DOI:10.13671/j.hjkxxb.2015.0748

宋健,杨蕴,吴剑锋,等.2016.混合多目标遗传算法求解地下水污染修复管理模型[J].环境科学学报,36(9):3428-3435 Song J, Yang Y, Wu J F, et al. 2016. A new hybrid multi-objective genetic algorithm for optimal design of groundwater remediation systems [J]. Acta Scientiae Circumstantiae, 36(9): 3428-3435

混合多目标遗传算法求解地下水污染修复管理模型

宋健1,杨蕴2,吴剑锋1,*,吴吉春1

1. 表生地球化学教育部重点实验室,南京大学地球科学与工程学院水科学系,南京 210023

2. 河海大学地球科学与工程学院, 南京 211106

修回日期:2015-11-13 收稿日期:2015-10-19 录用日期·2015-11-13

摘要:为了提高多目标遗传算法 Pareto 解的局部最优性,本文将快速非支配遗传算法(NSGAII)与一种迭代式的局部搜索算法(Hill Climber with Step, HCS)相结合,开发了一种新的混合多目标遗传算法 NSGAII-HCS.利用 CONV1 和 ZDT6 两个经典的多目标优化函数对 NSGAII-HCS 的性能进行测试,与传统的多目标算法 NSGAII 相比,CONV1 得到的 Pareto 锋面与真实 Pareto 最优解锋面的平均距离由 5.49 减小到 1.74,ZDT6 则由 0.16 减小到 0,表明 NSGAII-HCS 在保证解多样性的前提下,能使解接近或收敛到真实的 Pareto 最优解锋面.最后,将 NSGAII-HCS 与地下 水流模拟软件 MODFLOW 和溶质运移模拟软件 MT3DMS 相耦合,并应用到一个理想的二维地下水污染修复管理模型中,结果分析表明该方法 可为地下水污染治理提供多样的和收敛的 Pareto 管理策略,是一种稳定可靠的多目标优化方法.

关键词:混合多目标算法;NSGAII;局部搜索;地下水污染修复

文章编号:0253-2468(2016)09-3428-08 中图分类号:X32 文献标识码:A

A new hybrid multi-objective genetic algorithm for optimal design of groundwater remediation systems

SONG Jian¹, YANG Yun², WU Jianfeng^{1,*}, WU Jichun¹

1. Key Laboratory of Surficial Geochemistry, Ministry of Education; School of Earth Sciences and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210023 2. School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing 211106 Received 19 October 2015: accepted 13 November 2015

received in revised form 13 November 2015;

Abstract: This study presents an algorithm that uses a novel iterative local search (Hill Climber with Step, HCS) in the nondominated sorting genetic algorithm II (NSGAII) as a hybrid multi-objective algorithm for improving convergence to the true Pareto front. We present some numerical results on two benchmark problems (CONV1, ZDT6). For the Pareto optimal fronts achieved by NSGAII-HCS with CONV1 and ZDT6, we compute the Euclidean distances of the Pareto fronts from the true Pareto optimal fronts. Comparing with NSGAIL, NSGAIL-HCS is able to decrease the average distance from 5.49 to 1.74 for CONV1 and from 0.16 to 0 for ZDT6, indicating that the proposed NSGAII-HCS is able to find much better spread of solutions and better convergence to the true Pareto optimal front. Finally, the proposed NSGAII-HCS is coupled with the commonly used flow and transport code, MODFLOW and MT3DMS, and applied to a synthetic pump-and-treat (PAT) groundwater remediation system. Comparing with the existing nondominated sorting genetic algorithm II (NSGAII), the proposed NSGAII-HCS can find Pareto optimal solutions with lower variability and higher reliability and is a promising tool for optimizing the multi-objective design of groundwater remediation systems.

