

文章编号: 1000-4750(2016)09-0164-07

# 基于小波变换的苏通大桥非平稳 抖振响应演变谱实测研究

王 浩, 徐梓栋, 陶天友, 程怀宇

(东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室, 江苏, 南京 210096)

**摘 要:** 台风风速具有较为明显的非平稳特征, 使得非平稳风荷载作用下大跨斜拉桥的动力响应也势必表现出非平稳特性。为考察台风作用下大跨桥梁抖振响应的非平稳性, 该文以苏通大桥为研究背景, 采用基于小波变换的非平稳时间序列演变功率谱密度估计方法分析了该桥在“海葵”和“达维”台风期间的非平稳抖振响应。研究表明, 苏通大桥主梁振动能量主要集中在若干特定频段内; 由于台风风速存在非平稳性, 主梁抖振响应也表现出一定程度的非平稳特征; 基于小波变换的演变谱估计方法适用于开展实测结构响应的演变特性分析, 可较好地弥补传统傅里叶方法用于非平稳分析的不足。研究结论可用于验证大跨度斜拉桥非平稳抖振分析理论的可靠性, 同时可为大跨度斜拉桥的抗风设计提供参考。

**关键词:** 非平稳; 台风; 苏通大桥; 小波变换; 演变功率谱密度; 抖振响应

**中图分类号:** U441.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.02.0116

## FIELD MEASUREMENT STUDY ON THE EPSD OF NON-STATIONARY BUFFETING RESPONSE OF SUTONG BRIDGE BASED ON WT

WANG Hao, XU Zi-dong, TAO Tian-you, CHENG Huai-yu

(Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structures of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract:** The wind speed of typhoon exhibits obvious non-stationary characteristics, which leads to the non-stationary features in the dynamic response of long-span cable-stayed bridges. To investigate the non-stationary characteristics existing in buffeting response of long-span bridges under the action of typhoon, Sutong Bridge is taken as the research object. Based on wavelet transform (WT), the evolutionary power spectral density (EPSD) estimation method is employed to analyze the non-stationary buffeting response of Sutong Bridge during Typhoon Haikui and Damrey. The analytical results show that the vibration energy of the girder in Sutong Bridge is predominated by specific frequencies. Due to the non-stationary features of the typhoons, the buffeting response of the main girder exhibits non-stationary characteristics to some extent as well. The wavelet-based EPSD estimation method is suitable for analyzing the evolutionary characteristics of the measured structural response, and it is a good supplement for the traditional Fourier method in non-stationary analysis. The results can be utilized to validate the reliability of the non-stationary buffeting analysis theory and provide references for the wind-resistant design of long-span cable-stayed bridges.

**Key words:** non-stationary; typhoon; Sutong bridge; wavelet transform; evolutionary power spectral density; buffeting response

收稿日期: 2015-02-06; 修改日期: 2015-11-23

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973计划)青年科学家专项项目(2015CB060000); 国家自然科学基金项目(51378111, 51438002); 霍英东青年教师应用研究项目(142007); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-13-0128)

通讯作者: 王 浩(1980—), 男, 江西人, 研究员, 博士, 博导, 主要从事桥梁抗风与健康监测研究(E-mail: wanghao1980@seu.edu.cn).

作者简介: 徐梓栋(1993—), 男, 内蒙古人, 硕士生, 从事桥梁结构风工程研究(E-mail: 220151062@seu.edu.cn);

陶天友(1992—), 男, 江苏人, 博士生, 从事桥梁抗风及振动控制研究(E-mail: taotianyou1992@hotmail.com);

程怀宇(1990—), 男, 山东人, 硕士生, 从事桥梁结构风工程研究(E-mail: 220121609@seu.edu.cn).

对大跨度桥梁结构而言,随着跨度的增加,结构的整体刚度大幅度下降,其对风荷载的敏感性也将显著增强,从而使其在强/台风下的动力性能备受各界关注。近年来,现场实测为大跨度桥梁的性能诊断与评估提供了便捷的手段,强/台风期间实时采集的风与结构同步响应数据为验证和发展现有桥梁抖振分析理论和风洞实验技术提供了宝贵的实测依据<sup>[1]</sup>。

已有现场实测研究表明,台风风速存在着较强的非平稳特征<sup>[2]</sup>,使得台风作用下大跨度桥梁的抖振响应应具有非平稳特征。在大跨桥梁风致抖振数值计算方面,基于平稳假定的传统抖振计算理论会导致抖振响应的计算结果偏不安全<sup>[3]</sup>。因此,有必要开展台风期间实测大跨桥梁非平稳抖振响应分析研究,以期桥梁抗风设计以及强/台风期间大跨度桥梁的维护管理等提供更为精细、合理的分析手段。

