文章编号:1003－207(2016)08－0172－05
DOI:10.16381/j.cnki.issn1003－207x.2016.08.021

一类调节强度可变的弱化缓冲算子及其应用研究

刘解放[1,2],刘思峰[1],方志耕[1]

(1. 河南科技学院数学科学学院,河南 新乡 453003;
2. 南京航空航天大学经济与管理学院,江苏 南京 210016)

摘 要:在灰色系统缓冲算子公理体系下,根据灰色系统的“新信息优先原理”,构造了一类调节强度可变的弱化缓冲算子,并对其特性进行了研究。针对不同的建模背景,通过调整缓冲算子的参数,可以生成具有不同弱化效果的序列。最后,利用本文提出的缓冲算子,对两个实际案例进行了建模计算,计算结果表明,这类新的弱化缓冲算子能够有效提高 GM(1,1)模型的预测精度,解决定量预测结果与定性分析结论不符的问题。

关键词:缓冲算子;缓冲强度;弱化算子;预测精度

中图分类号:N94 **文献标识码**:A

1 引言

灰色系统是通过对原始数据的挖掘、整理来寻求其变化规律的。灰色系统理论认为,尽管客观系统表象复杂,数据离乱,但它总是有整体功能的,因此必然蕴含某种内在规律,关键在于如何选择适当的方式去挖掘它和利用它[1]。对于冲击扰动系统预测,模型选择理论也将失去其应有的功效,因为问题的症结不在模型的优劣,而是由于系统行为数据因系统本身受到某种冲击波的干扰而失真。这时候,系统行为数据已不能正确地反映系统的真实变化规律[2],基于此,刘思峰[3-4]教授提出了缓冲算子理论,对原始数据序列经过某种生成,弱化序列的随机性,使得序列呈现出应有的规律性,减弱冲击扰动系统的干扰,进而使得到的灰色预测模型更加符合事物的发展变化规律。

为减弱冲击因素的干扰,刘思峰教授[3]提出了缓冲算子的概念,并构造了一种得到较广泛应用的实用缓冲算子。党耀国等学者[5-12]构造了若干个弱化缓冲算子,并对其性质进行了研究。现有的弱化缓冲算子可以对受冲击因素干扰的系统特征数据进行弱化缓冲,在一定程度上提高了 GM(1,1)模型的预测精度。但不足之处在于,上述缓冲算子较少讨论缓冲算子的缓冲强度,且都是基于一种固定的缓冲强度,无法根据系统的特点进行缓冲强度的调节,还原系统的真实面貌,这在一定程度上限制了上述弱化缓冲算子的应用。基于此,根据灰色系统的“新信息优先原理”和“最少信息原理”,本文提出一种缓冲强度可以调节的弱化缓冲算子,新提出的弱化缓冲算子只需用到系统的当前信息和最新信息,充分考虑了系统最新信息的重要性,而且,通过调节强度参数,可以使缓冲后的序列更加能够反映系统的真实运行规律,减弱系统的冲击扰动,从而可以有效提高 GM(1,1)模型的预测精度,可以有效拓展弱化缓冲算子的应用范围。最后,通过实例验证了所提出的缓冲算子的有效性和实用性。

2 基本概念

定义 1 设系统行为数据序列为 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$

(1)若 $\forall k=2,3,\cdots,n, x(k)-x(k-1)>0$,则称 X 为单调增长序列;

(2)若 $\forall k=2,3,\cdots,n, x(k)-x(k-1)<0$,则称 X 为单调衰减序列;

收稿日期:2014－10－29; **修订日期**:2015－11－09
基金项目:国际人才引进计划资助项目(FP7-PIIF-GA-2013-629051);国家自然科学基金资助项目(91324003,71171113,71401051);国家自然科学基金与英国皇家学会国际合作交流项目(71111130211);国家科技重大专项(2009ZX11002);国家社会科学基金资助重点项目(12AZD102)
通讯作者简介:刘解放(1980－),男(汉族),河南周口人,河南科技学院数学科学学院讲师,博士,研究方向:灰色系统理论、装备研制管理等,E-mail:liujf101@126.com.

