

文章编号:1003-207(2016)06-0159-12

DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2016.06.019

大规模客运专线网络运营优化模型与求解算法

蓝伯雄,王童姝

(清华大学经济管理学院,北京 100084)

摘要:本文在分析铁路运营优化模型的研究进展的基础上,提出了一个适合大规模客运专线网络运营的优化模型,并提出了求解此模型的列生成算法和启发式快速算法。目的是将客运专线网络的开行方案优化与动态收益优化问题结合起来,解决更大、更复杂的客运网络运营优化问题。模型以列车运营总收益最大化为目标。用随机生成数据进行的模型试验表明,模型及算法可以在较短的时间内求解较大规模的收益管理优化问题。

关键词:优化模型;收益管理;客运专线;列生成算法

中图分类号:O22 **文献标识码:**A

1 引言

铁路运输的优化问题一直受到管理科学和运筹学界的广泛关注,到目前为止已发表了大批研究论文。旅客列车开行计划在铁路运输组织中占有极为重要的地位,是铁路旅客运输组织及运营的基础。

高速铁路以其速度快、运能大、耗能低、污染小、占地少和安全性能好等一系列突出的优势,引起了世界各国的重视,高速铁路已成为很多国家发展旅客运输的主要方式。为解决我国长期存在的铁路客运能力严重不适应经济社会发展的矛盾,中国加快发展高速铁路是必然选择。据统计,中国已成为世界上高速铁路硬件技术最全面、集成能力最强、运行速度最高、运营里程最长、在建规模最大的国家,运营的高速铁路已达到1.9万多公里。

高科技的高铁硬件系统需要先进的运营管理技术与之匹配,然而,我国对于客运专线运输管理的理论研究还在起步阶段。高速铁路运送的客流性质、承担的运输任务以及提供给旅客的服务水平都与既有铁路有较大不同。因此,为满足我国快速轨道交通在新时代发展的需要,必须研究科学、有效、便捷的现代旅客运输组织理论,充分挖掘现有运输设

备潜能以满足日益扩大的市场需求,提高铁路运输企业的经济效益与竞争能力。

目前我国旅客列车开行方案的编制主要由手工制定,一般是以现行运行图中的列车开行方案为基础,根据客流预测,确定新的旅客列车开行方案。在我国高速铁路客运专线网络日益扩大的今天,这种以人的经验判断和简单分析为主要手段编制运营计划的方法显然已不适应铁路现代化管理的需要,因此研究编制铁路运营计划的优化方法已经是非常紧迫和重要的任务。

本文研究高铁客运网络列车运营计划编制的优化方法,将列车开行方案优化与收益管理优化结合在一个统一的运营优化模型中。模型可处理动态需求数据,并可编制与需求相适应的列车开行方案,模型同时还可以根据票价一需求信息给出每次列车为不同票价席位分配的坐席数量,寻求客运网络整体运营收益的最大化。经过优化的运营方案可以显著降低运营成本、提高乘坐率和售票收入。

从本文第二节的研究进展综述可知,还没有看到将列车开行方案与收益管理优化结合在一起的研究工作,著名的法国铁路公司(SNCF)与SABRE合作开发的模型^[1]也是将其分开优化。显然将两者结合在一起的优化模型可以获得更好的优化效果。因此本研究工作具有明显的创新性和挑战性。

2 铁路运营管理优化模型的研究进展

铁路运输的优化问题一直受到管理科学和运筹学界的广泛关注,到目前为止已发表了大批研究论

收稿日期:2015-10-19; 修订日期:2016-04-12

通讯作者简介:蓝伯雄(1950-),男(汉族),黑龙江人,清华大学经济管理学院教授,博士生导师,研究方向:大系统优化理论与算法、供应链优化模型、收益管理优化模型, E-mail: lanbx@sem.tsiuqhua.edu.cn.

文。在铁路运营管理优化模型的研究领域,主要研究工作集中在两个方向。一个方向是研究编制铁路开行计划的优化模型,另一个方向是研究铁路运营收益管理模型。

在编制铁路开行计划方面已发表大量文献,Goossens 等人^[2]、Goossens^[3]、Schöbel^[4]综述了解决开行计划的主要模型,介绍了这些模型的特点、数学方法和算法。制定开行计划模型一般分为成本导向、旅客导向、多目标规划和博弈等模型。成本导向模型是制定开行计划的主流模型。这类模型在给定线路网络结构、每条网络边(轨道)上的客流量、列车开行成本和运能约束的条件下,寻找运营成本最小的开行计划。模型不仅能确定列车的路径和发车频率,还能结合客流变化情况优化车辆的需求数量。Claessens 等人^[5]和 Bussieck^[6]建立了最初的整数规划模型,成为后续研究的基础。Goossens^[7,8]进一步将模型扩展为多线路计划问题,研究同一客运线路中采用不同停站方案的列车开行计划问题。

旅客导向模型又分为追求直达旅客数量最大化和旅行时间最小化两种模型。Dienst^[9]首先提出了无载客能力限制的直达旅客最大化的整数规划模型,并用一种不断加入新线路的分支定界方法求解。Bussieck 等人^[10]提出了有能力限制的使直达旅客数最大化的开行计划模型,放松了发车频率限制,使其成为优化变量,并引入了预算约束。更详细的介绍可参阅 Bussieck^[11]的文章,他将这类模型方法称为“修改的直达旅客方法”,建议通过预处理和约束生成技术来构建模型,并开发了求解这类模型的计算机软件。Schöbel 和 Scholl^[12,13],Scholl^[14]提出了旅行时间最小的开行计划模型。该模型在满足预算约束的前提下,使所有旅客的总旅行时间最小化。Nachtigall 和 Jerosch^[15]扩展了旅行时间的范畴,包括了换乘时间成本和惩罚成本。

收益管理起源于航空业,大量收益管理研究都围绕航空业展开。尽管收益管理方法在航空业获得广泛的成功应用,但是该方法在铁路行业的应用却十分有限,涉及铁路客运收益管型的文献亦不多见。Dorhout^[16]指出铁路和航空有明显相似性,可以借鉴收益管理在航空业的应用来构建适用于铁路的收益管理方法。但他同时阐述了铁路和航空在战略、商业模式、组织、系统和数据方面的不同,一些在航空界很成熟的模型方法并不能简单照搬到铁路客运系统上,需要根据铁路客运系统的特点开发适合铁路客运系统的收益管理模型。

