

另外,提出了实心圆薄板在圆心处应满足的边界条件,使圆薄板轴对称大/小挠度问题的弯曲微分方程应满足的边界条件达到了应有的数量(小挠度问题在圆心处应有两个边界条件,大挠度问题在圆心处应有3个边界条件).本文工作进一步完善了圆薄板轴对称弯曲问题的微分方程形式和边界条件,也使我们可以利用成熟的微分方程数值解法,对具有较复杂载荷的实心圆薄板轴对称弯曲微分方程进行数值求解.

参考文献

- 1 Timoshenko S, Woinowsky-Krieger S. *Theory of Plates and Shells* (2nd Edn). Singapore: McGraw-Hill, Inc, 1959
- 2 杨桂通. 弹性力学. 北京: 高等教育出版社, 1998
- 3 曹天捷. 温度变化对受静电力作用微圆板的影响分析. *工程力学*, 2015, 32(2):20-30
- 4 钱伟长, 叶开沅. 圆板大挠度问题. *物理学报*, 1954, 10(3):209-238
- 5 郑晓静. 圆薄板大挠度理论及应用. 长春: 吉林科学技术出版社, 1990
- 6 Gorthi S, Mohanty A, Chatterjee A. Cantilever beam electrostatic MEMS actuators beyond pull-in. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2006, 16: 1800-1810

(责任编辑: 刘希国)

钢结构格构柱设计理论的力学问题

陈军明^{*,1)} 劳悦敏^{*} 陈应波[†] 李秀才[†]

^{*}(武汉理工大学理学院工程结构与力学系, 武汉 430070)

[†](武汉理工大学设计研究院, 武汉 430070)

摘要 借助钢结构格构柱设计理论的换算长细比、横向最大剪力以及分肢承载力三个重要力学问题的解决思路和求解技巧的演绎教学, 培养学生发现工程中的力学问题、寻找解决力学问题的途径、服务工程设计的能力, 引导学生深刻认识力学理论在解决工程问题中的重要作用, 进而激发学生在学习力学理论的兴趣, 实现学生探究、解决工程问题的创新思维、创新能力的培养目标.

关键词 格构柱, 力学问题, 工程问题, 创新能力, 培养目标

中图分类号: O342 **文献标识码:** A

doi: 10.6052/1000-0879-16-113

引言

钢结构构件的设计理论主要包括强度、刚度和稳定性等力学问题, 这些问题涉及结构计算模型选取、力学计算理论、数学方法以及专业知识的综合应用. 学生在学习专业课程知识的环节, 常常能重视理论结果的应用, 但不注重公式的推演过程, 不

能很好地掌握公式、结论的理论由来, 这种学习效果不利于优秀工程师、科研人员的培养. 学生在专业课程的学习过程中, 注重问题的发现、问题的解决以及便于实际应用的结论简化等综合能力的训练是极其重要的, 也是十分必要的, 教师有必要通过教学环节引导学生逐步实现这一方面能力的培养和提高. 论文借助钢结构格构柱设计理论中力学问题的解决途径和解决技巧的演绎, 通过教学实施过程, 逐步培养学生从工程问题中凝练力学问题、探索解决问题方法的能力, 进而培养学生创新思维、创新能力, 激发学生学习力学知识的兴趣.

钢结构中的格构柱属于组合结构, 其构成较复杂, 由肢件(双肢、三肢或四肢)和缀材(缀条或缀板)组成, 分肢是承受轴向载荷的重要构件, 缀材作为将各分肢连接成整体、抵抗侧力的辅助构件^[1]. 工程中, 分缀条柱和缀板柱, 如图1. 此类构件用来承受较大的轴心力或偏心力的作用, 其设计理论是“钢结构设计原理”课程教学的重要内容之一. 格构柱

本文于 2016-04-07 收到.

