系数幅值导数方差”质量图  $\text{NEWMAP}$ ,即

$$\text{NEWMAP} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [A_1(i,j) - \text{ave\_A}] \quad (12)$$

“小波脊系数幅值导数方差”质量图具有小波脊系数幅值特性,可以较大程度上代表相位质量的好坏,而且如果受到噪音影响,相应的点偏离其数学期望较大,表现为  $\text{NEWMAP}$  矩阵中对应点的值也较大,说明该点处的相位质量较差.因此,该质量图能够有效抑制噪音,提高相位展开的准确度.

## 2.2 基于质量图的相位展开算法

传统基于质量图的相位展开算法一般是先选取质量图中质量最好的点,作为相位展开的起始点.先展开起始点四邻域中未展开的点,并将四邻点信息存入栈中,按照质量高低将栈中的点进行排序,将栈顶元素取出作为新的相位展开起始点,重复上述操作直到栈空.这种算法也被称为洪水质量引导展开算法.

借鉴文献[19]相位展开算法思想,利用本文构造的新质量图,设计一种新的相位展开算法.该算法通过设定合适的阈值  $T$ ,将构造的质量图分成质量好的区域和质量差的区域.其中质量好的区域可能受到噪音影响,如果采用直接相位展开(线扫描)算法,将会引起相位误差传递,因此采用洪水质量引导相位展开算法.质量差的区域一般是阴影、物体表面跳变剧烈、噪音污染严重的区域,这部分区域提取的相对相位并不准确,在利用质量引导相位算法进行相位展开的同时,还要通过区域周围已展开的相位点进行相位误差修正,以保证相位展开的准确度.

基于新质量图的相位展开算法具体步骤为

Step1: 设定合适的阈值  $T$ ,将质量图 NEWMAP 分成两部分.设置两个和质量图相同大小的二值矩阵  $Q$  和  $P$  (初始值都为 0),  $Q$  用于区分质量好的区域和质量差的区域,  $P$  用于辅助标记相位展开算法中已展开的点和未展开的点. NEWMAP 中某点大于阈值  $T$ ,则  $Q$  中对应点设置为 0,代表质量好的区域;反之,  $Q$  中对应点设置为 1.其中  $T$  为

$$T = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \text{NEWMAP}(i, j)}{M \times N} \quad (13)$$

Step2: 优先展开  $Q$  中值为 1 的点的相位.传统质量引导算法需要通过栈存储候选的相位展开点,频繁地出栈和入栈严重影响了算法的效率.本文依据文献[11]中相位展开算法,基于滤波的思想,引进了另外一个辅助矩阵  $I$  (初始值也全部设为 0),该辅助矩阵  $I$  能够提高洪水质量引导法的效率.相位展开的规则:如果当前处理的相位点与起始点相位之差大于  $\pi$ ,则该点相位减去  $2\pi$ ;如果相位之差小于  $\pi$ ,则该点相位加上  $2\pi$ ,直到两者相位之差的绝对值小于  $\pi$  为止.同时,将该点对应  $P$  处的值设置为 1.

Step3: 经过 Step2 处理过后,剩余的点属于质量较差的点.这些点数量不多,但是被分割成了多个区域块.因此首先需要对其标记连通区域,然后依次对标记的连通区域进行相位展开.具体的流程如图 2.

由于矩阵  $Q$  中值为 0 的点代表质量较差的点,而 Matlab 中 bwlabel 函数要求检测区域不能为 0,因此需要利用式(14)进行取反处理,即

$$Q = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (1 - Q(i, j)) \quad (14)$$

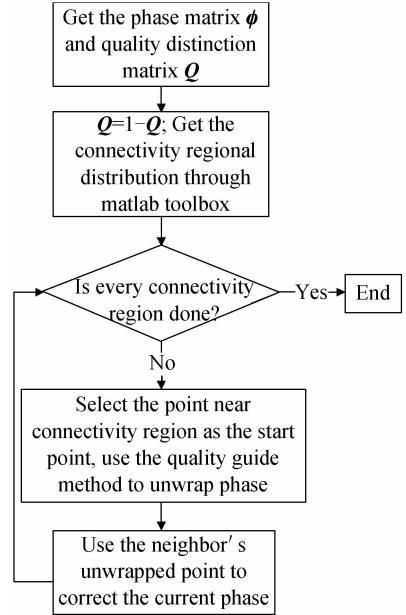


图 2 质量差的区域相位展开流程

Fig. 2 The flow chart of phase unwrapping in bad blocks

选取经过 Step2 处理的已展开的边界点作为相位展开起始点,依次对获取的连通区域块进行相位展开.然而由于质量较差区域一般提取的相对相位准确度不够,导致根据相对相位展开获得的绝对相位也存在误差.因此需要通过周围边界展开的相位点进行误差校正,提高相位的准确度.