Ben-Khedher 等人^[1]最早报道了收益管理方法在法国铁路公司(SNCF)的应用,开发的模型系统包括收益管理系统(RailRev),计划编制系统(Rail-Plus),和运能调整系统(RailCap),但并没有介绍收益管理使用的模型和方法。Ciancimino 等人^[17]第一次建立了可以求解单一票价,多路段能力分配的收益管理模型。该模型成为后续研究的基础,后续研究者不断引入更多与铁路客运相关的限制性约束,增加问题的复杂度。Kraft 等人^[18]讨论了 Bid Price 方法和 EMSR 方法在铁路收益管理应用和存在的问题,分析了铁路网路性带来的收益组合优化的特点,以及如何在整条线路上获得最优的 OD 票价组合。Hood^[19]开发了一个 MERLIN 模型(Model to Evaluate Revenue and Loadings for Inter City),通过考虑乘客选择因素来预测运输需求,以改进开行计划和定价决策质量。Bharill and Rangaraj^[20]介绍了印度铁路公司应用收益管理的情况,研究了不同产品的价格弹性,并利用价格弹性建立预测模型,预测票价和其他成本变化时对需求变化的影响。You Pengsheng^[21]对 Ciancimino 等人的工作进行了扩展,将单一票价、多路段模型扩展为两级票价,多路段模型。

Hetrakul 和 Cirillo^[22]利用离散选择方法和优化模型为不同票价和 OD 分配座位,但实际只求解了 9 个站点网络和 4 次列车的小规模问题。Kroon^[23]研究了存在干扰时的收益管理问题,用模拟模型和规划模型相结合的启发式算法,通过反馈迭代来寻求最优的列车调度与客流重新安排途径,提供一种可以处理实时动态客流的收益管理方法。Armstrong 等人^[24]、Zhang Xiaoqiang 等人^[25]对收益管理在铁路客、货运输的应用进行了综述,Zhang Xiaoqiang 等人^[25]还并对中国的研究动态进行了综述。

目前搜索到的文献中,还没有看到能真正解决大规模复杂客运网络的收益管理问题的模型和方法,建立的模型都做了很多简化,已经不符合实际运营的条件。

铁路运营管理要同时解决列车开行线路、开行时间的优化问题和能力调整,资源配置(不同等级席位在不同 OD 需求中的分配)的优化问题。现在大部分研究是将这两个问题分开求解,还无法将它们整合到一个统一模型中。然而,随着高速客运的快速发展,高铁客运专线已经在网络化、公交化方面有了快速进展,旅行需求也有了快速的增长并更关注

出行时间的方便与快捷。这些因素都要求将列车开行优化与收益管理优化统一起来,构建统一的铁路运营优化模型。

本文作者曾研究过单条客运专线的收益管理模型^[26]和客运专线网络的开行方案优化模型^[27]和求解该问题的列生成方法^[28]。蓝伯雄和张力^[26]的模型只涉及一条客运专线,尽管模型可以解决单一线路的列车开行方案和收益管理优化问题,但单线问题的复杂度与网络结构问题相差甚远。将单线模型推广到网络结构涉及更复杂的开行方案选择和乘客转运问题,模型复杂度和规模显著增加。

蓝伯雄和吴李知^[27]的模型只能优化客运网络静态开行方案。模型中发车变量不对应具体列车,而是代表有相同始发一到达站的一组列车。模型既不能处理随时间分布的动态需求,制定具体的列车开行时刻表,也不能解决收益管理的席位控制问题。

本研究的创新之处是将上述两个模型整合在一起,将客运专线网络的开行方案优化与动态收益优化结合起来。构造的模型既可以优化复杂高铁网络的列车开行计划,又可以根据动态需求数据,优化不同折扣等级需求在各次列车上的席位分配数量。

本论文研究的模型是一个超大规模的混合整数规划模型,求解十分困难,因此本研究在模型简化和快速算法方面进行探讨,对蓝伯雄和吴李知^[28]提出的列生成方法进行了改进,显著提高了求解效率与精度。

3 客运专线网络运营模型

考虑一个由 V 个站点, E 个连接弧(站点间的连接轨道)构成的客运专线运输网络 TN 。线路 $q \in Q$ 是 TN 中的一条定期开行列车的开行路径。线路构成需要满足铁路运营的技术限制条件,但其超出本模型考虑的范围。大部分开行计划优化模型都使用从给定线路池中选择一个子集的方法,因此本文假定线路 q 和可行线路池 Q 都外生给定,即模型优化的列车开行线路在技术上是可行的。列车 k 是在指定线路上运行,有一定载客能力,可为该线路上多个 OD 提供客运服务的动车组。

令 D_{ul} 表示 t 期、 l 折扣等级的 OD 需求矩阵, $(D_{ul})_{ij}$ 或 d_{dij} 是 t 期、 l 折扣等级从 OD 起始站 $i \in V$ 到终点站 $j \in V$ 的需求数量。如果 $d_{dij} > 0 \exists t, l$, 则 (i, j) 是一个 OD 对,并用下标 p 表示该 OD 对。未来时间的客运需求是随机变量,但从收益管理的角度出发,需要对客运需求进行预测,并利用预测的期望值作为确定性的需求数据。因此本文假设需求数

据是一个通过预测获得的确定性数据。

在网络环境下,满足一个旅行距离较长的 OD 需求可以有多种中转换乘方案。允许中转会使得旅客出行路径更趋复杂化,大大增加模型的维度和求解难度,这一点在后面模型构造描述中会进一步说明。

3.1 模型基本假设

为简化模型的表达,对本文研究的客运专线系统做出如下假设:

(1) 网络结构:由多条客运专线构成的网络 TN ;

(2) 动态的 OD 客运需求:每天的 OD 客运需求分布在不同时间段上;

(3) 多发车类型:可处理不同发车线路(本线车、跨线车),不同载客能力(重联、非重联)、不同停车模式(直达车、大站车)等复杂发车类型;

(4) 多票价等级:不同折扣率(全价票、打折票);

(5) 中转客流:允许 OD 客流中转运送,可减少发车数,提高坐席利用率。

3.2 模型参数及变量

(1) 模型下标

t :时间周期, $t = 1, \dots, T; (t \in T)$

p :OD 需求, $p = 1, \dots, N; (p \in N)$

i :站点(station) $i = 1, \dots, S; (i \in S)$

e :路段(leg), $e = 1, \dots, M; (e \in M)$

k :列车, $k = 1, \dots, K; (k \in K)$

l :票价(席位)等级, $l = 1, \dots, L; (l \in L)$ 。

(2) 参数定义

d_{tpl} : t 期、 p -OD、 l 席位客运需求;

p_{pl} : p -OD、 l 席位的票价;

c_k : k 列车发单组动车的发车固定成本;

cap_k : k 列车提供坐席能力的 n_k 维向量, n_k 是 k 列车停站间的路段数;

α_{tp} :可以发送 t 期、 p -OD 直达客流的列车集合;

β_{kt} : k 列车可运送 t 期 p -OD 客流的 OD 集合;