(3)若存在 $k,k' \in (2,3,\cdots,n)$，有

$x(k)-x(k-1)>0,x(k')-x(k'-1)<0$

则称 X 为随机振荡序列。设

$M=\max\{x(k) \mid k=1,2,\cdots,n\},m=\min\{x(k) \mid k=1,2,\cdots,n\}$

称 $M-m$ 为序列 X 的振幅。

公理 1[3]（不动点公理）设 X 为系统行为数据系列，D 为序列算子，则 D 满足

$x(n)d=x(n)$

公理 2[3]（信息充分利用公理）系统行为数据序列 X 中的每一个数据都应充分的参与算子作用的全过程。

公理 3[3]（解析化、规范化公理）任意的 $x(k)$，$k=1,2,\cdots,n$，皆可由一个统一的 $x(1),x(2),\cdots,x(n)$ 的初等解析式表达。

定义 3　称上述三个公理为缓冲算子三公理，满足缓冲算子三公理的序列算子称为缓冲算子。

定义 4　设 X 为原始数据序列，D 为缓冲算子，当 X 分别为增长序列、衰减序列或振荡序列时，若缓冲序列 XD 比原始序列 X 的增长速度（或衰减速度）减小或振幅缩小，则称缓冲算子 D 为弱化算子。

定理 1[3] 设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统行为序列，$XD=(x(1)d,x(2)d,\cdots,x(n)d)$ 为其缓冲序列，则有：

(1) X 为单调增长序列，D 为弱化缓冲算子 $\Leftrightarrow x(k)\leqslant x(k)d,k=1,2,\cdots,n$。

(2) X 为单调衰减序列，D 为弱化缓冲算子 $\Leftrightarrow x(k)\geqslant x(k)d,k=1,2,\cdots,n$。

(3) X 为振荡序列，D 为弱化缓冲算子，则

$\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}\geqslant\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d\}$，$\min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}\leqslant\min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d\}$

上述定理表明，单调增长序列在弱化算子作用下数据膨胀，单调衰减序列在弱化算子作用下数据萎缩，震荡序列在弱化算子作用下振幅减小。

3　一类新的弱化缓冲算子的构造

定理 2　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))(x(k)>0)$，为系统行为序列，$XD_1=(x(1)d_1,x(2)d_1,\cdots,x(n)d_1)$ 为其缓冲序列，其中：

$$x(k)d_1=x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha},0<\alpha<1,k=1,2,\cdots,n.$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列和震荡序列时，D_1 皆为弱化缓冲算子。

证明 不难验证，D_1 满足缓冲算子三公理，显然 D_1 为缓冲算子，以下证明 D_1 是弱化缓冲算子。

(1)设 X 为单调增长序列，则：

$$x(k)d_1-x(k)=x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}-x(k)=x(k)\left(x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}-1\right)$$

因为 X 是单调增长序列，所以 $\frac{x(n)}{x(k)}>1$，且 $\alpha>0$，所以 $\left(x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}-1\right)>0$，即：

$x(k)d_1>x(k)$

由定理 1 可知，D_1 为弱化缓冲算子，且 $x(k)d_1-x(k+1)d_1=x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}-x(k+1)\left(\frac{x(n)}{x(k+1)}\right)^{\alpha}=x(n)^{\alpha}(x(k)^{1-\alpha}-x(k+1)^{1-\alpha})$。

因为 $0<\alpha<1$，所以 $1-\alpha>0$，又因为 X 是单调增长序列，所以 $x(k)<x(k+1)$，因此：

$x(k)d_1-x(k+1)d_1=x(n)^{\alpha}(x(k)^{1-\alpha}-x(k+1)^{1-\alpha})<0$，这说明缓冲算子 D_1 作用后的序列和原始序列的单调性保持一致。

(2)设 X 为单调衰减序列，则：

$$x(k)d_1-x(k)=x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}-x(k)=x(k)\left(x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}-1\right)$$

因为 X 是单调衰减序列，所以 $\frac{x(n)}{x(k)}<1$，且 $0<\alpha<1$，所以 $\left(x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}-1\right)<0$，即：

