文章编号:1003－207(2016)06－0143－08
DOI:10.16381/j.cnki.issn1003－207x.2016.06.017

区间信息下的主客方协作式群体评价方法及其应用

张发明,李小霜

(南昌大学经济管理学院,江西 南昌 330031)

摘 要:目前关于主客方协作式评价问题的研究相对较少且主要是基于点值评价信息的,考虑到评价环境的复杂性与不确定性,本文将点值信息向区间信息方向拓展,探讨了一种新的区间信息下的主客方协作式群体评价方法。本文首先探讨了一种能够较好融合评价信息"质与量"的区间诱导密度加权合成算子－ *IIDWA* ;然后以主方信息完备度及客方信息诚信度为诱导分量分别对主客方评价信息进行聚类分组,并从规模和属性两个角度出发分别确定相应的密度加权向量;最后在主客方协作规则下,利用 *IIDWA* 算子对主客方区间信息分别进行二维集结,以得出最终综合评价结果。文章最后给出了一个应用算例,算例表明了方法的可行性与有效性。

关键词:区间数;群体评价; *IIDWA* 算子;主客方;协作

中图分类号:C934 **文献标识码**:A

1 引言

关于群体评价的研究,国内外均有了较丰硕的研究成果[1－14]。然而,在传统的群体评价过程中,评价结果大多为评价主方单方面的评价行为所主导,而被评价对象通常处于被动地位。随着现代社会越来越强调民主、自由,发挥被评价对象(特别是当其为具有独立逻辑思维能力的"人类"时)的主观能动性、加强其"民主参与"的力度和自评能力是大势所趋。为此相关学者对其进行了一定的研究,比如余雁,梁樑等[15]认为把被评估者看成一种客体,被动的由评估者进行优选,缺乏主动性,往往与现实不符,就此提出基于自互评体系的竞争性评估模型(CEMCO);郭亚军和董庆兴等[16－17]将被评价对象视为具有自主性的"智能体",基于双重优势、竞合视角等方面对自主式评价进行了探讨。但由于现阶段大规模采用主客方"地位平等"下的交互评价的时机尚未成熟,故可采取"主方评价为主,客方评价为辅,并不断加强客方评价作用"的渐进思路。据此,张发明等[2]提出一种主客方协作式的群体评价方法,在综合集结主客方信息过程中,考虑了主客方在评价过程中的协同作用,另外张发明等[3]在 2011 年又继续提出了一种主客方交互式的群体评价方法;董庆兴和郭亚军等[5]提出了一种主客体协作式群组评价方法,并根据"差异驱动"原理进行综合集结。但需要补充的是,上述主客方协作式群体评价问题的研究大多为点值评价信息,而在评价过程中考虑到影响因素的多重性,情况的复杂性及环境的不确定性,专家可能更倾向于或更易给出区间型的评价信息。

目前,关于区间数,其理论基础已较为丰富,在评价决策问题中的应用研究也已取得较为丰硕的成果,如徐泽水和达庆利等[18]提出了区间数排序的可能度法;Jahanshahloo 等[19]探讨了扩展 TOPSIS 法下的区间数决策问题;尤天慧和樊治平等[20]研究了区间数多指标决策中确定指标权重的一种客观赋权法;刘健和刘思峰等[21]进行了属性值为区间数的多属性决策对象排序研究;吴江等[22]作了区间数排序方法研究综述。孙海龙和姚卫星等[23]对区间数的排序方法进行了评述。本文在前人丰硕的研究成果基础上,将主客方协作式群体评价的点值评分信息拓展至区间评分信息,并引入了一种新型主客双方协作方式,同时在主客方区间评价信息的集结过程中,定义并运用了一种新的信息集结算子,即区间诱

收稿日期:2015－06－14; **修订日期**:2015－12－11
基金项目:国家自然科学基金资助项目(71361021,71001048,71261007);江西省教育厅科技资助重点项目(GJJ150027);江西省社学科学"十二五规划"重点项目(15ZQZD01);江西省学位与研究生教改研究重点项目(JXYJG－2014－002);江西省赣鄱英才 555 工程项目;江西省青年科学家(井岗之星)项目
通讯作者简介:张发明(1980－),男(汉族),江西临川人,南昌大学经济管理学院赣江特聘教授,博士生导师,研究方向:综合评价与决策支持,E-mail:zfm1214@163.com.

导密度加权算子（ IIDWA ），最后运用了一个算例加以验证。

2 预备信息

2.1 区间数基础知识

定义 1[24] 记 $\tilde{a}=[\underline{a},\bar{a}]=\{x\mid 0\leqslant\underline{a}\leqslant x\leqslant\bar{a}\}$，则 $\tilde{a}$ 为一个区间数。当 $\underline{a}=\bar{a}$ 时，区间数 $\tilde{a}$ 就退化为一个实数 a。

定义 2[24] $\tilde{a}=[\underline{a},\bar{a}]$，$\tilde{b}=[\underline{b},\bar{b}]$ 都为区间数，当且仅当 $\underline{a}=\underline{b}$，$\bar{a}=\bar{b}$ 时，区间数 $\tilde{a}$ 和 $\tilde{b}$ 相等。区间数的运算规则如下：1) $\tilde{a}\pm\tilde{b}=[\underline{a}\pm\underline{b},\bar{a}\pm\bar{b}]$；2) $\tilde{a}\times\tilde{b}=[\underline{a}\times\underline{b},\bar{a}\times\bar{b}]$；3) $\lambda\tilde{a}=[\lambda\underline{a},\lambda\bar{a}]$，$\lambda>0$ 且为实数；4)若 $\tilde{a}=[\underline{a},\bar{a}]$，$\tilde{b}=[\underline{b},\bar{b}]$ 都为区间数，则 $\tilde{a}$，$\tilde{b}$ 之间的距离为：$d(\tilde{a},\tilde{b})=\sqrt{(\bar{a}-\bar{b})^2+(\underline{a}-\underline{b})^2}$。