γ_{tp}^i :可以发送 t 期、 p -OD、第 i 种中转方式的列车集合,该集合的每个成员包含一对前后衔接的列车, $i \in \phi_p$;

ϕ_p : p -OD 的中转节点(中转方式)集合;

q_{kp} : p -OD 与 k 列车径路的 n_k 维关联向量, n_k 是 k 列车停站间的路段数;

φ_{jl} : t 期、 p -OD、 j 票价等级运输需求向 l 票价等级转移的转移概率;

A_p : $m_p \times n_p$ 维矩阵, p -OD 标准换乘网络中站点与运输弧的关联矩阵, m_p 和 n_p 分别是该网络的站

点个数和运输弧个数。

本文对蓝伯雄和吴李知^[27]使用的 A_p 换乘网络进行了简化。例如一个有四个站点(包含两个换乘站点)的标准换乘网络,会存在多种运输路径(直达和多种中转方式)。其换乘网络和关联矩阵分别由图 1(a)和图 2(a)所示。尽管标准换乘网络涵盖各种可能换乘方式,但也存在允许多次换乘会降低旅行品质,且增加模型复杂度等缺点。为简化模型,本文规定每个 OD 网络中的客流最多允许一次换乘。对上述 OD 例子,其对应的换乘网络和 A_p 矩阵分别如图 1(b)和图 2(b)所示。

描述上述允许多次换乘的网络需要 4 个约束和 6 个变量,而描述只允许换乘一次的网络仅需 1 个约束和 3 个变量(只有 x_{12} 、 x_{13} 、 x_{14} 是独立变量)。不难证明,如果允许多次换乘,描述有 m 个节点的换乘网络,需要 m 个约束和 $m(m-1)/2$ 个独立变量。当 m 增大时,约束数线性增加,变量数呈平方关系上升。若只允许一次换乘,描述有 m 个节点的换乘网络仅需一个约束和 $m-1$ 个独立变量,可大大降低模型规模和求解难度。有了上述对换乘的限制,本文模型将换乘网络客流变量分为直达客流变量和换乘客流变量两类。

3 模型变量

x_{tplk} : t 期、 k 列车为 p -OD、 l 票价等级的直达客

流分配的座席数变量;

y_{tplk} : t 期、 k 列车组合为 p -OD、 l 票价等级的中转客流分配的座位数变量;

r_{tpjl} : t 期、 p -OD、 j 票价等级需求向 l 票价等级需求转移数量变量;

z_{kj} : k 次列车是否发第 j 组动车的 0-1 变量;

3.3 基本模型

目标函数

$$\begin{aligned}
 \max x: & \sum_{i \in T} \sum_{p \in N} \sum_{l \in L} \left(\sum_{k \in a_{ip}} p_{pl} x_{tplk} + \sum_{i \in \varphi_p, k \in y_{ip}^j} p_{pl} y_{tplk} \right) \\
 & - \sum_{k \in K} c_k (z_{k1} + z_{k2}) \tag{1}
 \end{aligned}$$

约束方程:

$$\begin{aligned}
 \sum_{k \in a_{ip}} x_{tplk} + \sum_{i \in \varphi_p, k \in y_{ip}^j} y_{tplk} + \sum_{j=1}^{l-1} r_{tpjl} - \sum_{j=l+1}^L r_{tpjl} \leq & d_{tpl} \\
 \forall t \in T, p \in N, l \in L \tag{2}
 \end{aligned}$$

$$r_{tpjl} - \varphi_{jl} \left(\sum_{k \in a_{ip}} x_{tplk} + \sum_{i \in \varphi_p, k \in y_{ip}^j} y_{tplk} \right) = 0$$

$$\forall t \in T, p \in N, j, l \in L \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{i \in T} \sum_{l \in L} \sum_{p \in \beta_{kl}} (q_{kp} x_{tplk} + \sum_{i \in \varphi_p, k \in y_{ip}^j} q_{kp} y_{tplk}) \leq & \\
 ca p_k (z_{k1} + z_{k2}) \quad \forall k \in K \tag{4}
 \end{aligned}$$

$$z_{k1} - z_{k2} \geq 0 \quad \forall k \tag{5}$$

$$x_{tplk} \geq 0, y_{tplk} \geq 0, r_{tpjl} \geq 0, z_{k1}, z_{k2} \in \{0, 1\} \tag{6}$$

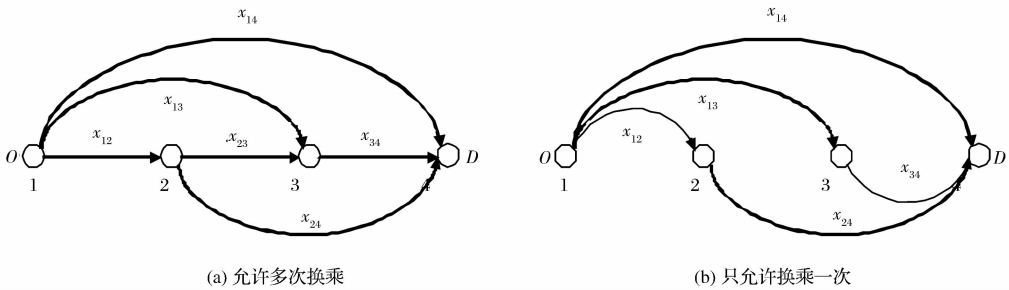


图 1 OD 换乘网络的示意图

	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{23}	x_{24}	x_{34}		x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{24}	x_{34}		
1	1	1	1				$ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & & & \\ -1 & & & 1 & 1 & \\ & -1 & & -1 & & 1 \\ & & -1 & & -1 & -1 \end{array} \right) $		1	1	1			
2								2				1		
3								3					1	
4								4						

(a) 允许多次换乘

(b) 只允许换乘一次

图 2 与 OD 换乘网络对应的矩阵 A_p

模型的目标函数(1)是客运专线系统的收益(利润)最大化,即售票收入减去发车成本最大化;

约束(2)是客流平衡的主约束,建立起直达客流、转运客流、转移客流与客运实际需求的平衡关系;

约束(3)是转移客流平衡约束,建立起高等级需求向低票价需求的转移关系;

约束(4)是列车客运能力平衡约束,限制列车在各个运输路段上载运的旅客数不会超过其最大运送能力;

约束(5)是发单组动车与重联动车的发车逻辑关系,即第二组动车是否发车取决于第一组动车是否发车;

模型将变量分为直达变量和中转变量,既简化了模型,又可以对这两类变量分别处理和统计,还可以通过增加约束对中转旅客数量或比例进行限制。

3.4 模型功能

模型具有以下优化功能:

(1)模型可以在一组给定的备选发车列车中进行选择,以系统运营收益最大化为目标,优化整个高铁网络的发车计划;

(2)模型可以给出各次列车详细的坐席分配方案,将动态的、不同票价等级、不同 OD 的客运需求分配到各次列车上;

(3)模型考虑了在实行不同票价时,高票价需求向低票价等级转移的影响,并可由模型使用者根据调研、统计数据修正转移概率;

4 求解算法

本文构造的优化模型将列车开行计划与收益优化结合在一起,是一个大规模的混合整数规划问题。虽然可以用一些成熟的商业软件求解,但求解效率低,因此本研究的另一项重要任务是开发求解该模型的快速算法。本研究利用列生成算法和启发式算法求解该模型并获得很好的效果。

4.1 列生成算法

影响模型求解速度的主要因素有两个,一是与开行列车相关的 0-1 决策变量数量,整数变量数量越多,利用分支定界法求解模型的难度越大;二是模型整体规模(约束与变量的数量)。在后续试验随机生成的两横两纵高铁网络中大约有 60-80 个站点、4500 多 OD 和 500-600 辆列车,模型变量数达 8 万左右,0-1 整数变量 1000-1200。求解如此规模的混合整数规划难度较大。因此如何减少模型规模

是降低求解难度的关键。

本模型的整数变量数量有限,并不会显著增加模型整体规模。影响模型整体规模的主要因素是运输旅客的变量组合。不同时间、不同 OD 的客运需求可以由不同的列车直达或中转运送。如果考虑所有可能的运输组合,保证求得理论上的最优解,就要将所有变量包含在模型内,同时也带来了模型规模增加,求解难度增加等问题。

通过模型前期求解试验发现,模型中的客流变量只有 20%左右的变量是有效变量。试验还揭示客流变量中大部分是中转变量,占到全部变量的 80%左右。由于模型对中转客流有一定的惩罚,模型会尽可能安排直达运输,因此中转变量的无效比例又远远高于直达变量。面对这样的模型变量特性,一个直接的思考是,如果模型中仅保留有效变量,或者仅保留有效的中转变量,可以得到一个规模显著减小的等价模型,降低模型求解难度。

能否在模型求解过程中智能化地生成中转变量,而不是一次性地将所有中转变量包含在模型中,一个成熟的运筹学技术—列生成方法可以实现这一目的。列生成方法先利用全部变量的一个子集(例如全部直达变量)构造一个规模较小的模型,然后利用单纯形方法的检验条件找出不满足最优条件的中转变量,让可以改善模型目标值的中转变量不断加入模型,逐渐搜索到最优解。

不同的模型有不同的最优检验条件,因此列生成方法因模型而异,必须根据模型的具体特点设计列生成算法。本文提出的列生成方法与蓝伯雄和吴李知^[28]的方法有显著区别,具体说明如下:

(1)蓝伯雄和吴李知^[28]是针对 A_p 虚拟网络中所有弧上的客流变量进行列生成,既包括直达客流变量,也包括中转客流变量;而本文方法仅针对中转客流变量,在只允许中转一次的前提下,本文生成的一个中转客流变量相当于蓝伯雄和吴李知^[28]中的两个中转客流变量,列生成效率有较大提高;

(2)蓝伯雄和吴李知^[28]的生成的客流变量是有相同始发—终到站的一组列车的共同客流,而不是一次具体列车的客流。生成中转客流变量时不需要考虑中转客流的衔接问题。本文的列生成方法在生成中转变量时要考虑两次列车在中转站点的衔接时间,并将衔接时间限制在允许的最大和最小衔接时间之内。

(3)蓝伯雄和吴李知^[28]的客运需求是静态需求,而本文是带有时间下标的动态需求,不同时间段

的相同 OD 需求需要搭乘完全不同的列车组合,显著增加了寻找 OD 一列车组合的复杂性。

上述区别显著增加了本文列生成方法的设计难度。列生成方法是一个比较常用的运筹学方法,在很多教科书上都有详细的介绍,因此这里略去列生成方法的推导过程。简单地说,列生成法是单纯形算法的一种变形,列生成过程实际是将不满足最优条件的变量找出来加入模型的过程。

在试验列生成方法时,我们对模型进行了简化:只设置一种票价等级,不允许销售打折票。此时,约束(3)和转移客流都消失了,简化后的最优检验条件是:

$$p_{pl} - \pi_{lpl} - q_{kp}\lambda_k \leq 0 \tag{7}$$

上式中 π_{lpl} 是客流平衡约束(2)的对偶解,其经济解释是在该 OD 上增加单位客流的机会成本,向量 λ_k 是能力平衡约束(4)的对偶解,其经济解释是在 k 列车经过的各路段增加一个坐席的机会成本。上式中第一项 p_{pl} 是 p -OD、 l 席位的售票收入, π_{lpl} 是与需求相关的机会成本。第三项是输送该 OD 客流占用列车运输能力的机会成本。如果后两项机会成本小于该 OD 客票的售价,则该转运方式有利可图,可以将对应的中转变量加入模型。如果所有还未包括在模型中的中转变量都满足最优条件,则模型已经找到最优解。

由于 q_{kp} 是 p -OD 与 k 列车路径的关联向量,当 p -OD 占用 k 列车路段能力时,对应值为 1,否则为 0;中转运输又是由两列衔接列车完成的,因此 $q_{kp}\lambda_k$ 可以是两个互相衔接列车被 p -OD 占用坐席能力的机会成本之和,若用 $E_{k,p}$ 表示列车 k 被 p -OD 占用的路段集合,则式(7)可改写为:

$$p_{pl} - \pi_{lpl} - \sum_{j \in \{1,2\}} \sum_{e \in E_{k,p_j}} \lambda_{ek_j} \leq 0 \tag{8}$$

具体的列生成算法:

(1)生成初始问题 P :模型只包含直达客流,令迭代计数器 $i = 0$,给定相对收敛误差 $\epsilon_0 > 0$,初始目标函数 $obj_0 = -\infty$;

(2)令 $i = i + 1$,求解放松整数约束的松弛问题,记当前目标函数值为 obj_i ;

(3)判断 $\epsilon_i = |obj_i - obj_{i-1}| / obj_i$ 是否小于收敛误差 ϵ_0 ;

如果 $\epsilon_i \leq \epsilon_0$,松弛问题已经最优,转到 6;

如果 $\epsilon_i > \epsilon_0$,获取对偶解 π_{lpl}^i, λ_k^i ,转到 4;

(4)利用从主问题得到的对偶解,寻找不满足最优条件的中转变量组合。

若存在不满足条件的中转变量组合,转到 5;

否则,已经无法找到好的中转变量,转到 6;

(5)将找出的中转变量加入模型,转到 2;

