

# 汕头大学 2016 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：601

科目名称：数学（理）

适用专业：环境科学

## 考生须知

答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用黑色字迹签字笔作答，答题要写清题号，不必抄原题。

一. (本题 10 分) 设  $A, B, C$  是三事件, 且  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$ ,  $P(AC) = \frac{1}{8}$ ,  $P(AB) = P(BC) = 0$ , 求: (1)  $A, B, C$  至少有一个发生的概率; (2)  $P(C|A)$ .

二. (本题 8 分) 已知男人中有 5% 是色盲患者, 女人中有 0.25% 是色盲患者. 今从男女人数相等的人群中随机地挑选一人, 恰好是色盲患者, 问此人是男性的概率是多少?

三. (本题 18 分) 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

对  $X$  独立地重复观察 4 次, 用  $Y$  表示观察值大于  $\frac{\pi}{3}$  的次数, 求: (1)  $X$  的分布函数  $F(x)$ ; (2)  $P\{\frac{\pi}{3} \leq X \leq \frac{\pi}{2}\}$ ; (3)  $E(Y)$ ,  $E(Y^2)$ .

四. (本题 12 分) 设随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为:

| $X \backslash Y$ | 0              | 1              | 2              | 2              |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0                | $\frac{1}{27}$ | 0              | $\frac{3}{27}$ | $\frac{1}{27}$ |
| 1                | $\frac{3}{27}$ | $\frac{3}{27}$ | 0              | 0              |
| 2                | 0              | $\frac{3}{27}$ | 0              | $\frac{6}{27}$ |
| 3                | $\frac{1}{27}$ | 0              | $\frac{6}{27}$ | 0              |

# 汕头大学 2016 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

(1) 求关于  $X$  和  $Y$  的边缘分布律; (2)  $X$  与  $Y$  是否相互独立? 为什么?

(3) 求  $EX$ ; (4) 求  $P(X=Y)$ .

五. (本题16分) 设随机变量  $X$  服从  $[0,1]$  上的均匀分布, 随机变量  $Y$  概率密

度为  $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases}$ , 且  $X$  与  $Y$  相互独立; 求: (1)  $X$  的概率密度  $f_X(x)$ ;

(2)  $(X,Y)$  的概率密度  $f(x,y)$ ; (3)  $P\{X > Y\}$ ; (4)  $X,Y$  的相关系数  $\rho_{XY}$ ;

(5)  $Z = X + Y$  的概率密度.

六. (本题 12 分) 设随机变量  $(X,Y)$  概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} k(6-x-y), & 0 < x < 2, 2 < y < 4 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 确定常数  $k$ ; (2) 求边缘概率密度  $f_X(x), f_Y(y)$ , 判断  $X,Y$  是否互相独立.

七. (本题 12 分) 设随机变量  $X,Y,Z$  相互独立, 其中  $X \sim U[0,6]$ ,  $Y$  服从  $\lambda = \frac{1}{2}$

的指数分布,  $Z \sim \pi(3)$ , 计算  $D(X - 2Y + 3Z)$ .

八. (本题 10 分) 某种电子器件的寿命 (小时) 具有数学期望  $\mu$  (未知),

方差  $\sigma^2=400$ , 为了估计  $\mu$ , 随机地取几只这种器件, 在时刻  $t=0$  投入测试

(设测试是相互独立的) 直到失败, 测得其寿命  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 以  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

作为  $\mu$  的估计, 为使  $P\{|\bar{X} - \mu| < 1\} \geq 0.95$ , 问  $n$  至少为多少?

九. (本题 8 分) 为检查某食用动物含某种重金属的水平, 假设重金属的水平

服从正态分布  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma$  均未知, 现抽取容量为 25 的一个样本, 测

得样本均值为 186, 样本标准差为 10, 求  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间.

十. (本题 10 分) 正常人的脉搏平均为 72 次/分, 今对某种疾病患者 9 人, 测

# 汕头大学 2016 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

得其脉搏为 (次/分): 68 65 77 70 64 69 72 62 71; 设患者的脉搏次数  $X$  服从正态分布, 经计算得其标准差为 4.583。试在显著水平  $\alpha=0.05$  下, 检测患者的脉搏与正常人的脉搏有无显著差异?

十一. (本题 10 分) 设总体的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x-2}{\theta}}, & x > 2; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

其中  $\theta > 0$  为未知参数,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自总体  $X$  的样本, 求未知参数  $\theta$  的极大似然估计.

十二. (本题 8 分) 设  $X_1, X_2, \dots, X_{25}$  与  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{25}$  分别是两个相互独立总体  $N(0,16)$  与  $N(1,9)$  的简单随机样本,  $\bar{X}, \bar{Y}$  为两个样本的样本均值, 求  $P\{\bar{X} > \bar{Y}\}$ .

十三. (本题 16 分) 设随机变量  $X$  的数学期望为  $E(X)$ , 方差为  $D(X) > 0$ ,

引入新的随机变量 ( $X^*$  称为标准化的随机变量):  $X^* = \frac{X - E(X)}{\sqrt{D(X)}}$ , 求:

(1) 验证  $E(X^*) = 0$ ,  $D(X^*) = 1$ ; (2) 若随机变量  $X$  的概率密度

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |1 - x|, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其它,} \end{cases} \text{ 求 } X^* \text{ 的概率密度.}$$

附: 标准正态分布函数表  $\Phi_0(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ :

$$\Phi_0(1) = 0.8413, \Phi_0(1.45) = 0.926, \Phi_0(1.61) = 0.946, \Phi_0(1.96) = 0.975,$$

$$\Phi_0(2.33) = 0.99, \Phi_0(2.5) = 0.9938.$$

$$t \text{ 分布表 } P\{|t(n)| > t_\alpha\} = \alpha: t_{0.01}(9) = 3.25, t_{0.01}(10) = 3.17, t_{0.02}(9) = 2.82,$$

$$t_{0.02}(10) = 2.76, t_{0.05}(8) = 2.306, t_{0.05}(9) = 2.262, t_{0.05}(10) = 2.228,$$