Keywords: hybrid multi-objective algorithm; nondominated sorting genetic algorithm II (NSGAII); local search; groundwater remediation

引言(Introduction) 1

地下水污染修复实际上是一个既考虑治理效 果又考虑治理成本的复杂的多目标优化问题.当前, 求解多目标问题最有效的方法是多目标智能优化

算法,一方面,该算法可以并行地处理一组可能的 解(群体),能在一次算法过程中找到 Pareto 最优集 中的多个解:另一方面进化算法不局限于 Pareto 前 端的形状和连续性,易于处理不连续的、凹形的多 目标函数,能够有效地克服古典方法的局限性.如基

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 41072175, 41372235, 41402198)

Supported by the National Natural Science Foundation of China (No.41072175, 41372235, 41402198)

作者简介: 宋健(1990—), 男, E-mail: jiansong1217@gmail.com; * 通讯作者(责任作者), E-mail: jfwu@nju.edu.cn

Biography: SONG Jian(1990-), male, E-mail: jiansong1217@gmail.com; * Corresponding author, E-mail: jfwu@nju.edu.cn

于小生境的 Pareto 遗传算法 (niched Pareto genetic algorithm, NPGA) (Horn et al., 1993; Erickson et al., 2002),快速非支配遗传算法(nondominated sorting genetic algorithm II, NSGA II) (Deb et al., 2002) 等. 以上提出的多目标遗传算法具有良好的全局搜索 能力,然而在搜索的中后期,算法收敛于真实最优 解的效率大幅降低,而且遗传算法是以种群为单位 的群体搜索方法,对于复杂的非线性规划问题不能 保证收敛到最优解.鉴于以上不足,国内外研究者提 出了多种对传统多目标智能优化算法的改进算法 (Luo et al., 2014; Yang et al., 2013; Sindhya et al., 2013).本文对遗传算法初期搜索到的优化解进行局 部搜索,形成了一种新的混合多目标优化模式.该混 合算法即是利用遗传算法的全局搜索能力搜寻最 优解,然后将进化的解作为初始解进行局部搜索以 搜寻到真实的 Pareto 最优解.

本文将 NSGAII 与一种迭代式的局部搜索算法 (Hill Climber with Step, HCS)(Lara et al., 2010)相 结合,开发了一种新的混合多目标遗传算法 NSGAII-HCS.利用 CONV1和 ZDT6两个经典的多目 标优化函数对 NSGAII-HCS 的性能进行测试.最后, 将 NSGAII-HCS 与地下水流模拟软件 MODFLOW (Harbaugh, 2005)和溶质运移模拟软件 MT3DMS (Zheng and Wang, 1999)相耦合,并应用到一个理 想的二维地下水污染修复管理模型中,结果分析表 明该方法可为地下水污染治理提供多样的和收敛 的 Pareto 管理策略,是一种稳定可靠的多目标优化 方法.

2 混合多目标遗传算法(Hybrid multi-objective genetic algorithm)

2.1 快速非支配遗传算法

NSGAII 是一种可以快速进行 Pareto 排序的非 支配多目标遗传算法,如图 1 所示.该算法的优点主 要包括以下 3 个方面:① 提出快速非支配排序法, 降低算法的复杂度;② 提出拥挤度与拥挤度比较算 子,代替了需要指定共享半径的适应度共享策略, 并在同一级排序中将拥挤度作为个体的胜出标准, 保持了种群的多样性;③ 引入精英策略,有利于保 存种群进化过程中的优良个体,加速了种群的收敛. 以上优点使 NSGAII 成为一种广泛应用的多目标智 能优化算法,并作为与其它改进算法的比较基准. 2.2 局部搜索算法

HCS 是一种基于最优搜寻方向的迭代式局部 搜索方法.由于地下水污染修复管理模型是复杂的 非线性规划问题,不能准确计算目标函数的梯度信 息,因此本文采用无梯度计算的局部搜寻方法(Lara *et al.*, 2010).