小波变换(Wavelet Transform, WT)是一项集数学、科学计算和信号处理于一体的理论,特别适合于非稳定信号的分析。演变功率谱密度(Evolutionary Power Spectral Density, EPSD)指随时间推移的功率谱密度,是描述非平稳随机过程的重要参数。国内外已有学者利用 WT 处理非平稳信号的特点开展了非平稳信号功率谱密度的研究工作,如黄文峰博士<sup>[4]</sup>基于虚拟激励法发展了利用演变谱方式表达的非平稳抖振响应以及台风作用下大跨桥梁时变平均风响应的时频解析方法;曹晖等<sup>[5]</sup>比较了几种局部谱密度的估计方法,认为利用 WT 来估计局部谱密度有相当的优势;Spanos 和 Failla<sup>[6]</sup>提出的估计非平稳随机过程 EPSD 的 Spanos-Failla 方法适合于一般小波;同济大学的孔凡、李杰<sup>[7]</sup>基于局部平稳小波过程,提出了一种适用于任意小波的估计非平稳随机过程的 EPSD 方法。然而,上述研究主要涉及非平稳抖振数值计算、工程抗震等领域,在基于 WT 法开展台风作用下大跨度斜拉桥实测抖振响应 EPSD 研究方面,尚未见相关报道。

本文以建成时国内第一大跨度斜拉桥-苏通大桥为例,采用该桥结构健康监测系统实时采集的台风“达维”、“海葵”期间的主梁抖振响应数据开展其非平稳特性研究。实测抖振响应的平稳性检验表明,台风作用下该桥的抖振并非理想的平稳随机过程。为此,采用基于 WT 的 EPSD 估计方法对台风作用下桥梁实测抖振响应的非平稳特性进行了研

究,重点采用时频分析手段考察了主梁跨中抖振响应功率谱密度的演变特性,以期为大跨度斜拉桥的抗风设计及研究提供参考。

## 1 工程背景

主跨 1088 m 的苏通大桥,位于江苏省南通市与常熟市之间,2008 年建成通车时为世界第一大跨度斜拉桥,该桥采用双塔双索面,主梁为扁平流线型钢箱梁。考虑到该桥跨度较大,结构基频较低,对风荷载的动力作用较为敏感,为监测和评估大桥工作性能,保证苏通大桥在设计使用期内的安全运营,苏通大桥配备了一套完整的结构健康监测系统。其中,振动监测子系统是最为重要的组成部分之一,其加速度传感器在主梁上的布置如图 1 所示。该加速度传感器为双向加速度传感器,用于测量主梁竖向和侧向加速度,其不仅可以测得结构在日常环境、车辆荷载等作用下的振动响应,更可以实时监测大桥在强/台风、地震、船撞等突发荷载下的振动性能。

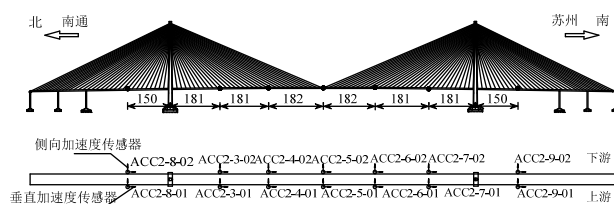


图 1 主梁加速度传感器布置图

Fig.1 Distribution of accelerometers on main girder

## 2 基于 WT 的非平稳随机过程的 EPSD 估计

### 2.1 小波变换法

WT 是一种把信号或函数分解成不同的频率成分,然后用与其尺度相匹配的分辨率研究每个成分的工具。WT 可视作信号在一组正交基函数上的分解,基函数可以通过一个原型小波的伸缩和平移得到。WT 方法优于经典的短时 Fourier 变换分析方法,其适用于连续或离散时间序列,尤其在信号的时频分析方面具有广泛的应用价值。

连续小波变换是由一个基本小波函数  $\psi(t)$  (满足条件  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega < +\infty$ , 其中  $\Psi(\omega)$  是  $\psi(t)$  的 Fourier 变换) 作平移和伸缩得到的信号分析方法。当平移和尺度因子分别为  $\tau$  和  $a$ ,  $f(t) \in L^2(R)$  的连续小波变换定义为:

$$CWT(\tau, a) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi_{\tau, a}(t)} dt = \langle f(t), \psi_{\tau, a}(t) \rangle \quad (1)$$