定义 3[24] 区间数 $\tilde{a}=[\underline{a},\bar{a}]$，$\tilde{b}=[\underline{b},\bar{b}]$，$\tilde{a}$，$\tilde{b}$ 的区间长度分别为 $L(\tilde{a})=\bar{a}-\underline{a}$，$L(\tilde{b})=\bar{b}-\underline{b}$，并且

$$P(\tilde{a}\geqslant\tilde{b})=\max\{1-\max[\frac{\bar{b}-\underline{a}}{L(\tilde{a})+L(\tilde{b})},0],0\} \quad (1)$$

为 $\tilde{a}\geqslant\tilde{b}$ 的可能度。

2.2 问题描述与条件假设

在群体评价问题中，专家和被评价对象分别为评价主方和评价客方，专家集合为 $S=\{s_j\mid j=1,2,\cdots,m\}$，被评价对象集合为 $O=\{o_i\mid i=1,2,\cdots,n\}$，(为了加以区分，$O$ 集合中成员被评价时称为被评价对象，作为评价者时称为评价客方)评价主方和评价客方给出的区间评价信息矩阵分别为：

$$X=[\tilde{x}_{ik}]_{n\times n}=\begin{bmatrix}\tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \cdots & \tilde{x}_{1n}\\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \cdots & \tilde{x}_{2n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \tilde{x}_{n1} & \tilde{x}_{n2} & \cdots & \tilde{x}_{nn}\end{bmatrix}$$

$$Y=[\tilde{y}_{ij}]_{n\times m}=\begin{bmatrix}\tilde{y}_{11} & \tilde{y}_{12} & \cdots & \tilde{y}_{1m}\\ \tilde{y}_{21} & \tilde{y}_{22} & \cdots & \tilde{y}_{2m}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \tilde{y}_{n1} & \tilde{y}_{n2} & \cdots & \tilde{y}_{nm}\end{bmatrix}$$

其中 $\tilde{x}_{ik}=[\underline{x}_{ik},\bar{x}_{ik}]$，$\tilde{y}_{ij}=[\underline{y}_{ij},\bar{y}_{ij}]$。$\tilde{x}_{ik}=[\underline{x}_{ik},\bar{x}_{ik}]$ 为评价客方 o_k 给出的被评价对象 o_i 的区间评价值，$\tilde{y}_{ij}=[\underline{y}_{ij},\bar{y}_{ij}]$ 为评价主方 s_j 给出的被评价对象 o_i 的区间评价值。区间值给定范围为[0，10]。

为了更准确地说明问题，这里先给出以下 3 个假设：

(1)评价客方在评价过程中是理性的，且具备基本的分析评价能力；

(2)评价主方是公正客观的，并且鼓励评价主方群体内的信息交流，弥补他们之间对被评价对象认识的片面性，评价主方与评价客方两群体间保持独立；

(3)各评价客方之间是独立的，不存在“合谋”的条件，但是他们具有策略性，处于相对客观状态。

基于上述假设，可设计一种评价流程。首先，规则公布：对评价客方表明评价主方给出的评价信息将会是客观的，评价客方的评价信息客观诚信程度是以评价主方的评价信息为参照进行确定的(但事先不公布评价主方的评价信息)，且最终得分受其自身及其他被评价对象的诚信度影响(基于上述规则，评价客方会明白保持客观对自身更为有利)；其次，主客方之间互为参照分别确定主方信息完备度和客方信息诚信度；最后，通过区间诱导密度加权算子对评价信息进行集结，得出主客方各自信息集结结果，再进行主客方综合集结，得出各被评价对象的最终结果，并加以比较优选。据此设计的流程图如图 1。

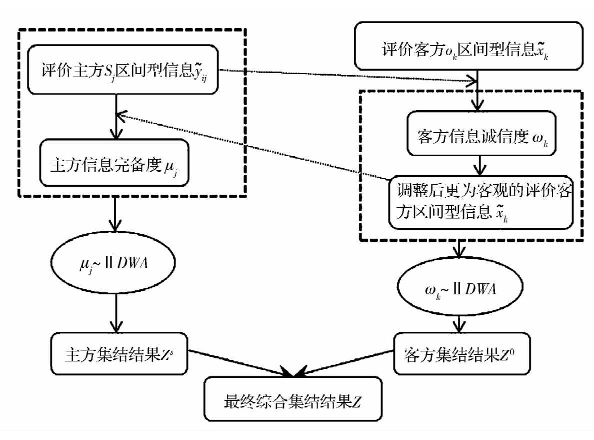

图 1 主客方协作式群体基本评价流程

3　主方信息和客方信息诱导分量的确定

由于评价过程的复杂性，评价主客双方各自为主导的评价行为可能会存在缺陷：评价主方应该具备较强的专业知识和丰富的评价经验，但其可能对被评价对象的了解比较有限，缺乏一些必要的信息；评价客方应该对各个被评价对象了解颇深，但因为客方之间存在利益冲突，给出的其他被评价对象信息可能带有很强的主观因素，缺乏必需的客观性。因此，评价过程中应该同时考虑主客双方信息，对主客方信息进行合理配置，使其形成制衡，发挥他们之间的互补作用，力求取得最为科学、客观、公正的评价结果。