通过 Step 1~3 能够将全场相对相位展开为绝对相位,获得的绝对相位利用相位高度关系转换进行三维还原重建.本文相位展开算法依据质量图中不同质量点的特征针对性进行相位展开,相位展开的准确度较高.

## 3 软件仿真及模型实验

### 3.1 软件仿真

本文软件仿真实验在 Win7 系统,软件平台在 Matlab 2012b 上实现.

仿真的物体高度函数表达式为

$$h(x, y) = 14 \sqrt{1 - [(x-400)^2 + (y-400)^2] / 90000} \quad (15)$$

仿真变形条纹图像灰度分布函数为

$$f(x, y) = 255 \times [0.5 + 0.5 \times (2\pi f_0 x + h(x, y))] \quad (16)$$

式中,  $(x, y)$  为条纹图像像素位置,  $f_0$  为条纹的基频(本文取 0.05),图像大小为  $800 \times 800$ . 计算机仿真实验效果如图 3.

如图 3(c),本文算法展开的相位连续光滑,没有出现传统相位展开算法中的拉线现象.还原的效果如图 3(d),还原出三维物体高度信息准确度较高.

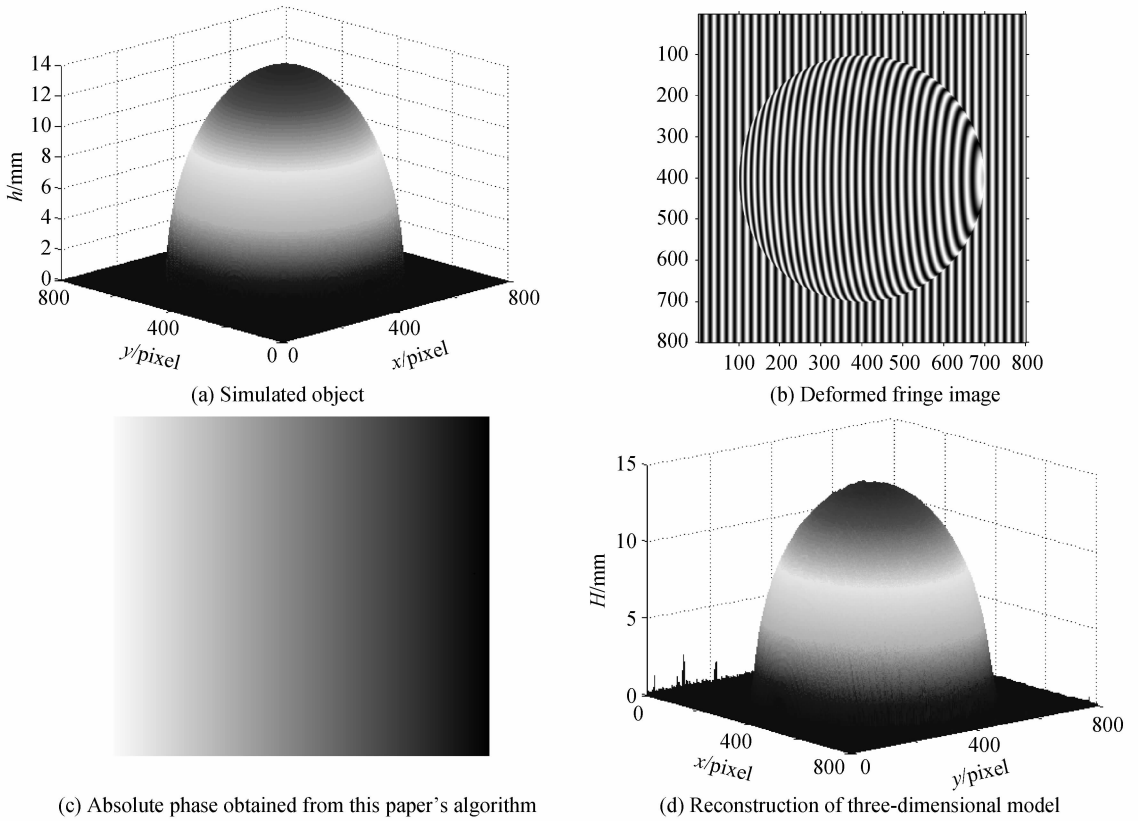


图3 软件仿真

Fig.3 Software simulation

将本文算法与传统相位展开算法、文献[8]小波脊尺度因子指导相位展开法的三维重建信息误差进行比较(便于显示,选取第400行的误差分布信息进行比较,采样率为0.1),各算法误差分布如图4.

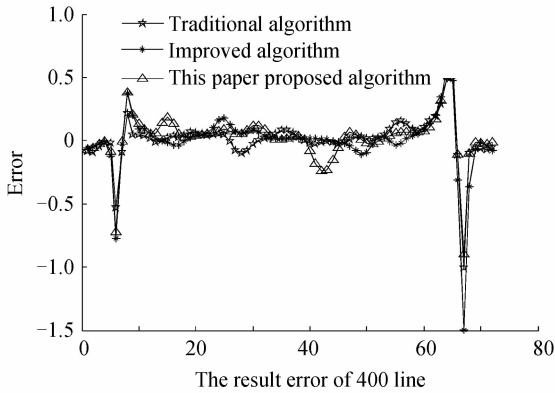