称  $\psi(t)$  为基本小波, 定义如下:

$$\psi_{\tau, a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \quad (2)$$

通过对平移因子  $\tau$  和尺度因子  $a$  做如下形式的离散:

$$a = a_0^j, \quad a_0 > 0, j \in Z \quad (3)$$

$$\tau = k\tau_0 a_0^j, \quad \tau_0 > 0, j, k \in Z \quad (4)$$

小波函数基函数变为:

$$\psi_{j, k}(t) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} t - k\tau_0) \quad (5)$$

离散小波变换定义为:

$$W_{j, k} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi_{j, k}(t)} dt \quad (6)$$

### 2.2 基于 WT 的非平稳时间序列 EPSD 估计理论

EPSD 用来描述功率谱密度在一定时段内的变换规律, 可以实现时域与频域的局部化, 是刻画非平稳随机过程的主要参量。抖振响应在不同时刻某一频率的功率谱密度可以由其 EPSD 准确的反映出来。在某个固定的时刻  $\tau_j$ , 非平稳随机过程  $y(t)$  的演变功率谱可以表达为:

$$S_{yy}(a, \tau) = |A(a, \tau)|^2 \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(-\frac{t-\tau_j}{a}\right) \right|^2 S_{xx}(a) \quad (7)$$

式中:  $A(a, \tau)$  为非均匀调制函数;  $S_{xx}(a)$  为平稳随机过程的功率谱密度函数。由时变功率谱的边缘特性, 有:

$$E\left[|W_y(a, \tau_j)|^2\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(-\frac{t-\tau_j}{a}\right) \right|^2 S_{yy}(a, \tau) d\tau \quad (8)$$

对于不同的时间点  $\tau_j$ , 求解形如式(8)的方程所组成的方程组, 并假设  $S_{yy}(a, \tau)$  形式如下:

$$S_{yy}(a, \tau) = \sum_{j=1}^n M_j(\tau) \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(-\frac{t-\tau_j}{a}\right) \right|^2 \quad (9)$$

其中,  $M_j(\tau)$  是和时  $\tau$  有关的权系数, 由如下的方程组求得:

$$\begin{bmatrix} \Delta_{1,1} & \Delta_{1,2} & \dots & \Delta_{1,m} \\ \Delta_{2,1} & \Delta_{2,2} & \dots & \Delta_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_{m,1} & \Delta_{m,2} & \dots & \Delta_{m,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1(\tau) \\ M_2(\tau) \\ \dots \\ M_m(\tau) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} E\left[|W_y(a, \tau_1)|\right] \\ E\left[|W_y(a, \tau_2)|\right] \\ \dots \\ E\left[|W_y(a, \tau_m)|\right] \end{bmatrix} \quad (10)$$

系数  $\Delta_{ij}$  表示为:

$$\Delta_{i,j} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(-\frac{t-\tau_i}{a}\right) \right|^2 \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(-\frac{t-\tau_j}{a}\right) \right|^2 dt \quad (11)$$

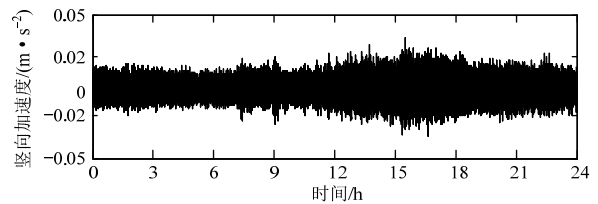
因此, 由式(11)建立系数矩阵, 与小波变换系数结合可建立加权系数方程式(10)。EPSD 的加权系数  $M_j(\tau)$  可由式(10)求解后得到, 最后由式(9)可算出非平稳随机过程  $y(t)$  的 EPSD, 并据此对  $y(t)$  开展时频分析<sup>[6]</sup>。

## 3 苏通大桥抖振非平稳特性分析

已有的台风作用下大跨度桥梁的风场特性及抖振响应现场实测研究通常基于平稳的随机过程假设<sup>[8-10]</sup>, 其忽视了由风向、风速显著变化而引起的结构非平稳抖振响应, 因而不能反映测试数据的时频特性及其功率谱密度的演变趋势。然而已有研究表明, 台风风场及其作用下实测桥梁抖振响应存在较为明显的非平稳特征<sup>[11]</sup>。为此, 本文以苏通大桥为例, 基于非平稳信号分析理论开展台风作用下大跨度桥梁实测抖振响应的非平稳特性研究。