3.1　评价客方信息诚信度

本文尝试调整客方信息，尽可能剔除其情绪因素维持其合理的客观性。评价主方信息相对更为客观和准确，就所有的被评价对象而言，客方的评价信息与所有的主方的评价信息之间的平均差距作为一种判断客方是否客观诚信的依据，确定其信息诚信度：

$$d_k^o = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\tilde{x}_{ik}-\tilde{y}_{ij}\right| \tag{2}$$

式中 $\tilde{x}_{ik}$ 为评价客方 o_k 给出的被评价对象 o_i 的区间评价值，$\tilde{y}_{ij}$ 为评价主方 s_j 给出的被评价对象 o_i 的区间评价值，$d_k{}^o$ 表示评价客方 o_k 与所有评价主方 s_j 对所有被评价对象 o_i 的区间评价值的平均偏差，评价客方 o_k 相应的信息诚信度为：

$$\omega_k = \frac{1/d_k{}^o}{\sum_{k=1}^{n}1/d_k{}^o} \tag{3}$$

$\sum_{k=1}^{n}\omega_k = 1\ (0<\omega_k<1)$；$\omega=[\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_k,\cdots,\omega_n)$ 为各评价客方给出的评价信息的诚信程度。由此看出，若评价客方 $o_k(k=1,2,\cdots,n)$ 给出的评价信息偏离全部评价主方 $s_j(j=1,2,\cdots m)$ 给出的评价信息越远，则客方 o_k 给出的评价信息干扰因素越多，信息诚信度 ω_k 越低。因此，客方评分值经调整之后的评分矩阵为：

$$X^* = [\tilde{x}_{\mathrm{ik}}]^*_{n\times n} =$$

$$n\begin{bmatrix}\omega_1\tilde{x}_{11} & \omega_2\tilde{x}_{12} & \cdots & \omega_k\tilde{x}_{1k} & \cdots & \omega_n\tilde{x}_{1n}\\ \omega_1\tilde{x}_{21} & \omega_2\tilde{x}_{22} & \cdots & \omega_k\tilde{x}_{2k} & \cdots & \omega_n\tilde{x}_{2n}\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ \omega_1\tilde{x}_{n1} & \omega_2\tilde{x}_{n2} & \cdots & \omega_k\tilde{x}_{nk} & \cdots & \omega_n\tilde{x}_{nn}\end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}\tilde{x}^*_{11} & \tilde{x}^*_{12} & \cdots & \tilde{x}^*_{1k} & \cdots & \tilde{x}^*_{1n}\\ \tilde{x}^*_{21} & \tilde{x}^*_{22} & \cdots & \tilde{x}^*_{2k} & \cdots & \tilde{x}^*_{2n}\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ \tilde{x}^*_{n1} & \tilde{x}^*_{n2} & \cdots & \tilde{x}^*_{nk} & \cdots & \tilde{x}^*_{nn}\end{bmatrix}$$

其中，n 为评价客方数，作为一种调节系数，用以抵消信息诚信度权数对区间评分值的缩小影响。

3.2　评价主方信息完备度

评价主方的信息完备度是基于调整之后更为客观诚信的评价客方信息进行计算的，其基本的配置方式与评价客方信息诚信度的类似：

$$d_j{}^s = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\tilde{y}_{ij}-\tilde{x}^*_{ik}\right| \tag{4}$$

式中 $\tilde{x}^*_{ik}$ 为评价客方 o_k 给出的被评价对象 o_i 的区间评价值，$\tilde{y}_{ij}$ 为评价主方 s_j 给出的被评价对象 o_i 的区间评价值，d_j^s 为评价主方 s_j 与所有评价客方 $o_k(k=1,2,\cdots,n)$ 对所有被评价对象 o_i 调整后的区间评分值的平均偏差，这代表评价主方因信息不足而产生的误差，因此评价主方 s_j 的信息完备度为：

$$\mu_j = \frac{1/d_j{}^s}{\sum_{j=1}^{m}1/d_j^s} \tag{5}$$

$\sum_{j=1}^{m}\mu_j = 1,(0<\mu_j<1)$；$\mu=[\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_j,\cdots,\mu_m)$ 为各评价主方给出的评价信息的完备程度。若 d_j^s 越大，说明评价主方 s_j 掌握的信息越不全面，评价主方的信息完备度 μ_j 越小；反之，则表明主方获取的信息越加完备，信息完备度 μ_j 越大。

4　基于区间诱导密度加权合成算子的信息处理流程

当前对于融合区间信息与密度算子的集结算子的研究还相对较少，侯芳和郭亚军等[25]研究了区间数密度中间算子在多属性决策中的应用；李伟伟和易平涛等[26]探讨了区间数密度算子及其应用；贺芳等[27]探讨了基于改进区间数密度集结算子指标群赋权方法；张发明和闻琴等[28]探讨了二维区间密度加权算子及其应用。密度算子是对一般算子的二次集结，其得出结果会更加稳健，而对密度算子的研究还主要集中在一维区间和信息的规模特征方面，而忽视了信息的多维性和体现信息本质的属性特征，