图4 不同算法误差比较

Fig.4 Error compared with different algorithms

由图4可知,本文算法和其他两种算法在质量较好区域误差分布都较小,还原准确度都比较高;但在物体边缘突变的区域,本文算法相比其它两种算法误差分布小,表明本文算法在质量较差的区域还原准确度高.

为了验证算法抑制噪音的效果,在仿真实验的条纹图像中央区域设置了 $50 \times 50$ 的黑色区域.并且给条

纹图像添加椒盐噪音,噪音标准差为 $\delta=0.05$ .加噪的仿真实验如图5.

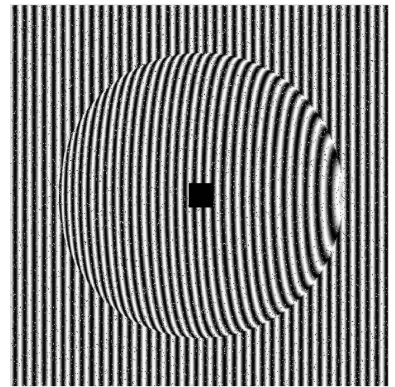


图5 带有黑色区域并含噪音的变形条纹图像

Fig.5 Deformed fringe image with black blocks and random noise

图6(a)所示,本文算法既能识别相位变化剧烈区域,同时也能检测出阴影区域.图6(d)中间阴影区域属于无条纹区域,提取的相对相位并不准确,导致展开得到的相位有明显误差,需要进行相位误差纠正.根据绝对相位梯度进行校正,结果如图7.

加噪仿真实验结果表明:在含噪音以及阴影区域情况下,该算法仍然能够识别质量差的区域并进行正确的相位展开,还原的三维高度信息误差较低,能够有效地抑制噪音的影响.

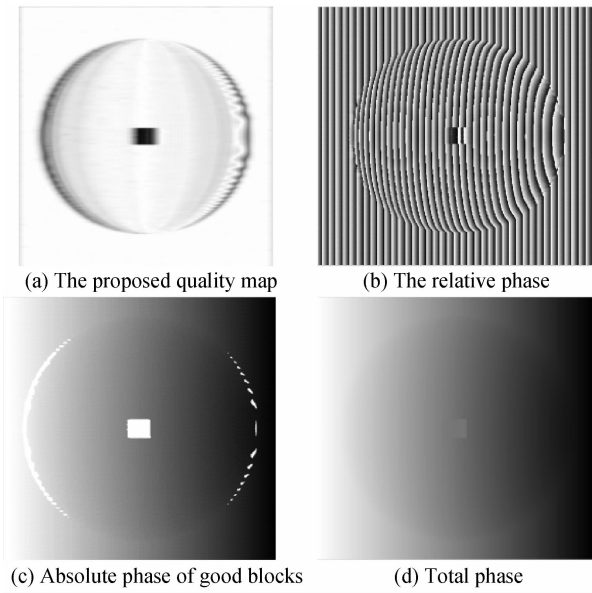
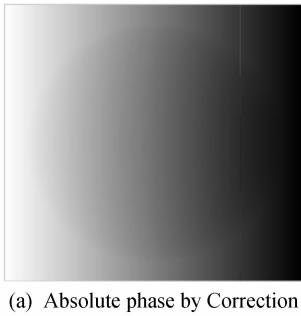
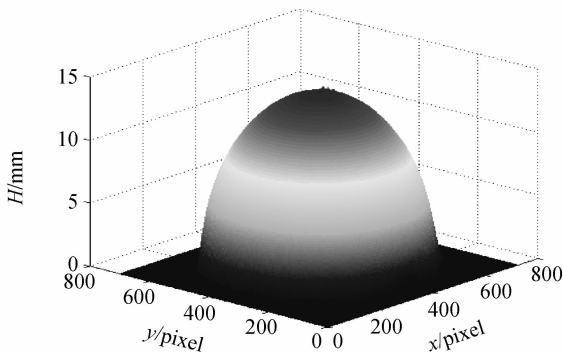