### 3.1 苏通大桥实测抖振加速度响应时程

作为斜拉桥承重的主要构件, 主梁的振动响应备受关注。台风作用下斜拉桥主梁跨中振动响应幅值较大。因此, 以跨中截面的实测加速度数据为对象, 竖向和侧向加速度响应取跨中上下游对应实测结果的均值, 扭转加速度响应则由上下游竖向加速度响应的差值获得。其中, “海葵” 台风期间主梁跨中截面的加速度响应如图 2 所示。为了统一单位以便进行对比分析, 将扭转加速度响应乘以上下游传感器间距的一半。



(a) 竖向加速度时程响应

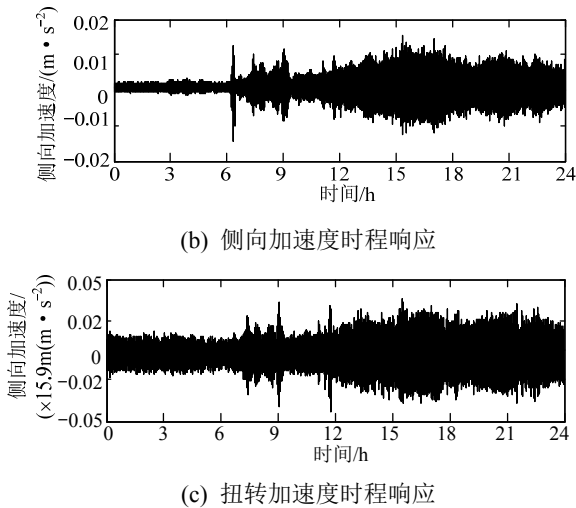


图2 “海葵”期间主梁跨中截面实测抖振加速度响应  
Fig.2 Measured buffeting responses in middle of main girder during Typhoon Haikui

### 3.2 实测加速度响应平稳性检验

本文采用游程检验法对“海葵”和“达维”台风期间苏通大桥在主梁跨中与主塔塔顶实测抖振加速度响应进行平稳性检验，分别以 10 min、20 min、30 min、40 min、50 min、60 min 为基本时距，统计得到各时距下非平稳序列所占比例，结果见表 1。表 1 中的非平稳比例为未能通过游程检验的样本数与样本总数的比值。

表 1 台风期间实测抖振加速度响应非平稳比例 / (%)  
Table 1 Non-stationary proportion of measured buffeting responses during typhoons

台风	截面位置	基本时距/min					
		10	20	30	40	50	60
	主梁竖向	33.33	30.56	25.00	31.25	33.33	38.89
	主梁侧向	29.17	27.08	30.56	31.25	33.33	34.03
	达维	主梁扭转	45.83	40.97	38.89	33.33	36.11
	主塔横桥向	20.70	26.96	24.88	24.88	26.27	26.96
	主塔纵桥向	37.40	37.40	38.79	33.22	34.61	29.74
	海葵	主梁竖向	37.50	40.97	36.11	43.75	43.06
	主梁侧向	37.50	44.44	47.22	58.33	62.50	51.39
	主梁扭转	29.17	30.56	30.56	33.33	38.89	43.75
	主塔横桥向	29.16	23.60	30.55	43.75	51.38	49.30
	主塔纵桥向	20.83	16.66	24.99	35.41	47.22	49.30
	平均比例	32.06	31.92	32.75	36.85	40.67	40.32

由表 1 可知：1) 由于台风本身存在明显的非平稳性，因此台风期间苏通大桥的振动加速度响应也表现出非平稳性；2) 台风“海葵”期间的主梁与主塔加速度响应非平稳特征较“达维”期间的更为明显，这主要是由于“海葵”台风的非平稳特性较“达维”台风更为明显；3) 游程检验结果表明，主梁与

主塔平均振动加速度响应非平稳比例介于 30%~50%，非平稳特性较为显著。其中非平稳比例与基本时距呈较弱的递增关系；4) 同一时距下，主梁振动的非平稳特征较主塔更为明显，故下面选取主梁进行分析。