因此本文提出了以信息属性特征为代表的诱导分量，在丰富区间信息研究的基础上也考虑了一种新的并能同时体现信息“质和量”的属性特征和规模特征的区间诱导密度加权合成算子— *IIDWA* 算子。

4.1 基于诱导分量的评价信息分组方法

定义 4 对区间诱导数据对组 $Z=\{(\eta_1,\tilde{z}_1),(\eta_2,\tilde{z}_2),\cdots,(\eta_j,\tilde{z}_j),\cdots,(\eta_m,\tilde{z}_m)\}$，其中 $\tilde{z}_j$ 是区间列向量且 $\tilde{z}_j=(\tilde{z}_{1j},\tilde{z}_{2j},\cdots,\tilde{z}_{ij},\cdots,\tilde{z}_{nj})^{\mathrm{T}}(i=1,2,\cdots,n)$，$\eta_j(j=1,2,\cdots m)$ 为区间列向量的诱导分量；$\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_q$ 为 Z 的非空子集合（$\tilde{A}_r(r=1,2,\cdots,q\in Q)$ 中的元素均是区间诱导数据对组列向量），若满足：$\tilde{A}_s\cap\tilde{A}_t=\varnothing,s\neq t(s,t=1,2,\cdots,q)$；$\tilde{A}_1\cup\tilde{A}_2\cup\tilde{A}_3\cup\cdots\cup\tilde{A}_q=Z$，则称 $\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_q$ 为 Z 的一个列划分，也称 $\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_q$ 为 Z 的一个区间诱导数据对组聚类。

将 $\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_q$ 按其中包含元素的个数由多到少进行排序，记 $\tilde{A}_r$ 中元素个数为 $n_r(1\leqslant n_r\leqslant(m-q+1)$，$\sum n_r=m$，当 $r_1<r_2(r_1,r_2\in Q)$ 时，满足 $n_{r_1}\geqslant n_{r_2}$，此时 $\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_q$ 为序化后 Z 的区间诱导数据对组 q 组聚类。

定义 5 对区间诱导数据对组 $Z=\{(\eta_1,\tilde{z}_1),(\eta_2,\tilde{z}_2),\cdots,(\eta_j,\tilde{z}_j),\cdots,(\eta_m,\tilde{z}_m)\}$，设 $IIDWA:R^n\to R$，若

$$IIDWA_{\xi}\{(\eta_1,\tilde{z}_1),(\eta_2,\tilde{z}_2),\cdots,(\eta_j,\tilde{z}_j),\cdots,(\eta_m,\tilde{z}_m)\}=y=\sum_{r=1}^{q}\xi_r\Lambda(\tilde{A}_r)\tag{6}$$

其中，$\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_q$ 为 Z 的区间诱导数据对组 q 组聚类，$\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_q)$ 是密度加权向量且 $\xi_r\in[0,1],r\in Q,\sum\xi_r=1$；$\Lambda$ 为某一信息集结算子；则称 *IIDWA* 为区间诱导密度加权合成算子。

4.2 密度加权向量的确定

在惯常的“少数服从多数”的理论之下，以往的密度算子进行分组时多半是以各群组 $\tilde{A}_r(r=1,2,\cdots,q)$ 的规模大小确定其密度加权向量，然而这种分类注重信息的“量”，而忽视了其“质”重要性。它只是数值信息的简单类同，并且可能导致信息趋同的加速化，从而忽视了信息更具意义的逻辑属性。为此，本文在确定群组密度加权向量时，在考虑群组密度即规模特征的同时，也嵌入了诱导数据对群组 $\tilde{A}_r$ 的群组属性特征，同时囊括了信息的“质和量”。

1）信息的“质”—属性特征

$$\xi_r^{\otimes}=\frac{\nu_r}{\sum_{r=1}^{q}\nu_r}(r=1,2,\cdots,q)\tag{7}$$

$\xi_r^{\otimes}$ 为群组 A_r 的属性密度加权向量，其中：

$$\nu_r=\frac{1}{n_r}\sum_{k=1}^{n_r}\omega_k(k=1,2,\cdots,n_r)\tag{8}$$

ν_r 为群组 $\tilde{A}_r$ 的群组整体属性特征，ω_k 为群组 $\tilde{A}_r$ 内的某个评价者的信息属性特征。

2）信息的“量”—规模特征[1]

$$\xi_r^{\odot}=\frac{\beta_r(n_r/m)}{\sum_{r=1}^{q}\beta_r(n_r/m)},(r=1,2,\cdots,q)\tag{9}$$

$\xi_r^{\odot}$ 为群组 $\tilde{A}_r$ 的规模密度加权向量，其中 β_r 为密度影响因子，$\beta_r\geqslant0$，β_r 可设置成线性或非线性，在此给出线性设置：

$$\beta_r=(n_r/m)^{\alpha}\tag{10}$$

其中 α 为密度影响指数，$\alpha\in[-10,10]$，$\beta\in(0,1)$。规模密度加权向量中可以依据评价者对群体一致的偏好程度来确定密度影响指数 α。

3）利用乘法归一化公式确定各群组的综合权重

$$\xi_r=\frac{\xi_r^{\otimes}\cdot\xi_r^{\odot}}{\sum_{r=1}^{q}(\xi_r^{\otimes}\cdot\xi_r^{\odot})}(r=1,2,\cdots,q)\tag{11}$$

