传 热 学

江苏大学　　能源与动力工程学院

第三章　　　非稳态导热

3.1　非稳态导热的基本概念

3.1　非稳态导热的基本概念

3.1.1　定义

物体的温度随时间而变化的导热过程称非稳态导热，它的温度场可表示为：

$$t = f\left(x、y、z、\tau\right)$$

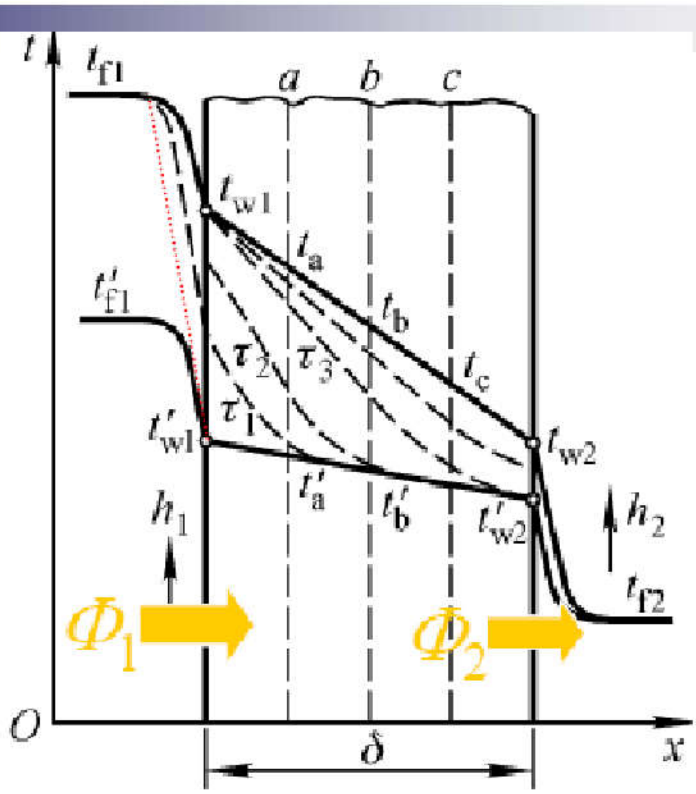
3.1.2　分类

- 周期性非稳态导热：物体的温度随时间而作周期性的变化
- 瞬态非稳态导热：物体的温度随时间的推移逐渐趋近于恒定的值

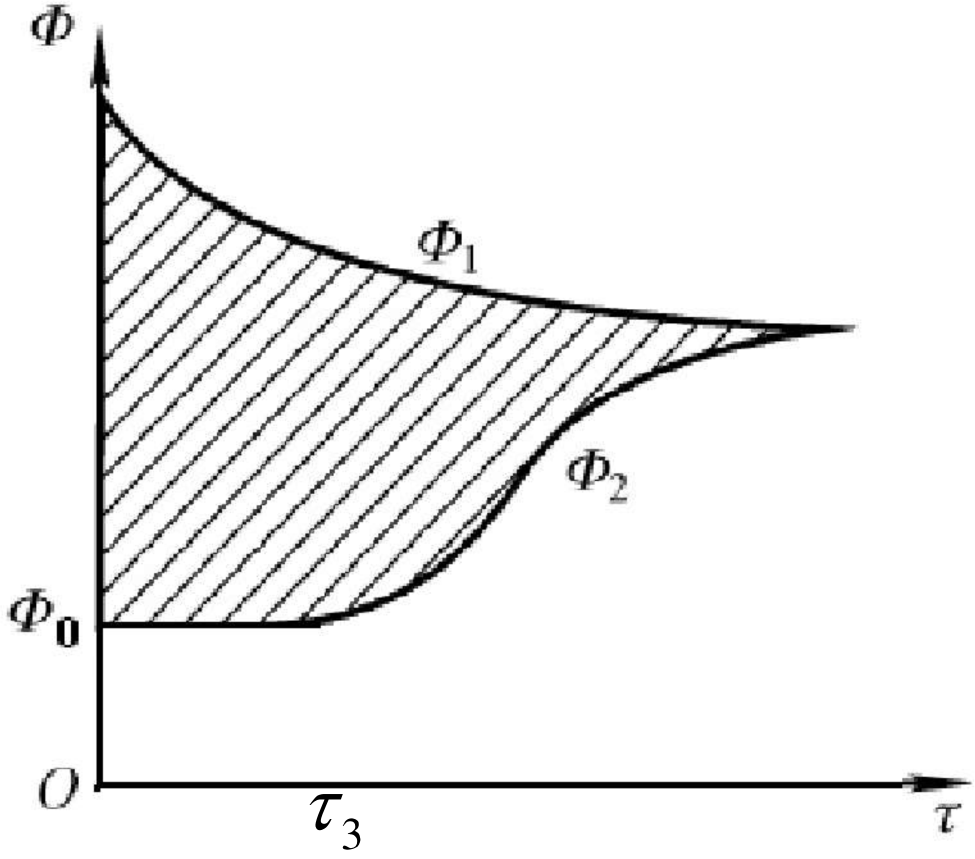
举例:

- 内燃机活塞中的温度每分钟波动几百次;
- 回转式空气预热器蓄热元件温度的变化；
- 建筑物外墙和屋顶温度的变化;
- 钢件在炉内加热，铸件在空气或水中的淬火冷
- 锅炉等动力设备的启动、停机过程；

3.1.3 特点



锅炉升温时炉墙温度变化



内外墙与周围流体的放热量的变化情况

由上可知，非稳态导热过程中导热体内部温度逐渐升高，热传递区域逐渐扩大，整个过程归纳起来，可划为两个阶段:

- 初始阶段：指$0 \sim \tau_3$时间段，物体内部温度变化受初始温度分布影响;

- 稳定阶段：指 τ_3 以后的无限长时间内，导热体内、外达到新的稳定状态。

3.1.4 研究任务

- 确定被加热或被冷却物体内部某点达到预定温度所需要的时间，以及该期间所供给或放出的热量;

- 物体内部最大温差及其所产生的热应力和热变形是否会造成安全问题;

通过上面的学习，我们知道非稳态导热过程是在外界流体表面传热和物体内部导热下进行的，事实上外界流体表面传热与内部导热进行时的相对强弱程度对物体内部温度随时间变化影响非常大。

有了热阻的概念，我们会想到这两个过程的相对强弱会反映在外部对流换热热阻和内部导热热阻之比上，基于此，人们定义了**Bi数**。

3.1.5 Bi 数

定义:

Bi数是物体内部导热热阻与外部对流换热热阻之比，即:

$$Bi = \frac{l/\lambda}{1/h} = \frac{h \cdot l}{\lambda}$$

式中: $l = \dfrac{V}{A}$ 称为特征尺寸；

对于无限大平壁: $l = \dfrac{\delta}{2}$

3.1.6 求解方法

解析解法： 建立导热微分方程和定解条件求出温度分布

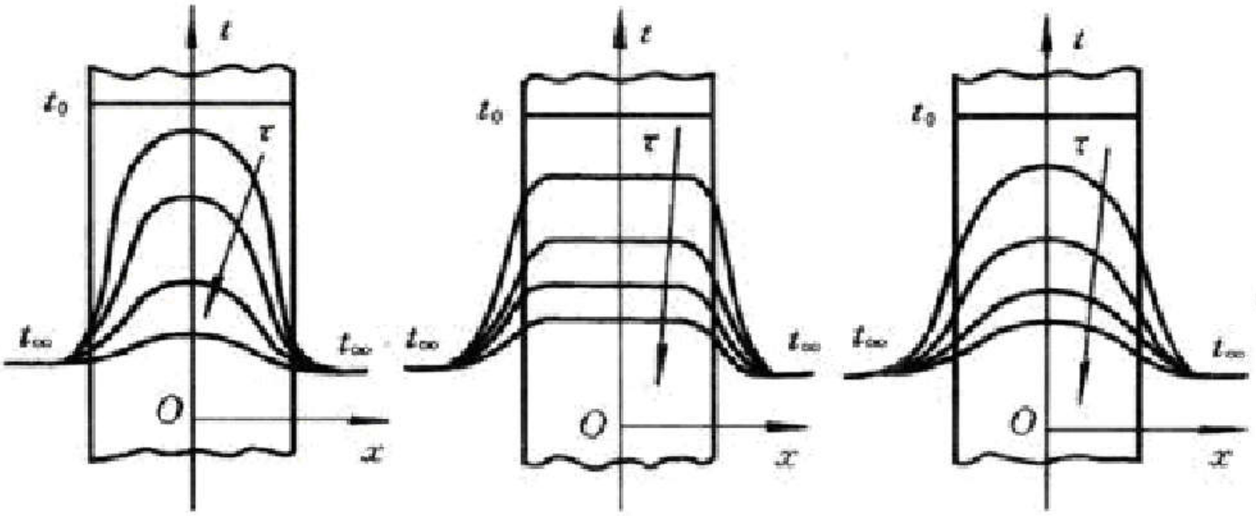
集总参数法： 一种近似解法
的情形

极限情形

工程判据： $Bi < 0.1M$

物理意义:

反映了物体内部温度分布的特征:



(a) $Bi\to\infty$　(b) $Bi\to 0$　(c) Bi 为有限大小

不同Bi数下平壁内部温度变化情况

3.2　集总参数法

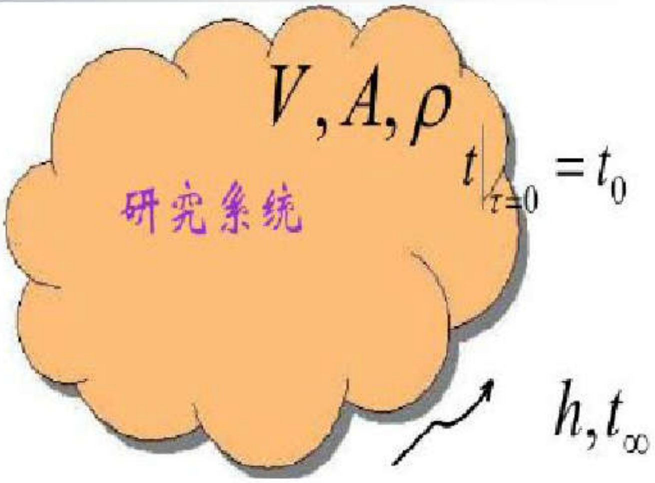
3.1.1　定义

忽略内部的导热热阻，近似认为这个物体内的温度分布与空间无关，仅随时间发生变化，这样便可以用物体内任一点的温度表示整个物体的温度，同时也把质量热容量也集中到一点，这种研究非稳态导热的方法，人们称之为集总参数法。

当 $Bi < 0.1M$ 时，采用集总参数法进行简化计算时，其误差不会大于5％。

3.1.2 温度分布的求解

任一时刻，物体单位时间内与流体的对流换热量＝单位时间内内能的减少量:



$$hA(t - t_f) = -\rho c V \frac{dt}{d\tau}$$

采用过余温度的形式，以流体温度 t_f 为基准，则上式可改写为:

$$hA\theta = -\rho c V \frac{d\theta}{d\tau}$$

$$\begin{cases} hA\theta = -\rho c V \dfrac{d\theta}{d\tau} & (1) \\ \tau = 0\text{时} \quad \theta = \theta_0 = t_0 - t_f & (2) \end{cases}$$