### 3.3 实测加速度响应 EPSP 分析

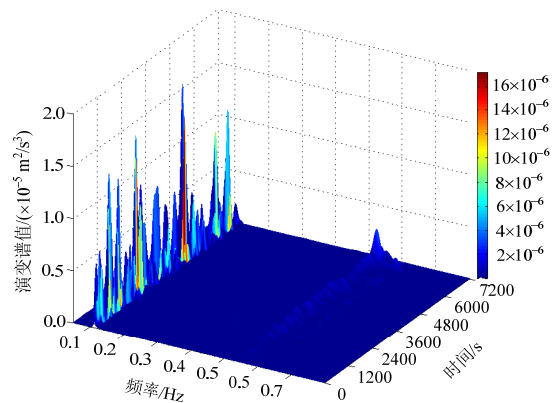
游程检验表明，台风期间苏通大桥主梁振动响应存在明显的非平稳特征，有必要对其进行 EPSP 分析。采用上述基于 WT 的非平稳时间序列 EPSP 估计方法对主梁振动响应进行了 EPSP 估计。已有研究指出，采用复 Morlet 小波对低频密集模态结构振动响应进行时频分析可取得较好的效果<sup>[11]</sup>。因此，本文 EPSP 分析基于复 Morlet 小波进行，其时域函数形式见下式：

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{j2\pi f_c t} e^{-t^2/f_b} \quad (12)$$

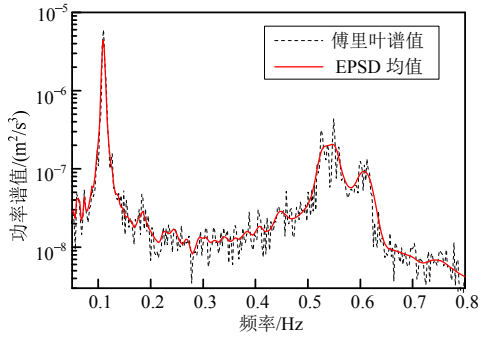
式中： $f_c$  表示中心频率； $f_b$  表示带宽参数，用于控制小波形状；分析时取  $f_b=6$  Hz、 $f_c=4$  Hz。

WT方法中小波函数的尺度因子与其分析频率的范围密切相关。该桥实测振动加速度数据的采样频率为20 Hz，理论分析得到的频率范围在0 Hz~10 Hz内。由于该桥主塔及主梁前几阶自振频率主要集中在0.06 Hz~0.6 Hz。为提高计算效率并保证时频分析的有效性，分析时小波尺度选为4/0.8~4/0.05，与之对应的分析频率范围是0.05 Hz~0.80 Hz。

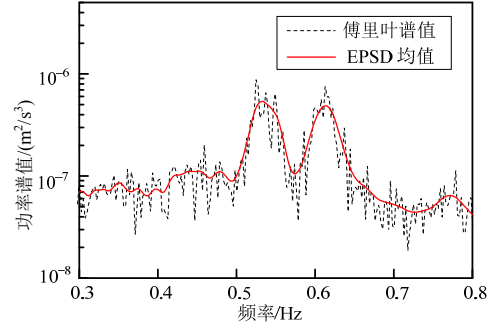
在数学层面上，EPSP关于时间的集综均值与傅里叶谱相吻合。为了验证上述基于WT的非平稳随机过程EPSP估计方法的可靠性，采用传统傅里叶变换技术分析了两次台风期间实测主梁振动响应的功率谱密度，并将EPSP估计结果与傅里叶谱值进行了对比，结果分别见图3和图4。