其中，$\xi_r^{\otimes}$，$\xi_r^{\odot}$ 分别代表群组 $\tilde{A}_r$ 的属性权重和规模权重，q 代表群组个数。

4.3 区间诱导密度合成算子

定义 6 对区间诱导数据对组 $Z=\{(\eta_1,\tilde{z}_1),(\eta_2,\tilde{z}_2),\cdots,(\eta_j,\tilde{z}_j),\cdots,(\eta_m,\tilde{z}_m)\}$，设 $IIDWA_{WAA}:R^n-R$：

$$IIDWA_{WAA,\omega,\xi}\{(\eta_1,\tilde{z}_1),(\eta_2,\tilde{z}_2),\cdots,(\eta_j,\tilde{z}_j),\cdots,(\eta_m,\tilde{z}_m)\}=\sum_{r=1}^{q}\xi_r[Z(\tilde{A}_r)]=\sum_{r=1}^{q}\xi_r[\sum_{j=1}^{n_r}\omega_j{}^r z_j{}^r]\tag{12}$$

其中，$\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_q$ 为 Z 的 q 组聚类，$\tilde{A}_r=\{\tilde{z}_j{}^r\mid r=1,2,\cdots,q;j=1,2,\cdots,n_r\}$，$\sum_{r=1}^{q}n_r=m$，$\tilde{z}_j{}^r$ 为被分至 $\tilde{A}_r$ 的 Z 中的元素（一维区间列向量），$\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_q)$ 是密度加权向量且 $\sum_{r=1}^{q}\xi_r=1,\xi_r\in(0,$

1)；$\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_{n_r})^{\mathrm{T}}$，$\sum_{j=1}^{n_r}\omega_j=1$ 为 $\widetilde{A}_r$ 中元素的重要性加权向量。则称 $IIDWA_{WAA}$ 为区间诱导密度加权算术平均算子，亦称 $IIDWA_{WAA}$ 算子。

定义 7　对区间诱导数据对组 $Z=\{(\eta_1,\tilde{z}_1),(\eta_2,\tilde{z}_2),\cdots,(\eta_j,\tilde{z}_j),\cdots,(\eta_m,\tilde{z}_m)\}$，设 $IIDWA_{WGA}:R^n-R$：

$$IIDWA_{WGA,\omega,\xi}\{(\eta_1,\tilde{z}_1),(\eta_2,\tilde{z}_2),\cdots,(\eta_j,\tilde{z}_j),\cdots,(\eta_m,\tilde{z}_m)\}=\sum_{r=1}^{q}[Z(\widetilde{A}_r)]^{\xi_r}=\sum_{r=1}^{q}[\sum_{j=1}^{n_r}\omega_j{}^r z_j{}^r]^{\xi_r} \tag{13}$$

则称 $IIDWA_{WGA}$ 为区间诱导密度加权几何平均算子，亦称 $IIDWA_{WGA}$ 算子。

$IIDWA_{WAA}$ 算子和 $IIDWA_{WGA}$ 算子分别是“和性”和“积性”的，且分别偏重功能性和均衡性，决策者可以依据决策偏好进行选择。最终集结结果为 $Z=(\tilde{z}_1,\tilde{z}_2,\cdots,\tilde{z}_n)$，对 $\tilde{z}_i$ 进行两两比较得到各被评价对象之间的可能度，由此进行排序。

5　应用算例

某所大学在对其教师质量进行评估，现由 10 人组成的评价小组对该校的 5 位教师进行评选，以评选出年度最优秀教师。由于 10 位评价者对 5 位教师，以及教师自身间的评价意见不一致（如有的看中高能力，有的看中高品德，以评分的形式赋值），假设主客方评价矩阵分别为 Y,X（注：因量纲相同，故评价矩阵不需要规范化）：

$$Y=\begin{bmatrix}[2,6] & [3,7] & [1,5] & [2,6] & [6,10] & [4,8] & [5,9] & [4,8] & [1,5] & [2,6]\\ [1,5] & [6,10] & [1,5] & [5,9] & [0,4] & [4,8] & [2,6] & [6,10] & [6,10] & [4,8]\\ [3,7] & [0,4] & [2,6] & [5,9] & [6,10] & [1,5] & [0,4] & [1,5] & [5,9] & [3,7]\\ [4,8] & [1,5] & [6,10] & [1,5] & [3,7] & [1,5] & [1,5] & [5,9] & [0,4] & [4,8]\\ [5,9] & [2,6] & [0,4] & [4,8] & [3,7] & [6,10] & [2,6] & [3,7] & [0,4] & [6,10]\end{bmatrix}$$

$$X=\begin{bmatrix}[5,9] & [3,7] & [1,5] & [2,6] & [6,10]\\ [2,6] & [4,8] & [1,5] & [5,9] & [0,4]\\ [3,7] & [0,4] & [4,8] & [2,6] & [5,9]\\ [4,8] & [1,5] & [6,10] & [5,9] & [1,5]\\ [3,7] & [2,6] & [0,4] & [4,8] & [4,8]\end{bmatrix}$$