（完整的数学描述）

对（1）式采用分离变量法，在各自的积分区域内积分，可得:

$$hA\int_0^{\tau} d\tau = -\rho c V \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{1}{\theta} d\theta$$

$$\theta = \theta_0 \exp\left(-\frac{hA}{\rho c V}\tau\right) = \theta_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\rho c V / hA}\right)$$

$$\theta = \theta_0 \exp\left(-\frac{hA}{\rho c V}\tau\right) = \theta_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\rho c V / hA}\right)$$

由此可见，对于 $Bi < 0.1$ 的物体，其过余温度随时间是呈指数关系变化的。

几点分析:

1. 公式作用

可以根据上式求出物体冷却到某一温度所需的时间，也可以反过来求经历某段时间后，物体所能达到的温度;

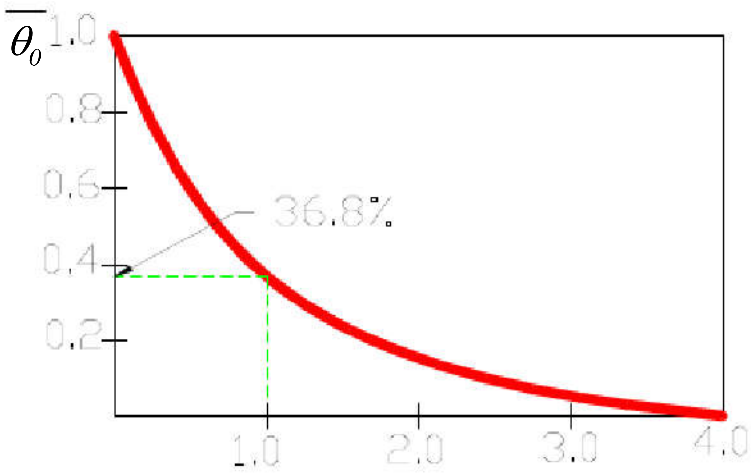
2. 时间常数

$$\tau_c = \frac{\rho c V}{hA}$$

其值反映了导热体温度响应快慢的程度。

将τ_c代入式（3），得:

$$\theta = \theta_0 e^{-\frac{\tau}{\tau_c}}$$



$\tau = \tau_c$时 $\theta = 0.37\theta_0$

$\tau = 4\tau_c$时 $\theta = 0.018\theta_0$

3. 热电偶测温

推荐读数时间： $3\sim5\tau_c$

$$\tau_c = \frac{\rho c V}{hA}$$

结论： 在传热条件和热电偶材料物性已定的条件下，热电偶直径越小，τ_c 就越小，热电偶也越灵敏。

4. 物体的散热量

$0\sim\tau$ 时间内的总散热量可这样计算:

$$\phi=\int_0^{\tau} hA\theta d\tau$$

$$=\int_0^{\tau} hA\theta_0 \exp\left(-\frac{hA}{\rho cV}\tau\right)d\tau$$

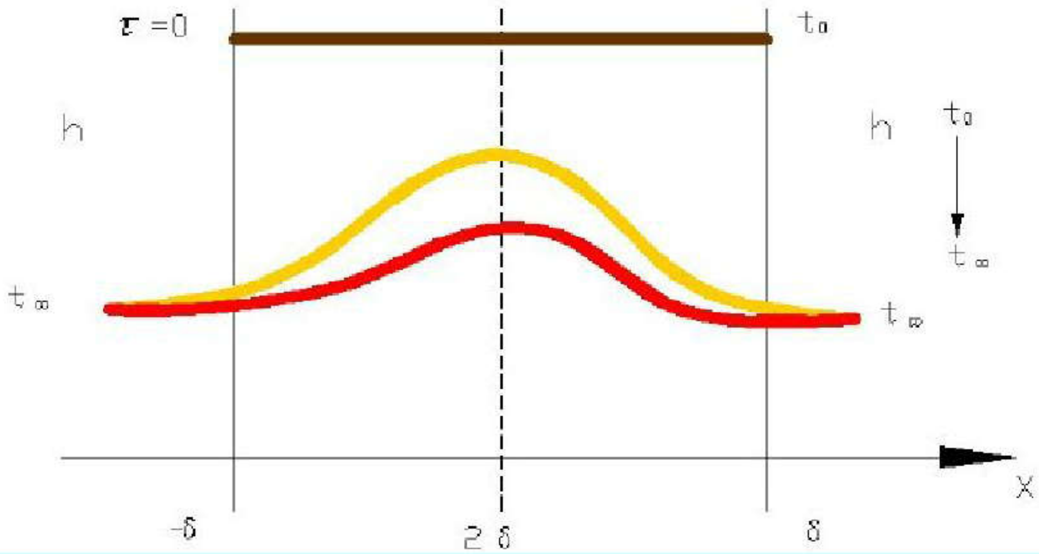
$$=\rho cV\theta_0\left[1-\exp\left(-\frac{hA}{\rho cV}\tau\right)\right]$$

例3.1　某球形热电偶，直径为1.2mm，初温为20℃，其物理参数为：$\rho = 8930\ \mathrm{kg/m^3}$, $\mathrm{c} = 400\ \mathrm{J/(kg \cdot ℃)}$ ，导热系数 $\lambda = 386\ W/(m \cdot K)$ 。某一时刻起将其放入80℃的气流中进行温度测量，对流换热系数 $h = 80\ \mathrm{W/(m^2 \cdot ℃)}$ 。试写出热电偶温度 t 随时间的变化函数，并求出 $t =$ 79.9℃时，时间为多少秒?

例3.2 将初始温度为 80℃、直径为 20mm 的紫铜棒突然置于气温为20℃、流速为12m/s的风洞之中，5分钟后紫铜棒温度降到34℃，试计算此时空气和紫铜之间的表面传热系数。已知紫铜棒的物性为$\lambda = 386\ W/(m \cdot K)$, $c = 383.1\ J/(kg \cdot K)$, $\rho = 8954\ kg/m^3$。

3.3 一维非稳态导热的分析解

3.3.1 无限大平壁的分析解



平板两边对称受冷时，板内温度分布必以其几何中心面左右对称，因此只需研究厚度为 δ 的半块平板的情况。

数学描述:

导热微分方程

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

时间条件

$$t = t_0 \qquad \tau = 0$$

边界条件

$$\begin{cases} -\lambda \left.\dfrac{\partial t}{\partial x}\right|_{x=\delta} = h(t|_{x=\delta} - t_\infty) \\ \left.\dfrac{\partial t}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \end{cases}$$

（对称性）

引入过余温度 $\theta(x,\tau) = t(x,\tau) - t_\infty$，则完整的数学描述可改写成:

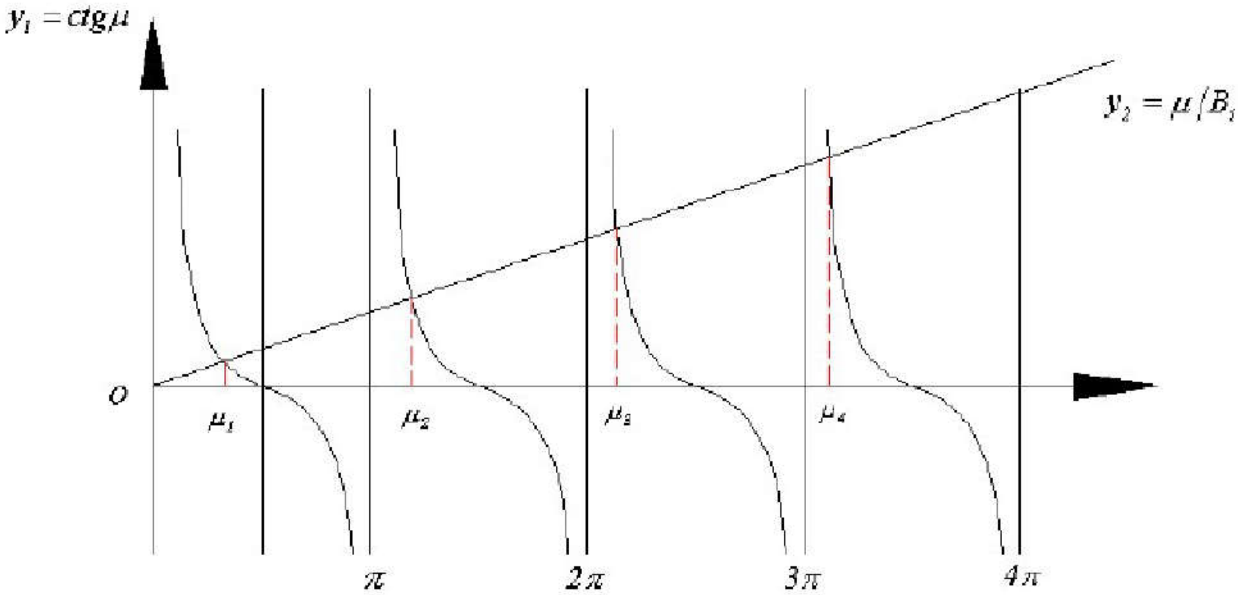
$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \theta}{\partial \tau} = a\dfrac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} & 0 < x < \delta, \tau > 0 \\
\theta = \theta_0 & \tau = 0 \\
\dfrac{\partial \theta}{\partial x} = 0 & x = 0 \\
-\lambda \dfrac{\partial \theta}{\partial x} = h\theta & x = \delta
\end{cases}
$$

采用分离变量法，即令 $\theta(x,\tau) = X(x)\varphi(\tau)$，可得出其分析解为：

≥ 0.2 ?

$$\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_0}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin\mu_n}{\mu_n+\sin\mu_n\cos\mu_n}\cos(\mu_n\frac{x}{\delta})e^{-\mu_n^2}$$

式中 μ_n为超越方程$ctg\,\mu_n=\mu_n/Bi$的根;



当 $\frac{a\tau}{\delta^2} \geq 0.2$ 时，可简化成：

$$\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_0} = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1}\cos(\mu_1\frac{x}{\delta})e^{-\mu_1^2\frac{a\tau}{\delta^2}}$$

令 $Fo = \frac{a\tau}{\delta^2}$ ，则上式可改写成：

$$\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_0} = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1}\cos(\mu_1\frac{x}{\delta})e^{-\mu_1^2 F_0} = f_1\left(Fo, Bi, \frac{x}{\delta}\right)$$

式中

Fo称为傅立叶数，表征非稳态导热的无量纲时间；

$$\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_0} = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1}\cos(\mu_1\frac{x}{\delta})e^{-\mu_1^2\frac{a\tau}{\delta^2}}$$