为了详细阐述 HCS 的具体搜索过程,可以将 HCS 作为一种对遗传算法进化的 Pareto 解进行局 部搜索,然后输出局部最优解的独立的算法,而 HCS 与 NSGAII 的耦合过程如图 1 所示.HCS 的计算 流程图如图 2 所示.为了决定局部搜寻的方向,需要 利用初始解的给定邻域半径内的邻域解.邻域解的 定义即:

$$S(X_0, r) = \{ X_n \in \mathbb{R}^n \mid X_n \in H, (x_{0i} - r \le x_i \le x_{0i} + r \\ \forall i = 1, \cdots, m) \} \}$$
(1)

式中, $X_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0m}); X_n = (x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nm})$. X_0 是初始解决策变量的向量形式; x_n 是邻域解决策变量的向量形式; m 是决策变量的个数; x_{0i} 是初始解第 i 个决策变量; H 是在寻优过程中选取邻域解的参考解集, 以进化过程中父代与子代解集作为参考解集并从中选取符合要求的邻域解, 这样可以减少因产生邻域解而需要的目标函数评价, 增加算法的效率; r 是邻域半径. 若邻域解 Pareto 主导初始解并以 $X_n < X_0$ 表示, 可以描述为:

 $\begin{cases} f_i(X_n) \leq f_i(X_0), \forall i \in \{1, 2, \cdots, k\} \\ f_i(X_n) < f_i(X_0), \exists i \in \{1, 2, \cdots, k\} \end{cases}$ (2) $\exists \Psi, f_i(X) \& \forall i \in \{1, 2, \cdots, k\} \end{cases}$

在流程图 2 中, N_a 是局部搜索的最大迭代次 数; T是衡量决策变量变化的参数; N_a 是搜寻最优 T值的最大试验次数; X_{ai} 表示第 i 次迭代选取的邻域 解的决策变量; ε , 是计算最优变化量的参数, 一般选 取 2~5; L_0 是近似表达目标函数梯度信息的变量; a是 N_a 次迭代搜寻过程中决策变量的平均变化量; 其 余符号如前所述. 根据初始解与邻域解的 Pareto 主 导关系可以将 HCS 分为 Hill Climber 与 Step 两个部 分. 当在 N_a 次迭代搜索内存在邻域解与初始解是 Pareto 主导关系, 则进行最优方向的搜索. Lara *et al.* (2010) 提出以二次多项式的形式估计函数 F(T), 即 $F(T) = aT^2 + bT + c$. 当函数值 $F(T_0)$, $F(T_1)$, F(T_2)存在以下关系, 即:

$$\frac{F(T_1) - F(T_0)}{T_1 - T_0} < \frac{F(T_2) - F(T_1)}{T_2 - T_1}$$
(3)
则认为存在最优值 $T = -b/(2a)$.如图 2 所示,





当经过 N_a 次试验未满足式(3)的条件,则以最小变 化量 T_0 作为最优值.如果经过 N_d 次搜索,邻域解与 初始解均处于非支配的关系,则认为初始解是局部 最优 Pareto 解.为了保持解的多样性, Lara *et al.* (2010)提出利用 N_d 个邻域解沿着 Pareto 解的锋面 方向继续搜索,具体搜索过程如图 2 所示. HCS 需要输入的主要参数是搜寻半径 r 与最大 迭代搜寻次数 N.N 值越大,局部搜寻的解更可能达 到最优解,但同时会增加目标函数的评价次数,因 此,Lara et al. (2010)建议 N 值一般取 5~10.由于是 局部搜索,搜寻半径不宜过大,一般取值 0.1~0.3. 启发式搜寻最优 T 值的方法需要指定最大试验次 数 N_a , N_a 值过大则降低算法的效率,本文根据 Lara et al. (2010)建议取值为 3.