(6)求解加入整数约束的 MIP 问题,获取最终计算结果。

上述算法的关键是寻找不满足最优条件的中转变量组合,该组合的数量庞大,其复杂度表现在以下几个方面:

(1)每个 OD 运输需求都发生在特定时间,通过特定的径路,需要与列车的开行时间和开行径路匹配;

(2)每个 OD 的运输需求视其经过的路径有数量不同的中转站点,例如在两横两纵路网中每个 OD 最多可以有三个中转站;

(3)每个 OD 运输需求在每个中转站可以找到若干可以在中转站相互衔接的列车组合;

寻找这样的 OD 一列车组合,首先要遍历所有 OD 需求,遍历该 OD 所有中转站点,再遍历所有在该中转站点停车的列车,寻找能在该站点衔接的列车对构成一个中转变量。如果每次遍历所有组合只找出一个最不满足条件的中转变量(与单纯形算法中寻找最大检验数等价)加入模型,这种精确列生成算法可以生成最少の中转变量,但算法需要经过成千上万次迭代,计算效率不会很高。为提高列生成算法的求解效率,必须在每次迭代生成变量数量和减少迭代次数间做出一些权衡。因此设计了一个每次迭代允许生成多个中转变量的快速算法,该方法会生成一些冗余中转变量,但是可以大大减少迭代次数,提高计算效率。允许存在冗余的另一个考虑是:列生成方法构建的模型并不与原问题等价,而与原模型的松弛问题等价。然而等价的松弛问题并不能保证获得等价的最优整数解,算法结束时获得的解并不能保证是原问题的最优解。因此,适当生成一些冗余变量可以减少最终解与原问题最优解的误差。下面给出寻找不满足最优条件列车组合的具体算法。

寻找新列车组合变量算法:

```
for ( $t \in T, p \in N, l \in L$ ) {
  max  $d_j = -\infty$ 
   $d_j = p_{pl} - \pi_{lpl}$ 
  for ( $k_1 \in \alpha_{tp1}$ ) {
    if (DepT( $k_1$ ) in  $t$ ) {
      for ( $k_2 \in \alpha_{lp2}$ ) {
        if (DepT( $k_2$ ) > AriT( $k_1$ ) + minT & DepT( $k_2$ ) < AriT( $k_1$ ) + maxT) {
```

```

for( $e \in \text{Leg}(k_1, p_1)$ )  $d_j = d_j - \lambda_{ek_1}$ 
for( $e \in \text{Leg}(k_2, p_2)$ )  $d_j = d_j - \lambda_{ek_2}$ 
if ( $d_j > \max d_j$ )  $\max d_j := d_j$ 
}
}
}
if ( $\max d_j > 0$ ) {
  create var ( $y_{tpk}$ )
  Obj +=  $p_{pl} * y_{tpk}$ 
  DemBal( $t, p$ ) +=  $y_{tpk}$ 
  for( $e \in \text{Leg}(k_1, p_1)$ ) CapBal( $k_1, e$ ) +=  $y_{tpk}$ 
  for( $e \in \text{Leg}(k_2, p_2)$ ) CapBal( $k_2, e$ ) +=  $y_{tpk}$ 
}
}
}

```

关于上述算法的一些说明:

算法的最外层的循环是遍历所有 t 时间段和所有 p -OD, 寻找由 k_1, k_2 构成的可以完成中转运输的列车组合, 算法需检验前后衔接的两列车在该站停靠的衔接时间是否在允许的最小换乘时间 $\min T$ 和最大换乘时间 $\max T$ 之间。

如果该列车组合满足允许换乘时间要求, 算法需进一步判断该换乘组合是否有利可图, 即寻找不满足最优条件的列车组合。算法计算每个 t 时段、 p -OD 的检验数 d_j , 即式(8)左边式的计算值。一个存在中转运输机会的 OD 可被分为 p_1 和 p_2 两个子 OD; α_{tp_1} 和 α_{tp_2} 分别是可以运输 t 时间段、 p_1 和 p_2 子 OD 的列车集合; $\text{Leg}(k, p)$ 表示列车 k 运送 p -OD 乘客经过的路段集合, 即集合 E_{kp} 。

参数 $\max d_j$ 记录每次遍历中有最大 d_j 值的列车组合。判断 $\max d_j > 0$ 后的算法是在模型中加入新变量的过程, y_{tpk} 是新生成的中转变量, Obj 是目标函数, DemBal 是需求平衡约束(2), CapBal 是能力平衡约束(4)。

由于该问题存在数量众多的时间段和 OD 需求, 因此算法的一次循环会遍历成千上万的 OD 需求, 生成成百上千个新中转变量。当然随着算法的多次循环, 可以找到的不满足最优条件的中转变量会越来越来少, 算法会在有限次循环后收敛终止。

本方法收敛到的最优解实际是模型松弛问题的最优解。为获得整数解, 还需要再求解列生成形成的 MIP 问题。而 MIP 问题是 NP 难问题, 目前还没有有效算法。列生成方法的价值在于减小了模型规模, 使得求解规模小的 MIP 问题变得相对容易。

4.2 基于约束一松弛的启发式快速算法

虽然列生成算法可以大幅度的减少模型规模, 求解效率有所提高, 但最终还是要求解一个整数变量数较多的大规模混合整数规划问题, 还不能显著提高模型的求效率。为此, 我们又设计了基于约束一松弛的启发式算法, 希望能在不显著牺牲求解精度的前提下快速获得模型的近优解。

设计基于约束一松弛的启发式快速算法的理论基础是基于以下的观察和实践经验:

在已经给定的备选发车集合中, 任选一组列车(哪怕只有一列列车)放入模型中都可以获得模型的一个可行解;

如果求解原问题的松弛问题, 发车整数变量在 0-1 之间的取值实际代表该次列车在路途中的最高上座率。由于整数变量与发车成本关联, 模型会尽量提高列车的坐席利用率, 减少发车数量;

因此一个最直观的启发式方法是, 先求解原问题的线性规划松弛问题, 可以将整数变量取值接近于 1 的列车状态固定为“发车”, 将整数变量取值接近于零的列车状态固定为“不发车”, 可以显著减少整数变量数目, 降低问题求解难度。变量固定工作不会一次完成, 可以设计一个迭代过程, 重复上述过程, 直到问题收敛为止。

上述固定整数变量是一个对模型进行“约束”的过程; 当模型逐步将更多的变量固定下来后, 一些已经被固定为“发车”状态列车的乘坐率因客流被其它列车分流可能会下降, 当乘坐率低于一定阈值后, 算法还应将已经被固定变量的约束放松, 这一过程称之为“松弛”。通过迭代的约束一松弛循环, 被固定的变量逐步趋于稳定, 模型目标函数会收敛到一个稳定值, 启发算法的第一阶段结束。此时还有部分整数变量没有固定, 获得的新问题是一个整数变量显著减少的混合整数规划(MIP)问题, 求解难度会大幅度降低。

我们设计了两种启发式快速算法:

(1)快速算法一

1)参数初始化: 令循环变量 $i=0$, 给定整数变量上下阈值 i_{low} 和 i_{up} ; 设定收敛误差 ε ; 令初始目标函数值 $\text{Obj}(i) = +\infty$;

2)启发算法循环: $i += 1$; 求解放松部分 0-1 整数变量约束的松弛问题 $P(i)$, 计算整数变量被固定为 1(发车)的列车坐席利用率 ρ_k , 获取目标函数 $\text{Obj}(i)$;

3)收敛条件检验: $|\text{Obj}(i-1) - \text{Obj}(i)| / \text{Obj}$

(i) $\leq \epsilon$?