(一)基于区间数的主客方协作式群体评价方法如下：

1)根据(2)、(3)式求出评价客方 o_k 的信息诚信度：$\omega=(0.218,0.227,0.163,0.222,0.170)$ 并得出经调整后更为客观的评价客方区间信息矩阵：

$$X^*=\begin{bmatrix}[5.45,9.81] & [3.41,7.94] & [0.81,4.07] & [2.22,6.67] & [5.11,8.51]\\ [2.18,6.54] & [4.54,9.08] & [0.81,4.07] & [5.56,10.00] & [0.00,3.40]\\ [3.27,7.63] & [0.00,4.54] & [3.25,6.50] & [2.22,6.67] & [4.26,7.66]\\ [4.36,8.72] & [1.14,5.67] & [4.88,8.13] & [5.56,10.00] & [0.85,4.26]\\ [3.27,7.63] & [2.27,6.81] & [0.00,3.25] & [4.45,8.89] & [3.40,6.81]\end{bmatrix}$$

2)根据公式(4)、(5)求出评价主方 s_j 的信息完备度：

$\mu=(0.118,0.095,0.096,0.100,0.094,0.096,0.104,0.112,0.077,0.107)$

3) 根据有序增量分割法[1]，以主方信息完备度和客方信息诚信度为诱导分量分别对主客方信息进行聚类分组：$A^s=\{(s_1),(s_9),(s_2,s_3,s_5,s_6),(s_4,s_7,s_8,s_{10})\}$，$A^o=\{(o_3,o_5),(o_1,o_2,o_4)\}$。

4) 根据公式(7)、(8)，分别求出体现信息“质”的主方和客方的属性密度加权向量：

$\xi^{S\otimes}=(0.298,0.195,0.240,0.267)$，$\xi^{O\otimes}=(0.428,0.572)$

5)根据公式(9)、(10)，令 $\alpha=1$（表明评价者注重群体共识），分别求出体现信息“量”的主方和客方的规模密度加权向量：$\xi^{S\odot}=(0.029,0.029,0.471,0.471)$，$\xi^{O\odot}=(0.308,0.692)$。

6)根据式(11)，运用乘法归一化公式，结合信息的“质”、“量”特征，分别求出评价主方和评价客方的综合密度加权向量：$\xi^{S}=(0.035,0.023,0.447,0.495)$，$\xi^{O}=(0.25,0.75)$。

7)运用 $IIDWA_{WAA}$ 算子进行集结，分别得出评价主方和评价客方的集结结果：

$Z^S = \{[3.272, 7.272], [3.521, 7.521], [2.310, 6.310], [2.762, 6.762], [3.262, 7.262]\}$

$Z^O = \{[3.511, 7.681], [3.182, 7.352], [2.297, 6.466], [3.451, 7.621][2.927, 7.097]\}$

运用式(1)区间数排序的可能度法构造可能度矩阵,得出主方排序向量 $Z^{s*} = (0.531, 0.562, 0.411, 0.467, 0.529)$ 和客方排序向量 $Z^{o*} = (0.553, 0.513, 0.407, 0.545, 0.482)$,则主方排序结果为 $o_2 \succ o_1 \succ o_5 \succ o_4 \succ o_3$,客方排序结果为 $o_1 \succ o_4 \succ o_2 \succ o_5 \succ o_3$。

8)最后运用简单线性加权对主方和客方结果进行集结得出一个最终的结果:

$Z = \{[3.392, 7.477], [3.352, 7.437], [2.303, 6.388], [3.107, 7.191], [3.094, 7.179]\}$

运用式(1),区间数的可能度公式 求出被评价对象的综合结果的两两比较可能度,并得出最终的排序向量 $Z^* = (0.542, 0.537, 0.409, 0.507, 0.505)$,可知综合排序结果为 $o_1 \succ o_2 \succ o_4 \succ o_5 \succ o_3$。

(二)Jahanshahloo 等[19]将点值拓展至区间数,其中的 TOPSIS 方法也较为典型。因此,运用 Jahanshahloo 等[19]思想对本文数据进行运算,并与本文排序结果进行对比说明,具体如下:

1)首先,采用熵权法[1]计算评价者 s_j 的客观权重 w_j,得 $w_j = (0.051, 0.131, 0.151, 0.060, 0.112, 0.089, 0.104, 0.059, 0.211, 0.032)(j = 1, 2, \cdots 10)$

根据 Jahanshahloo 等[19]中公式(3)、(4)原理得出加权规范化矩阵为:

$$Y^* = \begin{bmatrix} [0.102,0.306] & [0.393,0.917] & [0.151,0.755] & [0.12,0.36] & [0.672,1.120] & [0.356,0.712] & [0.520,0.936] & [0.236,0.472] & [0.211,1.055] & [0.064,0.192] \\ [0.051,0.255] & [0.786,1.310] & [0.151,0.755] & [0.30,0.54] & [0.000,0.448] & [0.356,0.712] & [0.208,0.624] & [0.354,0.590] & [1.266,2.110] & [0.128,0.256] \\ [0.153,0.357] & [0.000,0.524] & [0.302,0.906] & [0.30,0.54] & [0.672,1.120] & [0.089,0.445] & [0.000,0.416] & [0.059,0.295] & [1.055,1.899] & [0.096,0.224] \\ [0.204,0.408] & [0.131,0.655] & [0.906,1.510] & [0.06,0.30] & [0.336,0.784] & [0.089,0.445] & [0.104,0.520] & [0.295,0.531] & [0.000,0.844] & [0.128,0.256] \\ [0.255,0.459] & [0.262,0.786] & [0.000,0.604] & [0.24,0.48] & [0.336,0.784] & [0.534,0.890] & [0.208,0.624] & [0.177,0.413] & [0.000,0.844] & [0.192,0.320] \end{bmatrix}$$