1) 陈军明, 博士, 教授, 主要从事工程力学专业、结构工程专业教学和研究工作. E-mail: jmchen1@whut.edu.cn

引用格式: 陈军明, 劳悦敏, 陈应波等. 钢结构格构柱设计理论的力学问题. *力学与实践*, 2016, 38(4): 448-451

Chen Junming, Lao Yuemin, Chen Yingbo, et al. The mechanics problems of design theory for steel lattice column. *Mechanics in Engineering*, 2016, 38(4): 448-451

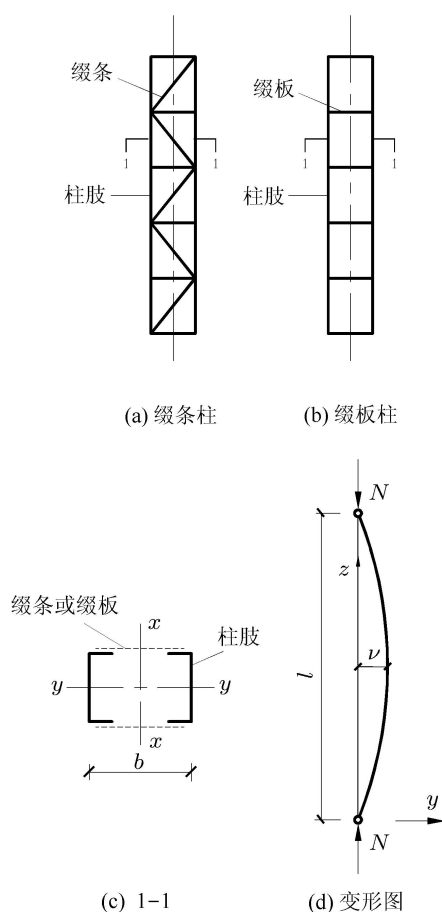


图 1 格构柱

设计理论主要涉及三个关键力学问题: 一是格构柱绕虚轴 (x 轴) 失稳时, 由于缀材传递剪力时产生的剪切变形较大, 从而使构件产生较大的附加弯曲变形, 降低稳定临界应力, 在计算整体稳定时通过加大长细比的方法来考虑缀材变形对降低临界应力的影响, 提出了换算长细比的概念; 二是由于格构柱需要对缀材进行设计, 缀材主要承受横向剪力, 故需要解决横向最大剪力的设计取值; 三是格构柱在整体失稳状态和偏心受压时存在弯曲变形, 加上各种初始缺陷对其影响导致格构柱分肢受力不等, 可能出现在柱子整体失稳前分肢已丧失承载能力, 所以对分肢承载力的讨论也是十分必要的。

1 格构柱的换算长细比

结构在受外力作用下会产生变形, 一般情况下, 附加变形对结构产生的影响比较小, 仅采用一阶分析方法进行分析, 即不考虑变形对外力效应的影响。但在钢结构的设计中结构的变形对于结构的稳定性有较大的影响, 故一般需要考虑二阶效应的影响^[2]。但不同变形对于不同的结构影响大小也是

不同的, 例如实腹式构件, 剪力引起的附加变形很小, 对临界力的影响只占千分之三左右^[3]。因此, 在确定实腹式轴心受压构件整体稳定的临界力时, 仅仅考虑弯矩作用产生的变形, 忽略剪力引起的变形。但在格构柱中当绕虚轴失稳时, 由于肢件之间并不连续而只是每隔一定的距离用缀材相连, 如图 1(a) 和图 1(b), 柱的剪切变形较大, 剪力造成的挠曲影响不能忽略不计^[3]。根据弹性稳定理论, 对理想细长压杆进行力学分析得出不考虑剪力影响和考虑剪力影响的临界力分别见式 (1) 和式 (2), 均与杆件的长细比 λ_x 有关^[3]。

$$N_{cr} = \pi^2 EA / \lambda_x^2 \quad (1)$$

$$N_{cr} = \pi^2 EA / \lambda_{0x}^2 \quad (2)$$

式中, $\lambda_{0x} = \sqrt{\lambda_x^2 + \pi^2 EA \gamma}$, λ_{0x} 定义为格构柱绕虚轴临界力换算为实腹柱临界力的换算长细比, λ_x 为构件对 x 轴的长细比, E 为钢材弹性模量, A 为柱的截面积, γ 为单位剪力作用下的轴线转角。对比式 (1) 和式 (2) 可看出, 式 (2) 中相当于加大了原始长细比, 用换算长细比代替原始长细比来考虑缀材变形对降低稳定临界力的影响。