2.3 组合优化的方法

混合多目标算法的两个重要问题是如何选择 个体作为局部搜寻的初始解与如何平衡全局搜索 与局部搜索之间的关系.遗传算法的搜寻特点是在 初期阶段的全局搜索能力可以快速找到接近最优 解的个体,但是到后期阶段收敛到最优解的速度减 慢.因此,在实施局部搜索时,应选取当前代进化得 到最优个体作为初始解.全局搜索与局部搜索的平 衡关系可以由当前选择个体作为初始解的概率来 调节.如果在进化初期阶段选择概率较大,则搜寻的 解易陷入局部最优的陷阱.



图 2 HCS 的计算流程图 Fig.2 Flowchart of the HCS

理想算例将局部搜寻设定在进化的10代以后, 使遗传算法的全局搜索能力得到发挥.然后,每隔5 代进行局部搜索,每一代搜索的概率服从以下函数 分布:

$$p_{l} = \sqrt{r_{w}^{2} - (i/10000 - r_{a})^{2}} \times (p_{\max}/r_{w})$$

$$i = 1 \cdots m$$
(4)

式中,p₁是局部搜索概率,r_w,r_a是函数分布参数,p_{max} 是最大的局部搜索概率,m是进化过程中种群的局 部搜索次数.在求解理想算例时,将 *p*_{max}设定为 0.3, *m* 设定为 20,函数图像如图 3 所示.

从图 3 中可以看到遗传算法进化的初始阶段局 部搜寻概率小,有利于全局寻优,进化的中期增加 局部搜索的能力改善解的精度,到后期可以减少局 部搜索避免陷入局部最优的陷阱同时减少函数评 价的次数,提高算法的效率.



Fig.3 Probability distribution of the local search

2.4 标准测试函数的检验

为了测试 NSGAII-HCS 算法的性能,选用多目标问题的经典测试函数 CONV1 与 ZDT6,其函数表达式分别是:

CONV1 目标函数:

$$f_1(x) = (x_1 - 1)^4 + \sum_{j=2}^n (x_j - 1)^2 \qquad (5)$$

$$f_2(x) = \sum_{j=1}^{n} (x_j + 1)^2$$
 (6)

约束条件:

$$-5.0 \le x_i \le 5.0, i = 1...30$$
 (7)
ZDT6 目标函数:

 $f_1(x) = 1 - \exp(-4x_1) \sin^6(6\pi x_1)$ (8)

$$f_2(x) = g(x) \left[1 - (f_1(x)/g(x))^2 \right]$$
(9)

约束条件:

$$g(x) = 1 + 9 \left[\left(\sum_{i=2}^{n} x_i \right) / (n-1) \right]^{0.25}$$
(10)

$$0 \le x_i \le 1.0, i = 1 \cdots 10 \tag{11}$$

表1 多目标遗传算法参数

Table 1 Input parameters for the different multi-objective genetic algorithms

参数	CONV1		ZDT6	
	NSGAII	NSGAII-HCS	NSGAII	NSGAII-HCS
种群大小	200	200	200	200
进化代数	100	100	250 *	100
交叉概率	0.9	0.9	0.9	0.9
变异概率	0.05	0.05	0.05	0.05
局部搜索最大概率	_	0.20	_	0.20
局部搜索次数	_	20	_	20
局部搜索半径	_	0.1	_	0.1
局部搜索迭代次数	—	5	—	5

注:*在 NSGAII 进化到 250 代时, ZDT6 的解仍与 Pareto 最优 解存在较大的差距.

标准测试函数的多目标遗传算法参数如表1所示.如图 4a 所示,对于凸形的多目标函数 CONV1,

NSGAII-HCS 得到的解更趋近真实的 Pareto 解集,但 是进化的总代数较小,因此不能使所有的解完全收 敛到真实的 Pareto 锋面.如图 4b 所示,对于凹形的 多目标函数 ZDT6, NSGAII-HCS 在种群进化到第 100 代时,解完全收敛到真实的 Pareto 锋面,表明了 该算法具有在保持解多样性的同时,可以使 Pareto 解达到局部最优性;而 NSGAII 在种群进化到第 250 代时,得到的 Pareto 锋面与真实的 Pareto 锋面的平 均距离为 0.16,仍与真实 Pareto 解存在较大的差距. 标准 函数的测试结果表明了 NSGAII-HCS 与 NSGAII 相比能搜寻到真实的 Pareto 解,具有明显的 优势.