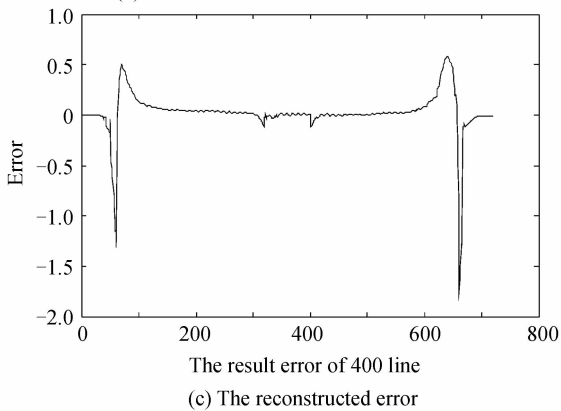
图6 加噪仿真实验  
Fig. 6 Simulation with noise



(a) Absolute phase by Correction



(b) Reconstruction of three-dimensional model



(c) The reconstructed error

图7 加噪实验效果图  
Fig. 7 Simulation experiment

### 3.2 模型实验

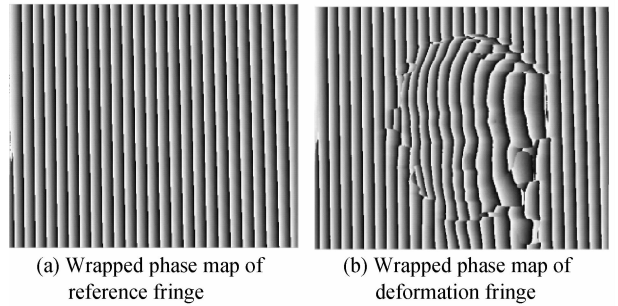
真实模型实验中用于重建的模型是石膏像,通过投影机投影正弦光栅图像到石膏像表面,然后采用 CCD 采集变形光栅条纹图像(图 8)。



图8 采集的变形条纹图像

Fig. 8 Deformation fringe image from CCD

对采集的参考光栅条纹图像和变形条纹图像依次进行小波变换,获得相对相位分布图。如图 9。



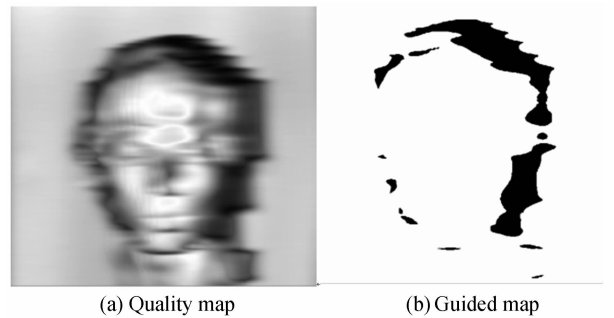
(a) Wrapped phase map of reference fringe

(b) Wrapped phase map of deformation fringe

图9 光栅图像处理

Fig. 9 The processing of the fringe image

利用小波变换处理过程中获得小波脊系数幅值矩阵,根据本文质量图构造思想,构造质量图。图 10(a)表示质量图分布情况,图 10(b)表示质量区域好坏情况,其中黑色部分代表质量较差的区域。