由以上推导出的换算长细比的公式可知, 要求得 γ 才能得到换算长细比, 故需对缀条柱和缀板柱进行力学模型的简化再对其进行力学分析以求得 γ 。力学分析中, 由于缀条是拉压杆件, 一般将缀条柱简化成由缀条和柱肢组成的桁架结构, 如图 1(a)。而缀板是受弯构件, 一般将缀板柱简化成由柱肢和缀板组成的多层框架, 如图 1(b), 并且假定变形时反弯点在节间各杆件的中点^[3]。在这力学模型上取出一段分离体进行分析, 在单位剪力作用下, 根据柱的肢数及缀条、缀板的布置, 结合结构力学知识和结构几何特征推算得出 γ 的近似值, 从而得到 λ_{0x} 的常用算式。双肢柱、三肢柱和四肢柱的换算长细比 λ_{0x} 计算公式在现行《钢结构设计规范》^[4] 中都已给出。

2 横向最大剪力

格构柱在外力作用下发生弯曲时, 截面中将引起弯矩和剪力, 缀材承受横向剪力的作用, 故在格构柱的缀材设计之前首先得计算出横向剪力的数值。我国钢结构设计规范强调杆件在压屈中纵轴倾斜所产生的剪力。下面以横向剪力最大值的演绎过程来展示工程中力学问题的求解途径和技巧。

现以两端铰支轴心受压柱 (压屈) 为研究对象, 当绕虚轴弯曲时, 常假定挠曲线为正弦曲线, 见图

1(d), 设跨中最大挠度为 v , 则沿杆长任一点的挠度为 $y = v \sin(\pi z/l)$, 弯矩 $M = Ny = Nv \sin(\pi z/l)$, 剪力 $V = dM/dz = (\pi Nv/l) \cos(\pi z/l)$, 剪力最大值

$$V_{\max} = (\pi N/l)v \quad (3)$$

式(3)中的中点挠度可由边缘纤维屈服准则导出

$$N/A + (Nv/I_x)(b/2) = f_y \quad (4)$$

将式(4)的 v 值解出, 代入式(3)中, 并令 $N = \varphi_x A f_y$, $I_x = A i_x^2$, $i_x \approx \alpha_1 b$, 可得 $V_{\max} = N/(k\varphi_x)$, $k = \lambda_x/[2\alpha_1\pi(1-\varphi_x)]$, 其中 f_y 为钢材的屈服强度, α_1 为截面回转半径与截面宽度的近似比值, φ_x 为按换算长细比求出的绕虚轴的稳定系数.

经过对格构柱的计算分析, 发现在常用的长细比范围内, k 值与长细比 λ_x 的关系不大, 为了方便使用, 可将其取为定值. 综合考虑缀板柱和缀条柱的 k 值情况, 数值恰好与 $k = 85\sqrt{235/f_y}$ 比较吻合^[5]. 引入钢材设计强度 f , 令 $N = \varphi_x A f$, 即可得到《钢结构设计规范》^[4] 规定的最大剪力

$$V_{\max} = A f \sqrt{f_y/235/85} \quad (5)$$

需要注意的是: 以上推导是针对格构柱轴心受压屈曲时横向最大剪力值的算法, 此计算结果是构件的偶然剪力值. 在偏心受力的情况下横向剪力的取值略有不同, 在计算缀材时, 应取构件实际剪力和按式(5)求得的最大剪力两者中的较大值^[4].