2)其次,确定正负理想点:$\bar{A}^+ = (\tilde{\nu}_1^+, \tilde{\nu}_2^+, \cdots \tilde{\nu}_m^+)$、$\bar{A}^- = (\tilde{\nu}_1^-, \tilde{\nu}_2^-, \cdots \tilde{\nu}_m^-)$,据文献[19]式(5)(6)得

$\bar{A}_j^+ = ([0.459, 0.459], [1.31, 1.31], [1.51, 1.51], [0.54, 0.54], [1.12, 1.12], [0.89, 0.89], [0.936, 0.936], [0.59, 0.59], [2.11, 2.11], [0.32, 0.32])$,

$\bar{A}_j^- = ([0.051, 0.051], [0, 0], [0, 0], [0.06, 0.06], [0, 0], [0.089, 0.089], [0, 0], [0.059, 0.059], [0, 0], [0.064, 0.064]), (j = 1, 2, \cdots 10)$

3)然后,计算距离,根据 Jahanshahloo 等[19]中公式(7)、(8)原理得到每个被评价对象到正负理想点距离分别为 $d_i^+ = (3.066, 2.533, 2.845, 3.340, 3.516)$,$d_i^- = (2.537, 3.289, 2.896, 2.434, 2.098)$,$(i = 1, 2, \cdots 5)$

4)最后,根据 Jahanshahloo 等[19]中公式(9):$R_i^* = d_i^- / (d_i^- + d_i^+)$,$(i = 1, 2, \cdots 5)$,计算 O_i 的相对贴近度得 $R_1^* = 0.453$,$R_2^* = 0.565$,$R_3^* = 0.504$,$R_4^* = 0.421$,$R_5^* = 0.374$,最终排序结果为 $o_2 \succ o_3 \succ o_1 \succ o_4 \succ o_5$。

表 1 评价信息集结结果一览表

被评价对象	IIDWA 算子主方集结结果	IIDWA 算子客方集结结果	IIDWA 算子综合集结结果	TOPSIS 方法集结结果
O_1	0.531	0.553	0.542	0.453
O_2	0.562	0.513	0.537	0.565
O_3	0.411	0.407	0.409	0.504
O_4	0.467	0.545	0.507	0.421
O_5	0.529	0.482	0.505	0.374
排序	$o_2 \succ o_1 \succ o_5 \succ o_4 \succ o_3$	$o_1 \succ o_4 \succ o_2 \succ o_5 \succ o_3$	$o_1 \succ o_2 \succ o_4 \succ o_5 \succ o_3$	$o_2 \succ o_3 \succ o_1 \succ o_4 \succ o_5$

上述表 1 中,从被评价对象的集结结果及排序可以发现,区间信息下的主客方协作式评价方法和拓展至区间数的 TOPSIS 方法下的排序结果具有差异性。被评价对象 O_2 在 TOPSIS 方法和 IIDWA 算子主方排序中都排第一,这两种方法都是评价主方主导的方法;而 IIDWA 算子客方排序结果以及融合客方结果的综合集结结果排序第一的又为 O_1,其中差异不排除采用不同方法的原因,但更多的是评价客方的参与对原本主方结果产生的影响。本文主客方综合集结结果是主方集结结果和客方集结结果的有机融合,与以往的主方式结果会有差异,它囊括了主方的专业性及信息客观性和客方的参与性及信息完备性,可以充分发挥主客双方间的协同作用和互补作用。

6 结语

本文提出的区间信息下的主客方协作式群体评价方法具有如下几个特点：

(1)本文引入了“区间信息”思想，对基于点值评价信息的主客方协作式群体评价方法进行了拓展研究，克服了评价信息必须为确定点值的苛刻条件，很大程度地提高了协作式评价方法的普遍适用性。

(2)本文探讨了一种新型的主客方协作方式，主客双方互为参照分别确定各自的信息属性特征，并以此作为其评价信息聚类分组的依据，充分发挥了主客双方评价信息的互补作用，一定程度上减少了各自评价信息的固有缺陷。

(3)本文定义并运用了一种新型的评价信息集结算子一区间诱导密度加权合成算子（$IIDWA$），并且在信息的集结过程中，运用了融合评价信息“质和量”的密度加权向量，弥补了传统密度权向量的确定过程中只考虑评价信息的“量”(规模特征)而忽视评价信息的“质”(属性特征)的缺点。

对主客方协作式群体评价的研究是一个很复杂的问题，考虑的因素很多，需要综合多人对策、机制设计、组织流程等多方面的理论进行系统研究，本文仅在三个假设的前提下对评价流程与规则设置方面进行了粗略尝试，更细致的研究有待进一步深入，笔者将进行跟踪探讨。

参考文献：

[1] 郭亚军.综合评价理论、方法及应用[M].北京：科学出版社，2007.

[2] 张发明，郭亚军，易平涛. 一种主客方协作式群体评价方法及其应用[J]. 中国管理科学，2010，18(04)：145－151.

[3] 张发明. 一种主客方交互式群体评价方法及其应用[J]. 管理学报，2011，8(11)：1714－1718.

[4] Zhao Hua，Xu Zheshui. Group decision making with density-based aggregation operators under interval-valued intuitionistic fuzzy environments[J]. Journal Of Intelligent & Fuzzy Systems. 2014，27(2)：1021－1033.

[5] 董庆兴，郭亚军，马凤姝. 基于主客体协作的群组评价方法[J]. 运筹与管理，2012，21(4)：166－172.