$x(k)d_1<x(k)$。由定理 1 可知，D_1 为弱化缓冲算子。

且：

$$x(k)d_1-x(k+1)d_1=x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}-x(k+1)\left(\frac{x(n)}{x(k+1)}\right)^{\alpha}=x(n)^{\alpha}(x(k)^{1-\alpha}-x(k+1)^{1-\alpha})$$

因为 $0<\alpha<1$，所以 $1-\alpha>0$，又因为 X 是单调衰减序列，所以 $x(k)>x(k+1)$，因此：

$x(k)d_1-x(k+1)d_1=x(n)^{\alpha}(x(k)^{1-\alpha}-x(k+1)^{1-\alpha})>0$，这说明缓冲算子 D_1 作用后的序列和原始序列的单调性保持一致。

(3)设 X 为震荡序列，若：

$x(M)=\max\{x(k) \mid k=1,2,\cdots,n\},x(m)=\min\{x(k) \mid k=1,2,\cdots,n\}$

$$x(M)d_1 - x(M) = x(M)\left(\frac{x(n)}{x(M)}\right)^{\alpha} - x(M) = x(M)\left(\left(\frac{x(n)}{x(M)}\right)^{\alpha} - 1\right) < 0$$

$$x(m)d_1 - x(m) = x(m)\left(\frac{x(n)}{x(m)}\right)^{\alpha} - x(m) = x(m)\left(\left(\frac{x(n)}{x(m)}\right)^{\alpha} - 1\right) > 0$$

所以，$x(M)d_1 < x(M)$，$x(m)d_1 > x(m)$，由定理 1 可知，D_1 为弱化缓冲算子。

定理 3　设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))(x(k) > 0)$ 为系统行为序列，$XD_2 = (x(1)d_2, x(2)d_2, \cdots, x(n)d_2)$ 为其缓冲序列，其中：

$$x(k)d_2 = \frac{x(k)}{n-k+1}\sum_{i=k}^{n}\left[\frac{x(n)}{x(i)}\right]^{\alpha}, 0 < \alpha < 1, k = 1,2,\cdots,n.$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列时，D_2 皆为弱化缓冲算子。

证明　不难验证，D_2 满足缓冲算子三公理，显然 D_2 为缓冲算子，以下证明 D_2 是弱化缓冲算子。

(1)设 X 为单调增长序列，则：

$$x(k)d_2 - x(k) = \frac{x(k)}{n-k+1}\sum_{i=k}^{n}\left[\frac{x(n)}{x(i)}\right]^{\alpha} - x(k) > \frac{x(k)}{n-k+1}\sum_{i=k}^{n}\left[\frac{x(n)}{x(n)}\right]^{\alpha} - x(k) = x(k) - x(k) = 0$$

因此 $x(k)d_2 > x(k)$。由定理 1 可知，D_2 为弱化缓冲算子。

(2)设 X 为单调衰减序列，则：

$$x(k)d_2 - x(k) = \frac{x(k)}{n-k+1}\sum_{i=k}^{n}\left[\frac{x(n)}{x(i)}\right]^{\alpha} - x(k) < \frac{x(k)}{n-k+1}\sum_{i=k}^{n}\left[\frac{x(n)}{x(n)}\right]^{\alpha} - x(k) = x(k) - x(k) = 0$$

因此 $x(k)d_2 < x(k)$。由定理 1 可知，D_2 为弱化缓冲算子。

从缓冲算子的构造过程可以看出，新的缓冲算子充分的利用了最新的信息 $x(n)$，符合灰色系统理论的“新信息优先原理”，同时，由于新的缓冲算子含有调节参数，因此，其缓冲强度可以根据建模的需要进行调节，使得调节后的缓冲算子更加符合系统的发展规律。

4　实例分析

实例 1　为了验证新的弱化缓冲算子的作用，以 2003－2009 年河南省能源消费总量为原始数据来构建预测模型。

表 1　2003－2009 年河南省能源消费总量
(单位:万吨标准煤)