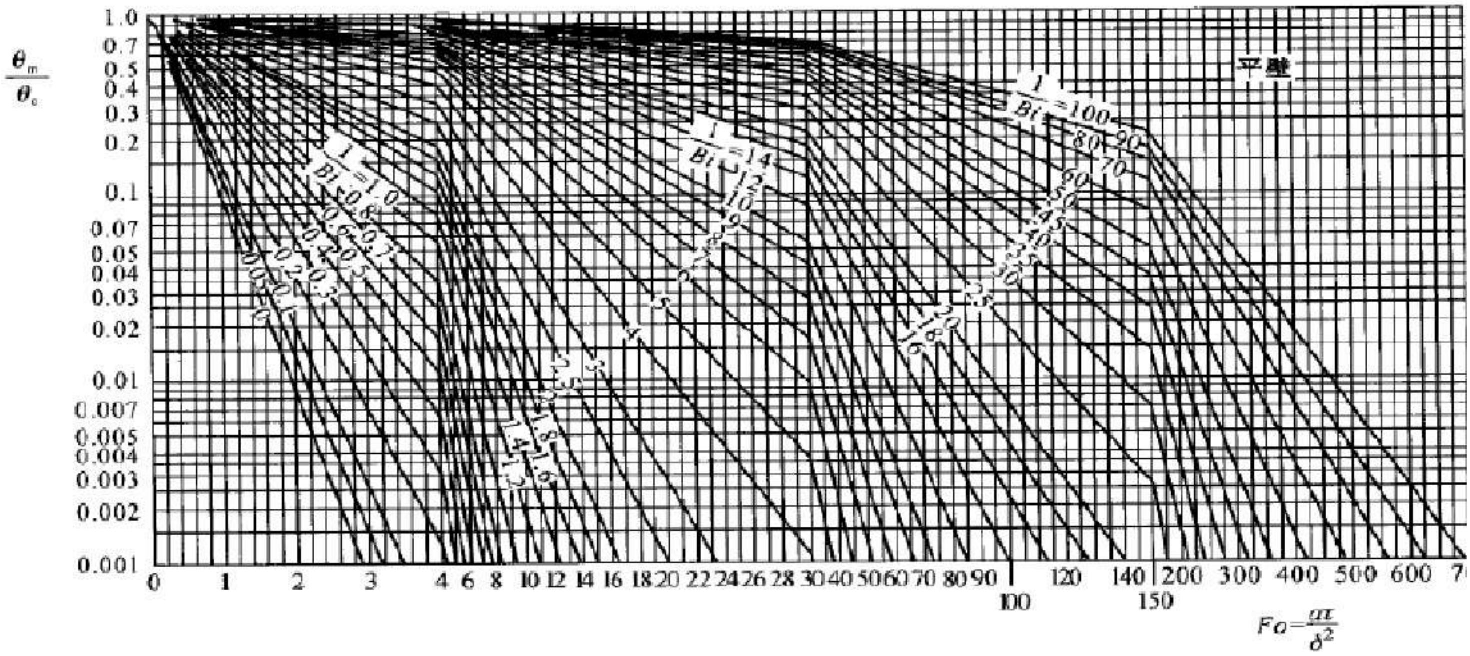
中心面上温度分布:

$$\frac{\theta(0,\tau)}{\theta_0} = \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1}e^{-\mu_1^2 F_0} = f_2\left(Fo, Bi\right)$$