从横向剪力的推导过程中可以看出: 在推演过程中, 综合利用了力学和钢结构设计的专业知识, 从格构柱失稳的变形曲线出发, 利用力学知识将变形与弯矩、剪力建立起关系, 再根据具体情况选择边缘屈服准则和最大强度准则考虑整体失稳, 通过对构件的数据运算、统计得到最终简化结果. 这一教学过程的演示有利于学生对力学知识应用的更进一步的理解以及培养学生对所学力学知识的综合应用能力.

3 格构柱分肢承载力

格构柱在受压时除了考虑整体结构的承载力以外, 还需注意保证分肢自身的强度和稳定. 对此, 在《钢结构设计规范》^[4] 中, 针对轴心受压格构柱, 有以下设计要求: 一是缀条柱的分肢长细比 λ_1 不应大于构件两方向长细比(对虚轴取换算长细比)的较大值 λ_{\max} 的 0.7 倍; 二是缀板柱的分肢长细比 λ_1 不应大于 40, 并不应大于构件两方向长细比(对虚轴取

换算长细比) λ_{\max} 的较大值的 0.5 倍(当 $\lambda_{\max} < 50$ 时, 取 $\lambda_{\max} = 50$), 缀板柱中同一截面处缀板的线刚度之和不得小于柱较大分肢线刚度的 6 倍. 钢结构教材中仅给出了满足分肢承载力的要求, 没有从力学的角度对结论做解释, 以下将从力学原理上做推演说明, 便于学生从理论上理解重要力学知识点.

对于缀条组合的轴心受压构件, 可以把缀条柱看作是由缀条和柱分肢组成的桁架结构, 如图 1(a), 因此在分肢内没有弯矩, 仅有拉压轴力的存在, 故分肢的承载力由稳定性控制^[5], 应按式(6)轴心压杆验算稳定即可. 在考虑构件几何和力学缺陷的条件下, 经大量构件的分肢稳定计算分析得出了我国现行规范缀条柱分肢承载力的设计要求.

对于缀板组合的轴心受压构件, 可以把缀板柱看作是由缀板和柱分肢组成的框架结构, 如图 1(b), 因此在分肢内存在轴力、弯矩和剪力. 依据以上沿柱高剪力的余弦分布规律知: 柱的两端部剪力取最大值, 柱中部剪力最小, 为零, 基于柱肢中力的分布特征, 对端部应考虑强度和稳定问题, 强度计算公式见式(7), 稳定计算理论同压弯构件; 中部仅需考虑稳定问题, 计算公式见式(6). 在一定的等效初弯曲条件下, 通过实际构件的计算发现, 分肢端部的强度问题控制了分肢的承载力^[5], 计算分析得出了我国现行规范缀板柱分肢承载力的设计要求.

分肢稳定和分肢强度验算式分别见式(6)和式(7)

$$N_1/(\varphi_1 A_1) \leq f \quad (6)$$

$$N_1/A_1 + M_1/(\gamma_1 W_1) \leq f \quad (7)$$

式中, N_1 为一个分肢所受轴向力, M_1 为由剪力产生的弯矩, A_1 为一个分肢截面积, W_1 为分肢对弱轴的截面抵抗矩, γ_1 为塑性发展系数, 可以考虑分肢全截面进入塑性, φ_1 为分肢对自身弱轴的稳定系数.

通过以上分析, 学生可以从力学原理上弄清楚在《钢结构设计规范》^[4] 中, 为何要对格构柱分肢长细比进行限制. 一般情况由于考虑到制造装配偏差、初始弯曲等缺陷的影响, 格构柱受压时呈弯曲变形, 各分肢受力不等, 其强度和稳定性的计算比较复杂, 为了简化计算, 通过对实际构件进行计算分析总结出只要满足规范对于分肢长细比的规定, 就能满足分肢不先于整体失去承载能力, 故在设计过程中只要控制分肢长细比满足规范要求即可不用

单独计算分肢承载力. 需要加以说明的是: 针对偏心受压格构柱, 分肢承载力的验算是要对构件分肢进行具体的强度和稳定验算. 缀条柱的分肢按轴压杆理论计算, 缀板柱的分肢按实腹式压弯构件理论计算.