— 如果不满足收敛条件:

遍历所有的发车整数变量 $z_k \forall k \in K$

— 如果 $z_k = 1, \rho_k < iup$, 则放松对 z_k 的约束;

— 如果 $z_k < ilow$, 则令 $z_k = 0$;

— 如果 $iup < z_k < 1$, 则令 $z_k = 1$;

遍历结束, 返回 2;

— 如果满足收敛条件, 转到 5;

4) 启发算法循环结束;

5) 求解部分整数变量已固定的 MIP 问题。

设计该算法的关键是确定阈值 $ilow, iup$, 需要通过试验获取最好的统计值, 通过试验发现令 $ilow = 0.1, iup = 0.65$ 可以以较高概率获得较好结果。

(2) 快速算法二

与算法一类似, 但在循环结束后, 一次性将还没有固定的变量固定下来, 即给定一个在 0, 1 间的数值, 当整数变量小于等于该值时, 将其固定为 0, 大于该值时固定为 1。根据试算经验, 该值取 0.35 较好。快速算法二完全不用求解整数问题, 因此计算速度最快, 但牺牲的计算精度也最大。

快速算法一最后还要求解一个整数变量显著减少的 MIP 问题, 可降低问题的求解难度。快速算法二由于固定了所有整数变量, 因此问题变为求解一系列线性规划问题, 因此求解效率会大幅度提高。线性规划本身已经证明存在多项式算法, 因此这里不需要对其进行算法复杂性分析。至于算法中的迭代过程, 由于只涉及有限次的比较、赋值等简单操作, 其计算复杂性与求解数学规划相比几乎可以忽略不计。

5 模型的试验验证

5.1 试验数据与试验环境

为验证模型和算法的有效性, 在缺乏铁路实际运营数据的条件下, 利用随机生成的方法生成 10 组“两纵两横”高铁网络的模拟数据。每条线路随机生成间距分布在 50—120 公里的 15—20 个大、中、小三类车站, 线路端点和交汇点为大站, 余下为中、小

站点。该高铁网络大约有 70 个站点和 4500 个 OD。

列车只能从线路端点站始发和到达, 并规定同类列车(有相同始发、到达站)每一个小时发一次车。每次列车必须停靠途径的大站, 并分别以一定概率随机停靠沿线的中、小站, 停靠概率可外生指定。给定高铁列车的平均运行时速(250 公里/小时)、始发时间和各站的停车时间, 就可获得每次列车详细的始发—到达时刻表。模型大约生成 550—600 次可单列可重联发车的高铁列车。给定单列动车的单位距离运行成本(60 元/公里), 并假定运行成本与运行距离和动车组数呈线性增加关系。

每天运营时间从 6:00 点到 22:00, 分为 8 个时长 2 小时的时间段。数据生成程序为每个时间段的每个 OD 随机生成需求数据。每个 OD 的需求率会根据峰、谷时间和站点的大小有显著区别。各 OD 全价票的单位价格设定为 0.5 元/公里, 票价与 OD 距离成正比。

5.2 快速算法的比较试验

为验证快速算法的有效性, 本文分别用四种方法求解试验问题, 并进行分析比较。四种方法分别是:

T: 整体模型, 利用精确算法求解;

Col: 列生成方法;

H-1: 求解整体模型的快速算法一;

H-2: 求解整体模型的快速算法二。

试验模型利用 FICO 公司的 Xpress7.7 软件编程和求解。试验的硬件环境为在配有 i7-5930K 六核 3.0GHz CPU、16G 内存的 PC 机, 操作系统为 Windows 7。

表 1 给出了四种不同方法最终求解的模型规模、求解时间及结果的统计。尽管四种方法使用同样数据, 但是不同方法对模型的简化方式不同导致最终求解模型规模的差别。显然整体求解方法(T)的模型规模最大, 平均求解时间长达 9 小时。以整体方法求解时间和目标值为标准来评价其他方法在求解时间和求解精度上的差异。

表 1 “两纵两横”实验模型的规模、求解时间及结果统计(10 个问题的平均值)

算法	约束	变量	非零元	求解时间(秒)	时间百分比	目标值(万元)	目标值百分比
T	12441	80293	510168	32353.5	100.00%	24147.4	100.000%
Col	12407	35831	185231	9291.5	28.72%	24146.9	99.997%
H1	11455	68224	432407	5037.2	15.57%	24133.4	99.94%
H2	10672	56658	353581	205.7	0.0064%	24067.6	99.67%

列生成方法使模型的规模显著减小,变量数下降了56%,求解时间也显著下降,平均用时为2.6小时(整体方法的28.72%),获得解的精度达到整体算法的99.997%。这一试验结果较蓝伯雄和吴李知^[28]的列生成方法有了显著改进,蓝伯雄和吴李知^[28]的列生成方法的平均用时是整体方法的123.4%,求解精度为98.32%;

两种启发式快速算法H1和H2固定了部分和全部整数变量,模型规模虽然下降并不显著,但由于整数变量减少,模型求解难度显著下降,H1的平均求解时间降为1.4小时(整体方法的15.57%),而H2由于不要求解整数规划,平均求解时间仅需205.7秒(整体方法的0.0064%),求解速度提高了157倍。

从表1数据可知,本文设计的快速算法在显著提高求解效率的前提下,并没有太多牺牲求解精度。即使是目标值最差的H2,也可以得到平均99.67%的计算精度,其他方法与整体模型的误差都在0.1%以下。列生成方法在显著降低模型规模和求解时间的前提下,求解精度仅下降了0.003%。因此在实际应用中可以考虑用列生成方法或启发式方法代替整体求解方法。