图 4 NSGAII 与 NSGAII-HCS 求解 CONV1 (a) 与 ZDT6 (b) 的数值计算结果

Fig.4 Optimization results for (a) CONV1 and (b) ZDT6 obtained by NSGAII and NSGAII-HCS

3 算例分析(Case study)

3.1 算例概述

本理想算例来自文献 Zheng and Wang (2003), 目的是利用 NSGAII-HCS 来设计一个抽取-处理 (pump-and-treat, PAT)系统,以同时达到治理成本 最小和含水层中剩余污染物最小这两个目标.算例 场地信息可参见相关文献(吴剑锋等,2011;彭伟 等,2008;杨蕴等,2009;2013).该算例的地下水污染 优化管理模型即:

目标函数:

$$f_1 = a_1 N_w + a_2 \sum_{i=1}^{N} |Q_i| \Delta t_i$$
 (12)

 $f_2 = (\text{mass}_{\text{end}}/\text{mass}_{\text{initial}}) \times 100\% \quad (13)$

约束条件:

$$C_j \leq C^*, j = 1, \cdots, m_c \tag{14}$$

$$0 \le Q_i \le 10000, i = 1, \cdots, N \tag{15}$$

其中, f_1 是治理成本, a_1 是安装抽水井的总费用(设 为 CNY150000), N 是 PAT 系统控制井的数量, N_w 是 非零流量井的数量, a_2 是处理单位体积污水需要的 费用(设为 CNY 0.76 ·m⁻³), Q_i 是第 i 口井的流量 (m³·d⁻¹), Δt_i 是第 i 口井持续抽水的时间(d), f_2 是 治理结束后剩余污染物质量与初始质量的百分比, mass_{initial}是含水层初始污染物质量(kg), mass_{end}是剩 余污染物质量(kg), C^* 是污染物浓度约束区域的 最大允许浓度值(设为 20 g·m⁻³), m_e 是污染物浓度 约束区域节点的数量.

对于研究区的所有节点的浓度通过调用地下 水水流模型 MODFLOW 与溶质运移模型 MT3DMS 计算,研究区的各点的污染物浓度取决于抽水量, 抽水持续时间以及初始污染物浓度.函数表达式 如下:

 $C = \text{Trans}(Q_i, \Delta t_i, C_0), i = 1, \dots, N \quad (16)$ 3.2 结果与讨论

本文将 NSGAII-HCS 和 NSGAII 分别与常用的 地下水流模型 MODFLOW 和溶质运移模型 MT3DMS 相耦合,模拟优化理想条件下二维的地下 水污染修复系统.两种算法在全局搜索的遗传算法 上使用的参数相同,即种群大小为 100,进化的总代 数为 100 代,交叉概率为 0.9,突变概率为 0.05.对于 局部搜索,最大的局部搜索概率为 0.3,邻域搜索半 径为 0.2,每隔 5 代进行局部搜索,最大的迭代搜索 次数为 5 次.本文引入多样性、收敛性和均匀性三个 指标来评价 NSGAII-HCS 的寻优性能.

3.2.1 算法性能的衡量指标 多样性的衡量是通 过将两种算法计算的解合并,并重新进行非支配解 的排序得到最优解集,将每一种算法在最优解集中 占有的 Pareto 解的个数作为多样性指标.收敛性指 标是参照 Deb 提出的计算方法,即选取若干个真实 的 Pareto 解作为参考点,然后计算多目标算法得到 的权衡曲线与参考点构成的权衡曲线的距离.计算 方程如下:

$$Z = \sum_{i=1}^{N} \text{MIN}(d_{i1}, d_{i2}, \cdots d_{iR}) / N$$
 (17)

式中,N是种群大小,d_{ij}是第 i 个进化的个体到第 j 个参考点的距离,R 是选取的参考点个数.Z 值越大 表示计算的解与真实解的差距越大,解的收敛性 差,反之,收敛性好.由于地下水污染优化管理模型 真实的 Pareto 解集未知,所以从两种算法合并后的 最优解集中选取若干个均匀分布的 Pareto 解作为参 考点.