4 结束语

格构柱设计理论中的 3 个关键力学问题的解决涉及许多力学概念和力学理论应用, 比如将缀条柱和缀板柱分别简化成桁架结构和框架结构, 并在此基础上进行力学分析; 稳定问题的二阶效应, 剪切变形的影响; 构件变形模拟、力的微分关系, 以及稳定问题多个判定准则的联合应用. 通过格构柱设计理论教学的实施过程, 教师采用合理的授课方法主导教学, 引导学生思考如何从工程问题中提炼力学问题, 建立力学模型, 分析力学问题, 对复杂力学问题采取有效措施进行简化, 让学生认识力学知识在

专业课程知识学习中的重要性, 同时也让学生从学习中学习解决科学研究问题时, 如何寻找解决问题的方法, 如何正确将知识综合应用以及运用有关知识实现问题的求解, 让学生建立正确的分析问题的思考方式和解决问题的正确途径, 实现学生创新思维、创新能力培养目标.

参 考 文 献

- 1 王志群, 史卫东. 格构柱的设计与分析. 科技创新导报, 2013, (1): 58-59
- 2 舒赣平, 谢甫哲, 刘伟. 钢结构二阶分析设计方法及其应用. 建筑结构, 2015, 45(21): 30-34
- 3 魏明忠. 钢结构. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2002
- 4 中华人民共和国国家标准. 钢结构设计规范 (GB50017-2003). 北京: 中国计划出版社, 2003
- 5 钢结构设计规范 (GB50017-2003) 及条文说明. 北京: 中国计划出版社, 2009

(责任编辑: 胡 漫)

平面汇交二力杆系变形协调条件的解析方法¹⁾

吴泽艳²⁾ 王兴霞

(三峡大学水利与环境学院, 湖北宜昌 443002)

摘要 现有文献中关于杆系变形协调条件的求解相对比较复杂. 本文通过对杆系的几何方程采取微分运算, 相对简单地得到了平面汇交二力杆系的变形协调条件. 本文的工作可供大学生和教师们材料力学的学习和教学中参考借鉴.

关键词 静不定, 变形协调条件, 解析方法

中图分类号: O343 **文献标识码:** A

doi: 10.6052/1000-0879-14-361

对于材料力学课程中杆系的静不定问题, 需要从静力学、变形协调条件以及物理三方面列方程联合求解. 对初学者而言, 变形协调条件的建立是难点. 现在各高校比较通用的材料力学教材^[1-2], 均

采用几何作图法来建立变形协调方程. 这对于静不定次数较少的杆系结构是一个可行的方法, 但对高次静不定杆系结构, 用几何作图法建立各杆的变形协调方程往往是困难的, 甚至是不可能的. 熊慧而等^[3]利用向量点积的几何意义给出了一种几何与解析相结合的方法求变形协调条件; 周道详^[4]通过图形的面积相等、四点共圆等几何性质列方程, 得到了变形协调条件. 宋寿南^[5]运用节点位移和角度的关系求解了平面汇交二力杆系的变形协调方程. 本文针对平面汇交二力杆系介绍一种求解变形协调方程的解析方法. 该方法不需要画出各变形量间的几何关系, 也不受静不定次数的限制, 而且易于推广到

本文于 2014-11-19 收到.

1) 三峡大学 2015 年教学研究重点项目 (J2015003) 资助.

2) E-mail: wuzeyan2000@163.com

引用格式: 吴泽艳, 王兴霞. 平面汇交二力杆系变形协调条件的解析方法. 力学与实践, 2016, 38(4): 451-452

Wu Zeyan, Wang Xingxia. A analytical method for deformation compatibility conditions of coplanar system of concurrent two-force bars. *Mechanics in Engineering*, 2016, 38(4): 451-452