时间	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
消费量	10595	13074	14625	16234	17838	18976	19751

本文以 2003－2008 年河南省能源消费总量的数据序列作为模拟数据，2009 年数据序列作为预测数据。计算河南省能源消费总量增长率依次为 23.40%，11.86%，11.00%，9.88%，6.38%，4.08%。可以看出，相比之下，2004－2007 年的增长速度较快，2008－2009 年的增长速度较慢，若直接利用原始数据建立灰色预测模型，则会导致所建立的模型无法准确反映系统的变化情况，所得到的预测结果偏低。为了提高模型的预测精度，需要对原始数据序列进行平滑，以削弱冲击扰动系统的干扰，凸显数据的规律性。

因此，以本文所提出的弱化缓冲算子对原始数据序列进行弱化处理，并选择适当的参数 α 的值，建立预测模型，并与直接利用原始数据建立的模型进行对比，结果见表 2。

表 2　弱化缓冲算子作用前后的 GM(1,1)模型的计算结果对比

序列	GM(1,1)模型	预测值	预测相对误差/%
X	$\hat{x}(2003+k)d = 12134.89e^{0.0922k}$	21103.07	6.85
XD_1 (α=0.5)	$\hat{x}(2003+k)d = 15149.94e^{0.0467k}$	20044.26	1.48
XD_1 (α=0.7)	$\hat{x}(2003+k)d = 16571.83e^{0.0281k}$	19617.86	0.67
XD_1 (α=0.8)	$\hat{x}(2003+k)d = 17335.28e^{0.0188k}$	19617.86	1.76

从表 2 可以看出，当 $\alpha = 0.7$ 的时候，预测相对误差最小，预测精度为 99.33%，随着 α 值的减小，算子的弱化效果减弱，随着 α 的值增大，算子的弱化效果增强。对于不同的模型，可以调节 α 的值，以达到最佳的预测效果，也可以借助智能优化算法，如粒子群算法，遗传算法等寻找最优的参数 α 的值，以达到最优的预测效果。

实例 2 以党耀国[7] 中的数据为例，来验证本文提出的缓冲算子的优越性。原始数据 X=(0.33，0.9，10.24，42.24，88.24，104.10)．增长率依次为 172.73%，1037.78%，312.50%，108.90%，

17.97%，序列的变化率呈现出明显的先快后慢的特点。以前 5 个数据为模拟数据，以第 6 个数据为预测数据，直接建模和对于缓冲后的序列建模的计算结果，如表 3 所示，其中 D 为党耀国[7]研究中采用的二阶缓冲算子。

表 3　弱化缓冲算子作用前后的 GM(1,1) 模型的计算结果对比

模型	弱化缓冲算子作用	预测值	预测误差/%
1	无	296.41	184.74
2	$\alpha=0.9$	104.40	0.29%
3	D	109.42	5.11%

从表 3 可以看出，经过本文提出的弱化缓冲算子的调节，有效的减少了系统的冲击扰动，经过缓冲强度的优化，可以使得预测误差大幅减少。

5　结语

在已有研究的基础上，根据灰色系统的“新信息优先原理”，本文提出一种缓冲强度可以调节的弱化缓冲算子，并分析了其性质。以 2003 年－2009 年河南省能源消费总量为原始数据，利用本文构造的弱化算子对原始序列与经过弱化后的数据序列分别进行建模，比较所建模型的预测精度。实例的运算结果表明：(1)经过弱化缓冲算子作用后的数据序列在预测精度上比用原始数据序列预测精度均有显著提高；(2)通过调节参数 α 的值，可以调节弱化缓冲算子的弱化效果，使得弱化效果增强或者减弱，以达到最佳的预测效果。针对不同的数据，如何选择不同的弱化缓冲算子，使得弱化后的序列更加符合系统的发展变化规律，以及如何选择缓冲算子的阶数，都是未来值得研究的课题。

参考文献：

[1] 邓聚龙．灰理论基础[M]．武汉：华中科技大学出版社，2002.

[2] 刘思峰，党耀国，方志耕，等．灰色系统理论及其应用(第 5 版)[M]．北京：科学出版社 2010.