5.2 允许票价打折的比较试验

第二组试验主要观察不同打折策略对客运系统的影响,为铁路决策者实施灵活票价策略提供决策依据。铁路与航空在价格策略上有显著不同,目前我国铁路部门的每一类客运产品执行单一票价策略,只是在部分线路、部分时间段尝试性地进行票价打折试验。即便将来全面推行灵活票价策略,也不会像航空业那样设置太多折扣等级。鉴于上述原因,本试验仅设置了四种票价等级。试验假定1至4级票价分别为全价、八折、六折和四折票。

票价打折可以增加客运需求,客票的价格弹性需要通过市场试验或调研获得,模型允许用户根据调研数据对价格弹性参数进行修改。本试验假定八折票可以新增15%需求、六折增加30%、四折票可新增35%客运需求。模型还考虑了不同票价等级间的客流转移,表2给出相应的转移概率,并规定只允许高票价等级需求向低票价等级需求转移。

表2 不同折扣等级的转移概率

折扣	2	3	4
1	0.05	0.1	0.12
2	—	0.05	0.07
3	—	—	0.03

第二组试验随机生成了5组问题,每组问题分别在四种票价结构下求解,共20个试验模型。20个模型分别用T和H1两种算法进行求解,进一步验证本文设计的快速算法的有效性。统计表明,快速方法H1在求解速度平均提高5—9倍的前提下,获得99.96%的平均计算精度。因两种方法的计算结果相似性较大,考虑到论文篇幅关系,就不在本文对其结果进行详细对比了。下面只利用整体方法的结果来分析不同票价策略对发车和系统收益的影响。

表3给出了不同票价等级模型的统计数据。票价等级为1表示只销售全价票,等级为2表示销售全价票和八折票,余者类推。允许销售的票价等级越多,模型规模越大,模型规模近似呈线性增加。

表3 模型规模和求解时间统计

票价等级	平均约束数	平均变量数	平均非零元数	平均求解时间(秒)
1	10703	118930	758826	30768.7
2	19997	239706	1538229	32250.8
3	29357	360481	2341707	29112.1
4	38717	481257	3169194	26104.8

表4 不同票价等级模型的经济效益对比表

票价等级	发车数	发动车数	平均利润*	利润增长率	环比增长率
1	402	585	24033	—	—
2	414	668	26616	10.75%	10.75%
3	455	834	29383	22.26%	10.39%
4	468	901	29868	24.28%	1.65%

* 单位为万元

表4显示不同票价等级模型的经济效益对比情况。随着票价等级增加,发车次数、发动车总数和总利润逐渐增加。票价等级增加后导致需求增加,系统通过加开列车、增加载客数量来增加运营收益。利润增加幅度在2级票价和3级票价时最显著,环比增长达到10%以上,4级票价时增长相对减缓,利润环比仅增长1.65%。

表5、表6展示了不同票价等级客票的售票情况。当提供低价折扣票时,客票总需求显著上升,但一部分高价票需求会转移购买低价票,导致高价票的售票数量减少,单车平均利润会随票价等级的增加而下降。以票价等级4为例,与票价等级1相比,尽管全价票销售数量因客票转移原因下降了34684张,但多销售了65688张八折票、166879张六折票和110150张四折票,售票总数量增加了308033张,增加比例高达57.3%,销售利润也增加了24.28%。

试验表明通过打折促销可以很好解决高铁票价高、低收入群体坐不起的矛盾,更好发挥高铁的社会效益,实现乘客与铁路部门的双赢。

表 5 不同票价等级模型售票情况对比表

票价等级	需求	售票数	需求满足率	售票增加	单车平均利润
1	544828	537560	98.67%	—	410884.0
2	626779	613668	97.91%	14.16%	398514.6
3	790542	759868	96.12%	41.36%	352364.7
4	981416	845593	86.16%	57.30%	331663.3

表 6 不同票价等级售出各种折扣票的统计表

票价等级	全价票	八折票	六折票	四折票	总售票数
1	537560	—	—	—	537560
2	531404	82263	—	—	613668
3	514699	73596	171573	—	759868
4	502876	65688	166879	110150	845593

表 7 和表 8 给出了执行四级票价策略时不同票价等级之间的需求转移情况和需求满足率。由于只允许需求向下转移,高等级的全价票和八折票需求是转移票额的流出方,而低等级的六折、四折票需求是票额转移的流入方,可根据各等级售票情况和表 2 的转移概率计算出转移数量。例如表 7 中四折票从上级票价转移来的需求 24233 是该票价等级售票数量 110150 分别乘上高等级需求向该等级的转移概率,具体计算如下: $110150 \times (0.12 + 0.07 + 0.03) = 24233$, 即: 销售的四折票中有 12% (13218) 从全价需求转移来, 7% (7710) 从八折需求转移来, 3% (3305) 从六折需求转移来。余下 85917 来自四折票的初始需求。

表 7 四级票价策略的需求转移与需求满足汇总

票价等级	初始需求	需求转移	调整后需求	分配票额	需求满足率
全价	544828	-33190	511638	502876	98.29%
八折	81950	-12770	69180	65688	94.95%
六折	163763	21727	185490	166879	89.97%
四折	190874	24233	215107	110150	51.21%
小计	981416	0	981416	845593	86.16%

表 8 四级票价策略的售票数与售票收入分布表

票价等级	分配票额	售票比率	售票收入 (万元)	收入比率	平均票价
全价	502876	59.46%	28949.07	71.76%	575.69
八折	65688	7.77%	3084.48	7.64%	469.47
六折	166879	19.74%	5985.41	14.84%	358.66
四折	110150	13.04%	2322.59	5.76%	210.43
小计	845593	100.0%	40341.55	100.0%	477.06

从表 7 数据还可以看出,模型可通过票额控制,限制低价票额分配数量的方法限制高票价需求向低价票流失,尽可能多销售高价票。表 7 中的高价票需求满足率高达 98% 以上,八折票的需求满足率降为 95%,六折票为 90%,而四折票的需求满足率显著下降到 50% 左右。铁路部门完全可以通过对售票群体、售票时间、改退签规定等方法对销售进行控制,将低价票精准地销售给低收入的目标客户。

表 8 展示了不同票价策略各种折扣票的售票比率以及售票收入情况。全价票的售票和收入比例分别达到 59.46% 和 71.7%, 仍是客票收入的主要来源。

6 结语

本文研究了客运专线网络的运营优化模型,将详细的列车开行计划与收益管理模型集成在一个统一模型中,可以解决较大规模的铁路客运网络的运营优化问题。针对统一模型规模大、求解困难的问题,本文设计了针对转运客流的列生成算法和两种启发式快速算法,并利用随机数据对模型和算法进行了验证。从实验结果看,本论文设计的列生成算法和启发式算法都能在不显著降低求解精度的前提下,减小模型规模,降低求解难度,可以满足实际客运系统的优化计算的需求。

进一步的研究方向可以对模型做进一步的扩展。例如,可以根据铁路运营的实际要求将模型细分为偏重制定年度开行计划的规划型模型和偏重日常运营计划的短期调度与票额分配模型。在求解方法上也有进一步探索空间,例如在列生成算法中可以考虑在现有列车开行方案的基础上,由模型生成新的列车开行方案;也可以探讨利用分解算法求解更大规模的网络模型,还可以将列生成方法与启发式方法结合使用,进一步挖掘提高计算效率的潜力。

参考文献:

[1] Ben-Khedher N, Kintanar J, Queille C, et al. Schedule optimization at SNCF: From conception to day of departure[J]. Interfaces, 1998, 28(1): 6-23.