[6] Herrera F，Herrera-Viedma E，Verdegay J L. A model of consensus in group decision making under linguistic assessments[J]. Fuzzy Sets and Systems，1996，78(1)：73－87.

[7] Xia Meimei，Chen Jian. Multi-criteria group decision making based on bilateral agreements[J]. European Journal Of Operational Research. 2015，240(3)：756－764.

[8] 易平涛，郭亚军，李伟伟. 基于密度算子的多阶段群体评价方法及应用[J]. 东北大学学报(自然科学版)，2013，2(5)：752－756.

[9] Xu Zeshui，Yager P R. Power-geometric operators and their use in group decision making[J]. IEEE Transactions on Fuzzy System，2010，18(1)：94－105.

[10] Zeng Shuozeng，Li Wei，Merigó J M. Extended induced ordered weighted averaging distance operators and their application to group decision-making[J]. International Journal of Information Technology & Decision Making，2013，12(4)：789－811.

[11] Henningsen D，Henningsen M. A preliminary examination of perceptions of social influence in group decision making in the workplace[J]. Journal Of Business Communication，2015，52(2)：188－204.

[12] Su Weihua，Zeng Shouzheng，Ye Xiaojia. Uncertain group decision making with induced aggregation operators and Euclidean distance[J]. Technological & Economic Development of Economy，2013，19(3)：431－447.

[13] Li Dengfeng，Huang Zhigang，Chen Guohong. A systematic approach to heterogeneous multiattribute group decision making[J]. Computers & Industrial Engineering. 2010，59(4)：561－572.

[14] 张发明，郭亚军，易平涛. 序关系分析下的多阶段交互式群体评价方法[J]. 系统工程学报，2011，59(26)：702－709.

[15] 余雁，梁樑，罗彪. 基于自互评体系的竞争性评估方法研究[J]. 系统工程，2004，22(5)：94－97.

[16] 郭亚军，何志勇，董飞飞. 基于双重优势的自主式综合评价方法[J]. 系统工程与电子技术，2011，33(12)：2668－2671.

[17] 董庆兴，郭亚军，何志勇. 基于竞合视角的自主式综合评价方法[J]. 系统管理学报，2012，21(2)：180－185.

[18] 徐泽水，达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用[J]. 系统工程学报，2003，18(1)：67－70.

[19] Jahanshahloo G R，Hosseinzadeh L F，Izadikhah M. An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data[J]. Applied Mathematics and Computation，2006，175(2)：1375－1384.

[20] 尤天慧，樊治平. 区间数多指标决策中确定指标权重的一种客观赋权法[J]. 中国管理科学，2003，11(2)：93－96.

[21] 刘健，刘思峰. 属性值为区间数的多属性决策对象排序研究[J]. 中国管理科学，2010，18(3)：90－94.

[22] 吴江，黄登仕. 区间数排序方法研究综述[J]. 系统工

程,2004,22(8):1－4.
[23] 孙海龙,姚卫星. 区间数排序方法评述[J]. 系统工程学报,2010,25(3):304－312.
[24] 徐泽水.不确定多属性决策方法及应用[M].北京:清华大学出版社,2004.
[25] 侯芳,郭亚军. 区间数密度中间算子在多属性决策中的应用[J]. 东北大学学报(自然科学版),2008,29(10):1509－1516.
[26] 李伟伟,易平涛,郭亚军. 区间数密度算子及其应用[J]. 东北大学学报(自然科学版),2012,33(7):1043－1046.
[27] 贺芳. 基于改进区间数密度集结算子指标群赋权方法[J]. 运筹与管理,2013,(4):133－138.
[28] 张发明,闻琴,汪红林. 二维区间密度加权算子及其应用[J]. 应用泛函分析学报,2014,16(2):97－104.

A Group Evaluation Method and Application Based on Collaboration of Subject and Object under Interval Information

ZHANG Fa-ming, LI Xiao-shuang
(School of Economics & Management, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

Abstract: In classical single criterion group evaluation methods, the ratings that experts (the subject) have given for the object evaluated are usually exact data. In addition, the evaluation process is also generally dominated by the subject with lack of the object participation. However, the ratings given are human judgements including preferences that may be vague; using interval data should be more suitable. Otherwise, with the circumstance of emphasizing democracy and freedom, participation of the object (especially when the object is human) in evaluation process is rather essential. Therefore, a group evaluation method based on collaboration of subject and object is put forward under interval information. In this paper, an Interval Induced Density Weighted Algorithm- *IIDWA* is presented to aggregate interval data. Firstly, completeness of subject information- μ and integrity of object information- ω are calculated, by which original interval data are clustered into right group. Secondly, ultimate weight vector of each group are synthesized by their attribute weight vector- $\xi^{\otimes}$ and scale weight vector- ξ^{e}, so it will possess the superiority of containing the characteristics of attribute and scale of each group. Finally, information of subject and object are aggregated respectively by *IIDWA* to obtain interval comprehensive results and then possibility degree approach of interval data is conducted for ranking. In the end, a numerical example is given to illustrate the feasibility and validity of this paper. Meanwhile, the result based on the TOPSIS method with interval data is also calculated in order to compare the existing difference with ranking of this paper. As the result of the two methods show, the ranking is different, which indicates that participation of the object can make contribution to the ranking result. In this paper, the complementation of the subject and object information has been implementated.

Key words: interval information; group evaluation; *IIDWA* operator; subject and object; collaboration