(a) Quality map

(b) Guided map

图10 质量引导图

Fig. 10 Quality guided map

依据提出的相位展开算法进行相位展开,实验效果如图 11。图 11(a)表示质量好的区域相位展开情况,图 11(b)表示全场相位展开情况,可以看出展开的相位比较光滑,无明显的拉线现象。图 12 是根据获得的绝对相位分布重建得到的石膏像点云模型(为了获得较完整的点云模型,分别从正面、侧面进行实验,最后

将得到的点云数据进行拼接得到较完整的点云模型)。

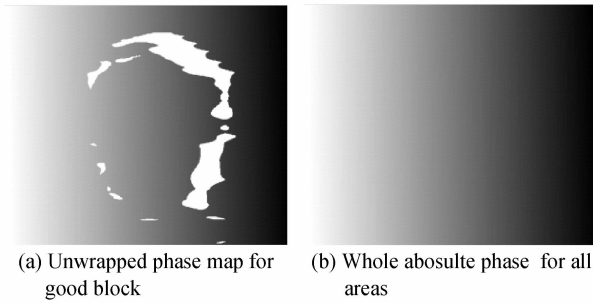


图 11 绝对相位分布图  
Fig. 11 Absolute phase map

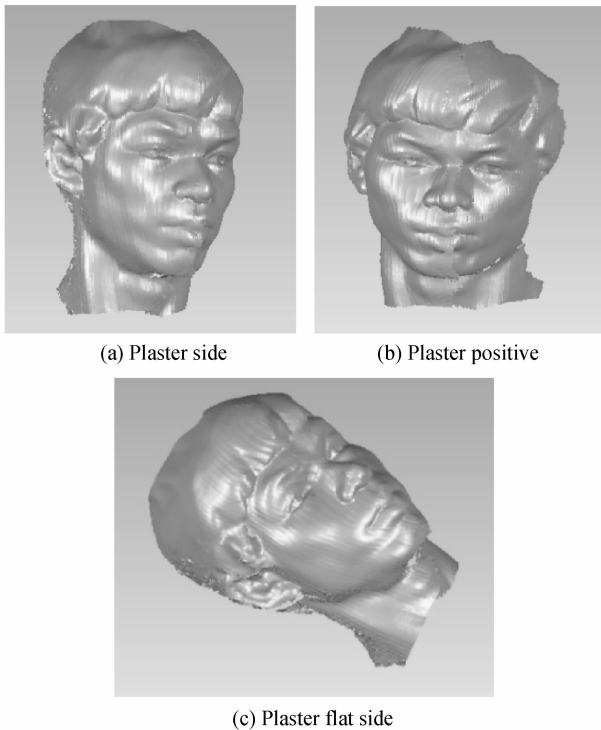


图 12 重建的石膏像点云  
Fig. 12 Point cloud of plaster

## 4 结论

本文基于小波变换轮廓术中小波脊系数幅值容易受到噪音干扰,导致相位展开不准确的问题,提出了一种新的结合小波脊系数幅值和相位导数方差思想的新质量图.该质量图中值越大,说明该点相位偏离其数学期望越大,质量也较差;反之,值较小的地方提取的相位也较准确.实验结果表明,在保证相位展开效率较高的前提下,基于新的质量图相位展开算法能有效抑制噪音的影响,求解出较精确的绝对相位分布.

### 参考文献

- [1] BIAN Xin-tian, JI Bao-wei, CHENG Ju, *et al.* Phase measuring profilometry based on elliptic pattern grating[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(9): 1094-1097.  
边心田, 姬保卫, 程菊, 等. 基于椭圆形光强分布光栅投影的三维面形测量方法[J]. *光子学报*, 2012, **41**(9): 1094-1097.
- [2] WU Ying-chun, CAO Yi-ping, ZHONG Li-jun. An improved

method of Stoilov algorithm adapting to phase measuring profilometry[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(2): 307-310.

武迎春, 曹益平, 钟立俊. 一种改进型 Stoilov 算法相位测量轮廓术[J]. *光子学报*, 2010, **39**(2): 307-310.