(a) 主梁侧向响应演变谱密度

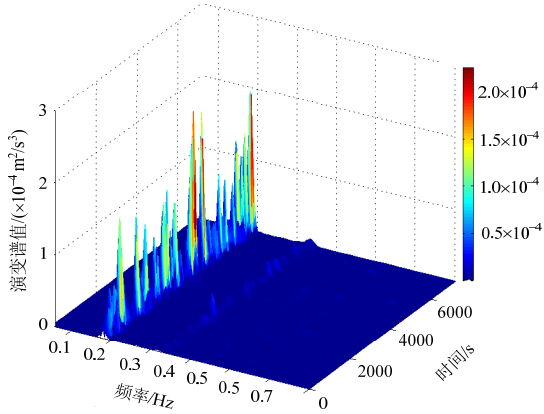


(b) 侧向响应演变谱均值与傅里叶谱对比

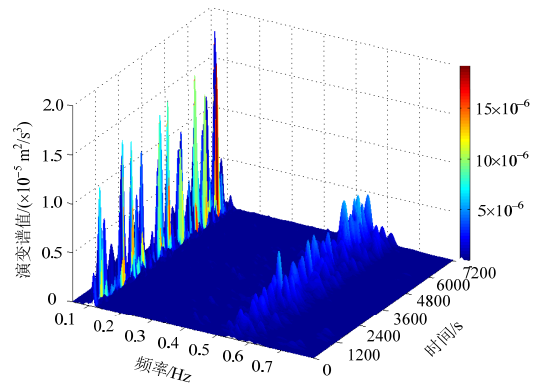


(f) 扭转响应演变谱均值与傅里叶谱对比

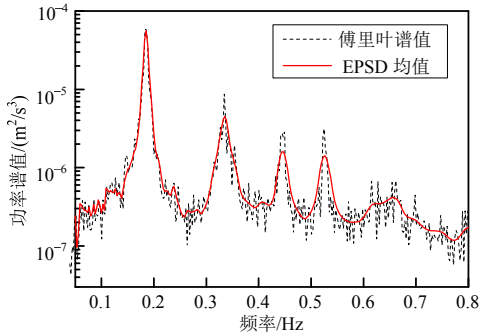
图3 “达维”期间主梁实测振动响应演变谱分析  
Fig.3 EPSD analysis of measured buffeting response of main girder during Typhoon Damrey