均匀性指标的计算方程如下:

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} |d_i - \overline{d}|}{(N-1)\overline{d}}$$
(18)

3.2.2 优化结果的对比与分析 将 NSGAII 与 NSGAII-HCS 计算得到的结果进行对比分析(图 5). 在剩余污染物百分比大于 15%时, NSGAII-HCS 可 以搜索到收敛性与多样性更优的解,同时保证所有 的 Pareto 解在权衡曲线上均匀分布.因此, NSGAII-HCS 能寻找到精度更高的 Pareto 解,并能提升解的 多样性,具有更加明显的优势.



Fig.5 Comparison of the NSGAII-based and NSGAII-HCS-based Pareto optimal solutions in the generation 100

为了比较在种群进化过程中两种不同算法的 收敛性,可以计算 NSGAII 与 NSGAII-HCS 的每一代 种群收敛性指标的差值ΔZ.ΔZ 为正值表示 NSGAII-HCS 计算的解与参考点的距离较小.如图 6 所示,在 进化的初期由于遗传算法的全局搜索的能力, NSGAII 算法发挥较大的作用,而局部搜索可能使解 陷入局部最优值.在进化的中后期,遗传算法寻找到 接近真实 Pareto 解的最优解而继续搜索真实解的效 率逐渐降低.NSGAII-HCS 具有的局部搜索能力可以 很大程度上改善遗传算法在中后期搜索的 Pareto 解,使种群的收敛速度加快.如表 2 所示,两种算法 运行到 100 代时,NSGAII-HCS 的 Z 值较小,表明解 的精度更高.Pareto 解集的多样性与均匀性的提升 有助于决策者根据自己的要求选择最优的管理方 案.从表 2 中也可以看到,NSGAII-HCS 在保证 Pareto 解局部最优性的同时,可以提供多样的解并且解的 分布较均匀.





over the generation number

表 2 NSGAII 与 NSGAII-HCS 运行到 100 代时 Pareto 解比较

Table 2 Performance measures of the multi-objective genetic algorithms in the generation 100

in the	generation re	50		
方法	Pareto 解的个数	合并后 Pareto 解个数	$Z(\times 10^5)$	Δ
NSGAII	66	35	9.15	1.25
NSGAII-HCS	100	97	7.62	0.77

4 结论与展望(Conclusions and remarks)

1)为了提高多目标遗传算法 Pareto 解的局部 最优性,将 NSGAII 与一种迭代式的局部搜索算法 HCS 相结合,开发了一种新的混合多目标遗传算法 NSGAII-HCS.HCS 通过利用邻域解确定最优的搜寻 方向,使种群朝着真实解的方向收敛,提高了收敛 速度与解的精度.同时,在寻找到最优解后,HCS 利 用局部搜索的解沿着 Pareto 锋面的方向继续搜索, 有助于改善解的多样性.通过选择两个经典的多目 标测试函数检验算法的性能,结果表明 NSGAII-HCS 的解更加接近或完全收敛到真实的 Pareto 解.

2)将 NSGAII-HCS 应用于理想的二维地下水污 染修复管理模型中,从 Pareto 解的收敛性、多样性和 均匀性方面分析,可以得到该算法与 NSGAII 相比 能寻找到精度更高、跨度更大、沿权衡曲线分布更 均匀的 Pareto 解.NSGAII-HCS 同时具有遗传算法的 全局搜索能力和 HCS 的局部搜索能力,而在进化过 程中,NSGAII-HCS 在中后期的局部搜索使收敛速 度明显加快.在地下水污染修复优化管理模型中,精 度更高的解可以节约污染物治理成本,同时有助于 选择最高效的管理策略,使地下水污染治理的目标 达到.NSGAII-HCS 的优点则是能加速收敛到最优 解,使决策者能选择最理想的治理方案.