[3] Liu Sifeng. The three axioms of buffer operator and their application[J]. Journal of Grey System, 1991, 3(1)：39－48.

[4] 刘思峰．冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子[J]．华中理工大学学报 1997，25(1)：25－27.

[5] 党耀国，刘斌，关叶青．关于弱化算子的研究[J]．控制与决策，2005，20(12)：1332－1336.

[6] 党耀国，刘思峰，米传民．弱化缓冲算子性质的研究[J]．控制与决策，2007，22(7)：730－734.

[7] 党耀国，刘思峰，刘斌，等．关于弱化缓冲算子的研究[J]．中国管理科学，2004，12(2)：108－111.

[8] 吴正朋，刘思峰，米传民，等．基于反向累积法的弱化缓冲算子序列研究[J]．中国管理科学，2009，17(03)：136－141.

[9] 谢乃明，刘思峰．弱化缓冲算子的性质与若干实用弱化算子的构造[J]．统计与决策，2006，(4)：9－10.

[10] 崔立志，刘思峰，吴正朋．新的弱化缓冲算子的构造及其应用[J]．系统工程理论与实践，2010，0(3)：484－489.

[11] 花玲，谢乃明．政策冲击影响下中国能源消费预测分析及控制策略[J]．中国管理科学，2014，22(07)：18－25.

[12] 叶璟，李炳军，刘芳．弱化缓冲算子对 GM(1,1)模型的预测效应及适用性[J]．系统工程理论与实践，2014，34(09)：2364－2371.

[13] Wu Zhengpeng, Liu, Sifeng, Mi Chuanmin, et al. Study on the sequence of weakening buffer operator based on old weakening buffer operator[J]. Journal of Grey System, 2008, 20(3)：229－234.

[14] Liao Ruijin, Bian Jianpeng, Yang Lijun, et al. Forecasting dissolved gases content in power transformer oil based on weakening buffer operator and least square support vector machine-Markov[J]. Iet Generation Transmission &Distribution, 2011, 6(2)：142－151.

[15] Zhou Han, Huang Jiejun, Yuan Yanbin, et al. Prediction of water consumption in hospitals based on a modified grey GM (0,1|sin) model of oscillation sequence：The example of wuhan city[J]. Journal Of Applied Mathematics, 2014：1－7.

[16] Luo Dang, Wang Xia. The construction of new weakening buffer operators and their application[J]. Grey Systems：Theory and Application, 2011, 1(2)：148－157.

[17] Wei Yang, Kong Xinhai, Hu Dahong. A kind of universal constructor method for buffer operators[J]. Grey Systems：Theory and Application, 2011, 1(2)：178－185.

[18] 刘永菲，张辉，解忠诚．一类新弱化缓冲算子的构造[J]．中国传媒大学学报(自然科学版)，2014，21(03)：51－55，41.

A Class of New Weakening Buffer Operators Whose Adjustable Intensity Can be Changed and Their Applications

LIU Jie-fang[1,2], LIU Si-feng[1], FANG Zhi-geng[1]

(1. School of Mathematical Science, Henan Institute of Science and Technology, Xinxiang 453003, China;
2. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Under the axiomatic system of buffer operator in grey system, a class of new weakening buffer operators whose adjustable intensity can be changed are constructed based on the 'new information priority principle' of grey system. The new weakening buffer operators are as following: $x(k)d_1 = x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\alpha}$, $0 < \alpha < 1, k = 1, 2, \cdots, n$. The new weakening buffer operators are very concise in the form, and are very convenient in the practical application. Then their characters are studied. In view of different modeling background, data sequences with different strengthening effect can be generated by adjusting the parameters of the buffer operator. Finally, the buffer operator that was put forward in this paper was used to the total energy consumption in Henan province in 2003—2009. The calculation results show that these new weakening buffer operators can effectively improve the forecasting accuracy of GM (1,1) model. This can solve the problem that the quantitative prediction results do not tally with the qualitative analysis.

Key words: buffer operator; buffer intensity; weakening operator; forecast precision