

华南理工大学
2014 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(试卷上做答无效, 请在答题纸上做答, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 应用数学基础(含概率论、常微分方程)

适用专业: 系统分析与集成

共 2 页

一、(20 分) 按要求计算下列各题:

(1) 设 A, B 是两个事件, 且 $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.7$, 问在什么条件下, $P(AB)$ 取得最大(小)值, 并求出最大(小)值。

(2) 三人独自破译一份密码, 已知个人能破译密码的概率分别为 $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, 求三人中至少有一人能破译此密码的概率。

二、(15 分) 设 K 在区间 $(0,5)$ 内服从均匀分布, 求下列方程

$$4x^2 + 4Kx + K + 2 = 0$$

有实根的概率。

三、(20) 若随机变量 ξ 服从分布: $P(\xi = k) = pq^k$, ($k = 0, 1, 2, \dots$), 其中: $0 < p < 1$, $q = 1 - p$ 。求 ξ 的特征函数 $f(t)$, 数学期望 $E(\xi)$ 和方差 $D(\xi)$ 。

四、(20 分) 设独立随机变量序列 $\{\xi_n\}$ 满足中心极限定理, 试证: $\{\xi_n\}$ 满足大数定律的充要条件是:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n D(\xi_k) = 0$$

五、(21分) 求解如下微分方程:

$$(1) \quad (x^2 + y^2)y' = 2xy$$

$$(2) \quad y' = e^{x-y}$$

$$(3) \quad (2x \cos y + 3x^2 y)dx + (-x^2 \sin y + x^3 + y^2)dy = 0$$

六、(16分) 求微分方程

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x}y + x^5$$

满足条件

$$y(1) = 1$$

的特解。

七、(18分) 求方程

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = xe^x$$

的通解。

八、(20分) 求解微分方程组

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$