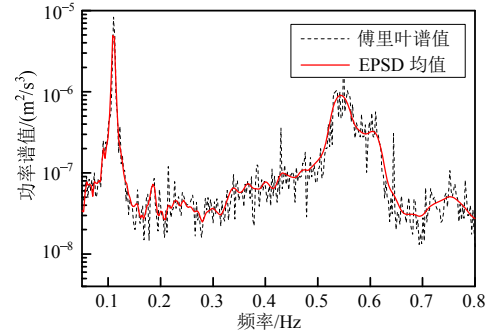
(c) 主梁竖向响应演变谱密度



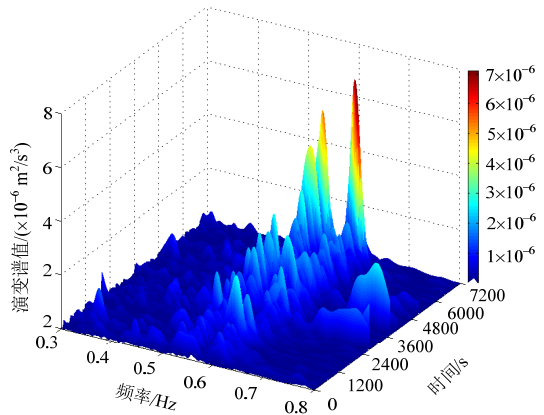
(a) 主梁侧向响应演变谱密度



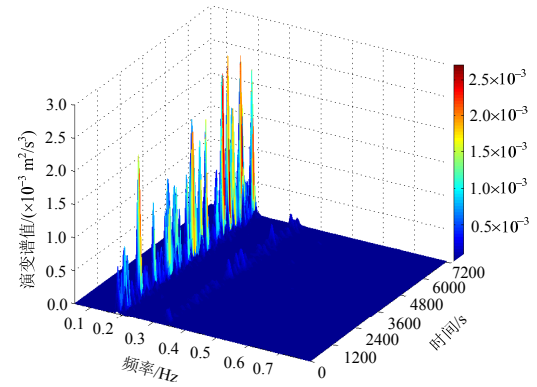
(d) 竖向响应演变谱均值与傅里叶谱对比



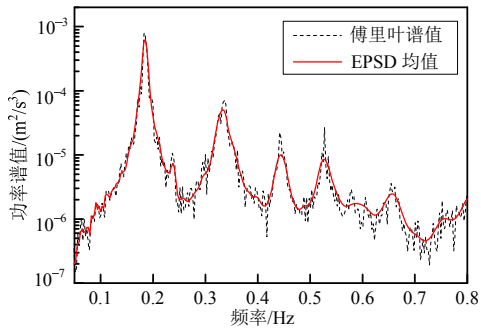
(b) 侧向响应演变谱均值与傅里叶谱对比



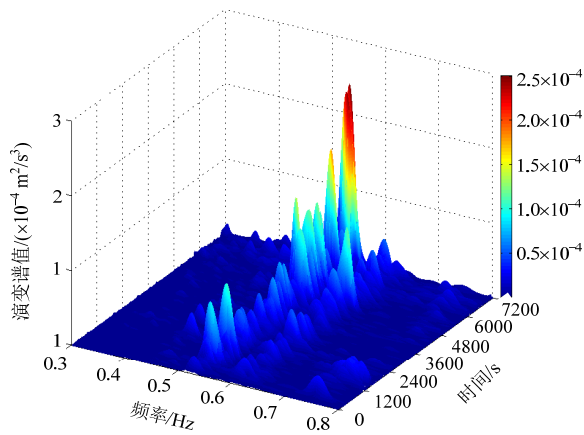
(e) 主梁扭转响应演变谱密度



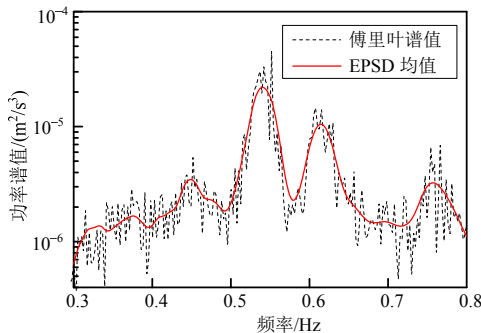
(c) 主梁竖向响应演变谱密度



(d) 竖向响应演变谱均值与傅里叶谱对比



(e) 主梁扭转响应演变谱密度



(f) 扭转响应演变谱均值与傅里叶谱对比

图4 “海葵”期间主梁实测振动响应演变谱分析

Fig.4 EPSD analysis of measured buffeting response of main girder during Typhoon Haikui

图3与图4清晰示出了苏通大桥在台风期间主梁振动响应的能量时频分布,以“海葵”台风期间为例,此时主梁的侧弯振动能量主要集中在0.1 Hz~0.15 Hz,受结构的基频控制,且主梁振动响应的功率谱密度存在明显的时变特性。“海葵”台风期间主梁振动响应基频附近EPSD值随时间的变化表明,主梁的振动能量随时间呈现出明显的波动性,间接说明了主梁振动响应的非平稳特性。EPSD均值与傅里叶谱的对比表明,无论侧弯、竖弯还是扭

转模态,EPSD均值与传统傅立叶谱值总体吻合良好,定性的验证了对台风期间该桥主梁抖振EPSD估计的可靠性。

## 4 结论

本文基于苏通大桥实测台风“达维”、“海葵”期间主梁加速度数据,采用基于WT的EPSD估计方法获得了主梁振动响应的EPSD,并据此研究了其非平稳抖振特性,得到主要结论如下:

(1) 两次台风期间苏通大桥实测抖振数据的平稳性检验结果表明,该桥主梁在台风作用下的抖振响应存在非平稳特性,有必要进行EPSD分析。EPSD分析结果表明,苏通大桥抖振响应的功率谱密度值存在明显的时变特征。

(2) 对传统傅里叶谱的分析表明,台风作用下苏通桥各方向主梁的振动能量主要由相应的基频控制,各高阶频率的贡献有限,且大体而言,频率值越高,对结构振动能量的贡献越小。

(3) 侧弯、竖弯和扭转振动响应的EPSD均值与传统傅里叶谱值均吻合良好,说明基于WT的EPSD估计方法适用于分析该桥实测结构非平稳振动响应功率谱密度的演变特性,可较好地补充传统傅里叶方法分析非平稳信号的不足,为大跨度斜拉桥在台风作用下的非平稳抖振响应分析提供了有效手段。

## 参考文献:

[1] 王浩, 李爱群, 谢静, 等. 基于斜风分解的台风韦帕作用下润扬悬索桥抖振响应现场实测研究[J]. 振动工程学报, 2009, 22(4): 430—437.  
Wang Hao, Li Aiqun, Xie Jing, et al. Field measurement on buffet response of Runyang suspension bridge during typhoon Wipha based on skew wind decomposition [J]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22(4): 430—437. (in Chinese)

[2] Chen J, Michael C H H, Xu Y L. A comparative study of stationary and non-stationary wind models using field measurements [J]. Boundary-Layer Meteorol, 2007, 122(1): 105—121.

[3] Hu L, Xu Y L, Huang W F. Typhoon-induced non-stationary buffeting response of long-span bridges in complex terrain [J]. Engineering Structures, 2013, 57: 406—415.