3)尽管本文算例是一理想的二维均质等厚各 向同性承压含水层系统,但由于 NSGAII-HCS 耦合 的水流和污染物运移模型适用于任何多孔介质的 地下水系统,因此该优化模型同样可推广应用到实 际含水层的地下水污染修复管理.当然,其优化效果 如何,有待于后续应用实践的检验.另一方面, NSGAII-HCS 每隔几代进行局部搜索的策略可能减 小了算法的效率,如何进行自适应的局部搜索有待 于一步研究.将 NSGAII-HCS 应用于实际场地条件 下的地下水污染修复管理,充分发挥该算法的优点 是未来的发展方向.

责任作者简介:吴剑锋(1971—),男,博士,教授,主要从事 地下水数值模拟和水资源模拟优化管理研究. E-mail:jfwu@ nju.edu.cn,jfwu.nju@gmail.com.

参考文献(References):

- Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. 2002. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. Evolutionary Computation, 6(2): 182-197
- Erickson M, Mayer A, Horn J. 2002. Multi-objective optimal design of groundwater remediation systems: application of the niched Pareto genetic algorithm (NPGA) [J]. Advances in Water Resources, 25 (1): 51-65
- Harbaugh A W. 2005. MODFLOW-2005, The U.S. Geological Survey modular ground-water model-the Ground-Water Flow Process [R]. Reston: U S Geological Survey Techniques and Methods 6-A16
- Horn J, Nafpliotis N. 1993. Multi-objective optimization using the niched Pareto genetic algorithm [R]. University of Illinois, Urbana-Champaign, Urbana, IL
- Lara A, Sanchez G, Coello Coello C A, et al. 2010. HCS: A new local search strategy for memetic multiobjective evolutionary algorithms [J]. Evolutionary Computation, 14(1): 112-132
- Luo Q K, Wu J F, Yang Y, et al. 2014. Optimal design of groundwater remediation system using a probabilistic multi-objective fast harmony search algorithm under uncertainty [J]. Journal of Hydrology, 519: 3305-3315
- 彭伟, 吴剑锋, 吴吉春. 2008. NPGA-GW 在地下水系统多目标优化

管理中的应用[J]. 高校地质学报, 14(4): 631-636

- Sindhya K, Miettinen K, Deb K. 2013. A hybrid framework for evolutionary multi-objective optimization [J]. Evolutionary Computation, 17(4): 495-511
- 吴剑锋,彭伟,钱家忠,等.2011. 基于 INPGA 的地下水污染治理多 目标优化管理模型:I.理论方法与理想算例[J].地质论评, 57(2):277-284
- Yang Y, Wu J F, Sun X M, et al. 2013. A niched Pareto tabu search for multi-objective optimal design of groundwater remediation systems [J]. Journal of Hydrology, 490: 56-73
- 杨蕴,吴剑锋,吴吉春.2009.两种智能算法在求解地下水管理模型 中的对比[J].吉林大学学报(地球科学版),39(3):474-502

- 杨蕴,吴剑锋,于军,等.2013.基于参数不确定性的地下水污染治 理多目标管理模型[J].环境科学学报,33(7):2059-2067
- Zheng C M, Wang P P. 1999. MT3DMS: A Modular Three-Dimensional Multispecies Transport Model for Simulation of Advection, Dispersion, and Chemical Reactions of Contaminants in Groundwater Systems; Documentation and User's Guide [R]. U S Army Engineer Research and Development Center, Vicksburg, Mississippi
- Zheng C M, Wang P P. 2003. MGO: A Modular Groundwater Optimizer Incorporating MODFLOW/MT3DMS: Documentation and User's Guide [R]. University of Alabama and Groundwater Systems Research Ltd, Tuscaloosa, AL, USA