[2] Goossens J W, Van Hoesel S, Kroon L. A branch-and-cut approach for solving railway line-planning problems[J]. Transportation Science, 2004, 38(3): 379-393.

[3] Goossens J W H M. Models and algorithms for railway line planning problems[D]. Maastricht, Netherlands: Maastricht University, 2004.

[4] Schöbel A. Line planning in public transportation: Mod-

- els and methods[J]. *OR Spectrum*, 2012, 34(3): 491–510.
- [5] Claessens M T, van Dijk N M, Zwaneveld P J. Cost optimal allocation of rail passenger lines [J]. *European Journal of Operational Research*, 1998, 110(3): 474–489.
- [6] Bussieck M R. Optimal lines in public rail transport[D]. Germany: Technische University, Braunschweig, 1998.
- [7] Goossens J W H M. Models and algorithms for railway line planning problems[D]. Maastricht, Netherlands: Maastricht University, 2004.
- [8] Goossens J W, van Hoesel S, Kroon L. On solving multi-type railway line planning problems[J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 168(2): 403–424.
- [9] Dienst H. Linienplanung in spurgeführten Personenverkehr mit Hilfe eines heuristischen Verfahrens[D]. Technische Universität Braunschweig (in German), 1978.
- [10] Bussieck M R, Kreuzer P, Zimmermann U T. Optimal lines for railway systems[J]. *European Journal of Operational Research*, 1997, 96(1): 54–63.
- [11] Schöbel A, Scholl S. Planung von Linien mit minimalen Umsteigevorgängen[C] // Proceedings of the GOR-work shop on “Optimierung im öffentlichen Nahverkehr, 2003: 69–89.
- [12] Schöbel A, Scholl S. Line planning with minimal traveling time[C] // Proceedings of the 5th Workshop on Algorithmic Methods and Models for Optimization of Railways (ATMOS105). Palma de Mallorca, Spain, October 7, 2005.
- [13] Scholl S. Customer-oriented line planning[D]. Kaiserslautern, Germany. Technische Universität Kaiserslautern, 2006.
- [14] Nachtigall K, Jerosch K. Simultaneous network line planning and traffic assignment[C] // Proceeding of 8th workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems (ATMOS'08), Karlsruhe, Germany, September 18, 2008.
- [15] Dorhout P. Building rail revenue management on an airline foundation-Choosing wisely from a mixed bag [J]. *Journal of Revenue & Pricing Management*, 2014, 13(3): 261–264.
- [16] Ciancimino A, Inzerillo G, Lucidi S. A mathematical programming approach for the solution of railway yield management problem [J]. *Transportation Science*, 1999, 33(2): 168–181.
- [17] Kraft E R, Srikanth B N, Phillips, R L. Revenue management in railroad applications [J]. *Transportation Quarterly*, 2000, 54(1): 157–176.
- [18] Hood I S A, Merlin: Model to evaluate revenue and loadings for intercity[M] // Ingold A, Yeoman I, McMahon-Beatrice U. *Yield management: Strategies for the service industries*, Thomson Learning, 2000: 98–110.
- [19] Bharill R, Rangaraj N. Revenue management in railway operations: A study of the Rajdhani Express, Indian Railways [J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2008, 42(9): 1195–1207.
- [20] You Pengsheng. An efficient computational approach for railway booking problems[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 185(2): 811–824.
- [21] Hetrakul P, Cirillo C. A latent class choice based model system for railway optimal pricing and seat allocation [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2014, 61(61): 68–83.
- [22] Kroon L, Maróti G, Nielsen L. Rescheduling of railway rolling stock with dynamic passenger flows [J]. *Transportation Science*, 2014, 49(2): 165–184.
- [23] Armstrong A, Meissner J. Railway revenue management: Overview and models[R]. Lancaster University Management School, Working Paper, 2010.
- [24] Zhang Xiaoqiang, Li Jingfan, Zhuang Qianqiu. An overview of railway revenue management in China[C] // Proceedings of 2014 International Conference of Logistics Engineering and Management (ICLEM), Shanghai, October 9–11, 2014.
- [26] 蓝伯雄, 张力. 高速铁路客运专线的收益管理模型[J]. *中国管理科学*, 2009, 17(4): 53–59.
- [27] 蓝伯雄, 吴李知. 高速铁路客运网络列车开行方案优化模型[J]. *中国管理科学*, 2010, 18(6): 51–58.
- [28] 蓝伯雄, 吴李知. 铁路客运网络列车开行方案优化模型的列生成算法[J]. *运筹与管理*, 2012, 21(1): 1–10

Optimization Model and Algorithms for Large-scale Rail Passenger Transport Network Operation

LAN Bo-xiong, WANG Tong-shu

(School of Economics and Management, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: China has operated the largest high-speed railway network in the world. However, the existing methods of operation management are not adjusted to fit the technology advantage and the new operation

environment, leading to the restriction of the service improvement. The application of optimization technology and revenue management method to the rail passenger operation practice is necessary for improving the operation and service efficiency. A optimization model for large-scale rail passenger transportation operation is proposed in this paper, which combines line planning model and revenue management model. The new model can solve more complicated operation problem of the railway network with multi-lines, multi-trains, multi-discount levels and dynamic demand. It optimizes seat allocation among trains and finds the optimal train departure schedule to maximize the total operational revenue. The passengers' purchase behaviors is also considered in the model with estimated transfer probabilities between different ticket discount level. A column generation algorithm and two fast heuristic algorithms are introduced in this paper, which solve the large-scale mixed integer program model more efficiently. Using randomly generated data, a group of test models with two by two line network structure are solved by XPRESS software. Numerical results shows that the column generation algorithm and fast heuristic algorithms can reduce the model scales and computational complexity. The heuristic algorithms may increase the solving efficiency more than ten to hundred times with tiny sacrifice of solution accuracy. It's concluded that the new model and algorithm is suitable to solve large scale railway network optimization model which is close to real application.

Key words: optimization model; revenue management; passenger railway; column generation algorithm