[4] 黄文峰. 台风数值模拟及其作用下大跨桥梁非平稳抖振响应分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.  
Huang Wenfeng. Typhoon wind field simulation and typhoon induced nonstationary buffeting response



- analysis of long-span bridge [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012.
- [5] 曹晖, 赖明, 白绍良. 地震底面运动局部谱密度的小波变换估计[J]. 工程力学, 2004, 21(5): 109—115.  
Cao Hui, Lai Ming, Bai Shaoling. Estimation of local spectral density of earthquake ground motion based on WT [J]. Engineering Mechanics, 2001, 21(5): 109—115. (in Chinese)
- [6] Spanos P D, Failla G. Evolutionary spectra estimation using wavelets [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2004, 130(8): 952—960.
- [7] 孔凡, 李杰. 非平稳随机过程功率谱密度估计的小波方法[J]. 振动工程学报, 2013, 26(3): 418—428.  
Kong Fan, Li Jie. Power spectrum estimation of non-stationary processes via wavelet [J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(3): 418—428. (in Chinese)
- [8] Brownjohn J M W, Boccione M, Curami A, et al. Humber bridge full-scale measurement campaigns 1990-1991 [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1994, 52(1/2/3): 185—218.
- [9] He X H, Yu X D, Chen Z Q. Nonstationarity analysis in wind-rain-induced vibration of stay cables [J]. Journal of Civil Engineering and Management. 2012, 18(6): 821—827.
- [10] Xu Y L, Chen J. Characterizing non-stationary wind speed using empirical mode decomposition [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2004, 130(6): 912—920.
- [11] Yan B, Miyamoto A. A comparative study of modal parameter identification based on wavelet and Hilbert-Huang transforms [J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2006, 21(1): 9—23.

(上接第 145 页)

- [26] 吴杰康, 唐利涛, 黄兔, 等. 基于遗传算法和数据包络分析法的水火电力系统发电多目标经济调度[J]. 电网技术, 2011, 35(5): 76—81.  
Wu Jiekang, Tang Litao, Huang Huan, et al. Multi-objective economic scheduling for hydrothermal power systems based on genetic algorithm and data envelopment analysis [J]. Power System Technology 2011, 35(5): 76—81. (in Chinese)
- [27] Menter F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications [J]. AIAA Journal, 1994, 32(8): 1598—1605.
- [28] 周奇, 朱乐东, 郭震山. 曲线风障对桥面风环境影响的数值模拟[J]. 武汉理工大学学报, 2010, 32(10): 38—44.  
Zhou Qi, Zhu Ledong, Guo Zhenshan. Numerical simulation for curve windshield barrier effects on wind environment around bridge deck [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2010, 32(10): 38—44. (in Chinese)
- [29] 李永乐, 安伟胜, 蔡宪棠, 等. 倒梯形板桁主梁CFD简化模型及气动特性研究[J]. 工程力学, 2011, 28(增刊I): 103—109.  
Li Yongle, An Weisheng, Cai Xiantang, et al. Simplified CFD modal and aerodynamic characteristics of inverted trapezoidal plate-truss deck [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(Suppl I): 103—109. (in Chinese)
- [30] 李永乐, 廖海黎, 强士中. 车桥系统气动特性的节段模型风洞试验研究[J]. 铁道学报, 2004, 26(3): 71—75.  
Li Yongle, Liao Haili, Qiang Shizhong. Study on aerodynamic characteristics of the vehicle-bridge system by the section model wind tunnel test [J]. Journal Of the China Railway Society, 2004, 26(3): 71—75. (in Chinese)
- [31] 孔民秀, 陈琳, 杜志江, 等. 基于NSGA-II算法的平面并联机构动态性能多目标优化[J]. 机器人, 2010, 32(2): 271—277.  
Kong Minxiu, Chen Lin, Du Zhijiang, et al. Multi-objective optimization on dynamic performance for a planar parallel mechanism with nsga-ii algorithm [J]. Robot, 2010, 32(2): 271—277. (in Chinese)
- [32] 卿文洁. 基于BCC模型的高新技术企业财务绩效评价研究-以湖南省上市高新技术企业为例[J]. 湘潭师范学院学报(社会科学版), 2009, 31(6): 62—64.  
Qing Wenjie. The evaluation research on financing performance of high technology corporations based on BCC Model-Using the listed high technology corporations of Hu Nan province as examples [J]. Journal of Xiangtan Normal University (Social Science Edition), 2009, 31(6): 62—64. (in Chinese)
- [33] 赫海龙, 踪家峰. 系统分析与评价方法[M]. 北京: 经济科学出版社, 2007: 213—215.  
Zong Jiafeng, Hao Hailong. Systemic analysis and Evaluation methods [M]. Beijing: Economic Science Press, 2007: 213—215. (in Chinese)