- [3] WENG Jia-wen, ZHONG Jing-gang. Wavelet transform profilometry[C]. Mr. Big Heng ninety birthday anthology cum Chinese Optical Society Annual Conference Proceedings 2004, 2004, 380-383.  
翁嘉文, 钟金钢. 小波变换轮廓术[C]. 大珩先生九十华诞文集暨中国光学学会 2004 年学术大会论文集, 2004, 380-383.
- [4] LI S K, SU X Y, CHEN W J. A new wavelet transform for reliability-guided phase unwrapping of optical fringe patterns[J]. *Optics Communications*, 2011, **284**(20): 4879-4883.
- [5] HSUNG T C, LUN D P K. On optical phase shift profilometry based on dual tree complex wavelet transform[C]. Image Processing 2010 17th IEEE International Conference on IEEE, 2010: 337-340.
- [6] YU Liang, SU Xian-yu. Phase unwrapping algorithm based on relative distance guidance[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(5): 1235-1239.  
余亮, 苏显渝. 一种相对距离导向的相位展开算法[J]. *光子学报*, 2009, **38**(5): 1235-1239.
- [7] CUI Hai-hua, LIAO Wen-he, CHEN Xiao-sheng, *et al.* Mathematic descriptions and analysis of quality weighting factors in phase unwrapping algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 97-104.  
崔海华, 廖文和, 程筱胜, 等. 相位展开算法中质量权值的数学描述与分析[J]. *光学学报*, 2010, **30**(1): 97-104.
- [8] ZHANG Yan, FENG Da-zheng, QU Xiao-ning, *et al.* Application of a novel branch-cut algorithm in phase unwrapping[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2013, **42**(4): 555-558.  
张妍, 冯大政, 曲小宁, 等. 改进的枝切法在相位展开中的应用[J]. *电子科技大学学报*, 2013, **42**(4): 555-558.
- [9] ZHANG Ting, LU Yuan-gang, ZHANG Xu-cui. Minimum discontinuity phase unwrapping algorithm based on edge detection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1): 180-186.  
张婷, 路元刚, 张旭萃. 基于边缘检测的最小不连续相位展开算法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(1): 180-186.
- [10] LIU G, WANG R, DENG Y K, *et al.* A new quality map for 2D phase unwrapping based on Gray Level Co-Occurrence Matrix[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2014, **11**(2): 444-448.
- [11] LI Si-kun, CHEN Wen-jin, SU Xian-yu. Phase unwrapping guided by amplitude of wavelet ridge coefficients in wavelet transform profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 715-721.  
李思坤, 陈文静, 苏显渝. 小波变换轮廓术中小波脊系数幅值引导相位展开的研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(4): 715-721.
- [12] HUANG Hao, DA Fei-peng. Novel phase unwrapping method for wavelet transform profilometry[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, **33**(2): 397-404.  
黄昊, 达飞鹏. 小波变换轮廓术中快速相位展开方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2012, **33**(2): 397-404.
- [13] ZHANG Xiao-qiu. Research of phase unwrapping method based on quality map[D]. Harbin Institute of Technology, Harbin, 2010.  
张晓秋. 基于质量图的相位展开方法研究[D]. 哈尔滨工业大学, 哈尔滨, 2010.
- [14] XU Luo-peng, CHEN Wen-jin, LI Si-kun. Selecting the best

- wavelet function using wavelet transform profilometry in 3D shape measurement[J]. *Journal of Optoelectronics Laser*, 2009, **20**(7): 920-926.
- 许罗鹏,陈文静,李思坤. 小波变换在三维面形测量中的最佳小波的选择[J]. *光电子. 激光*, 2009, **20**(7): 920-926.
- [15] LI S K, CHEN W J, SU X Y. Reliability-guided phase unwrapping in wavelet-transform profilometry[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(18): 3369-3377.
- [16] CUI Shi-ling, TIAN Fei, LI De-hua. Phase retrieval method with continuous wavelet transform based on exponent spacing scales[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(7): 1-7.
- 崔世林, 田斐, 李德华. 基于指数尺度间隔连续小波变换的相位提取算法[J]. *光学学报*, 2012, **32**(7): 1-7.
- [17] CHEN Yu-gu. Algorithm and its application of wavelet ridge extraction[D]. Guizhou University, *Guizhou*, 2010.
- 陈蕴谷. 小波脊线提取算法及其应用研究[D]. 贵州大学, 贵州, 2010.
- [18] PRITT M D. Phase unwrapping by means of multigrid techniques for interferometric SAR[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1996, (34): 728-738.
- [19] DA F, HUANG H. A fast accurate phase unwrapping method for wavelet transform profilometry [J]. *Optics Communications*, 2012, **285**(4): 421-432.