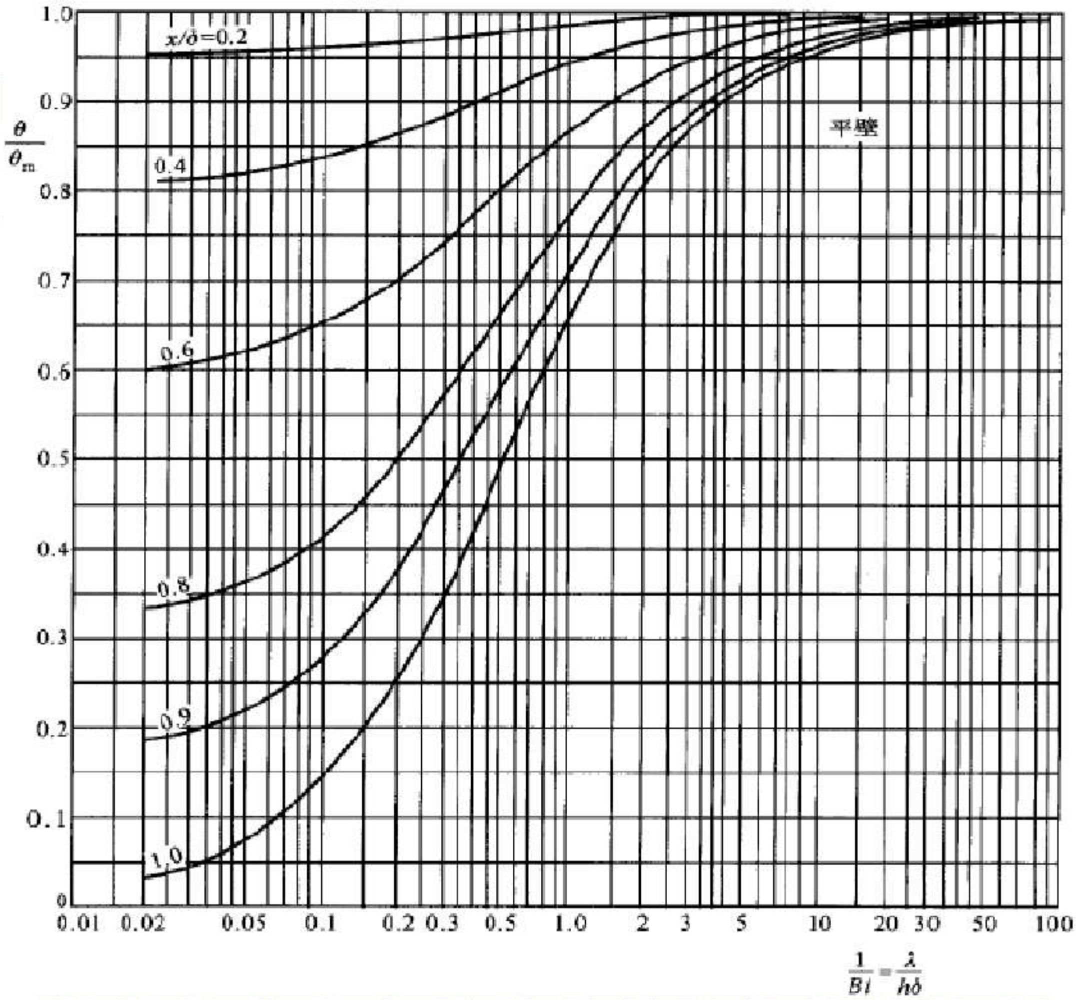
两式相除，可得:

$$\frac{\theta}{\theta_m} = \cos(\mu_1\frac{x}{\delta}) = f_3\left(Bi, \frac{x}{\delta}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\theta}{\theta_m}\cdot\frac{\theta_m}{\theta_0}}$$



无限大平壁中心温度的诺谟图



无限大平壁的 θ/θ_m 曲线

例3.4　两块厚度为30mm的大平板，初始温度为20℃，分别用铜和钢制成，其导温系数分别为 $103\times10^{-6}\ m^2/s$ 和 $12.9\times10^{-6}\ m^2/s$ 。平板两侧表面的温度突然上升到60℃并保持不变，试计算使两板中心温度均上升到56℃时所需时间之比。

解:

两块不同材料的无限大平板，均处于第一类边界条件（ $Bi\to\infty$ ）。由题意，两种材料达到同样工况时，Bi 数和 x/δ 相同，要使温度分布相同，则只需 Fo 数相等，因此有:

$$\left(Fo\right)_{铜}=\left(Fo\right)_{钢}$$

$$\left(\frac{a\tau}{\delta^2}\right)_{铜} = \left(\frac{a\tau}{\delta^2}\right)_{钢}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{\delta^2}\right) = \left(\frac{a\tau}{\delta^2}\right)\frac{\tau_{铜}}{\tau_{钢}} = \frac{a_{铜}}{a_{钢}} = 0.125$$

例3.5 已知：某瞬间，一无限大无内热源平板中的温度分布为 $t=c_1x^2+c_2$ ，物性为常数。

求：（1）此时刻在x = 0的表面处的热流密度;

（2）此时刻平板平均温度随时间的变化率;

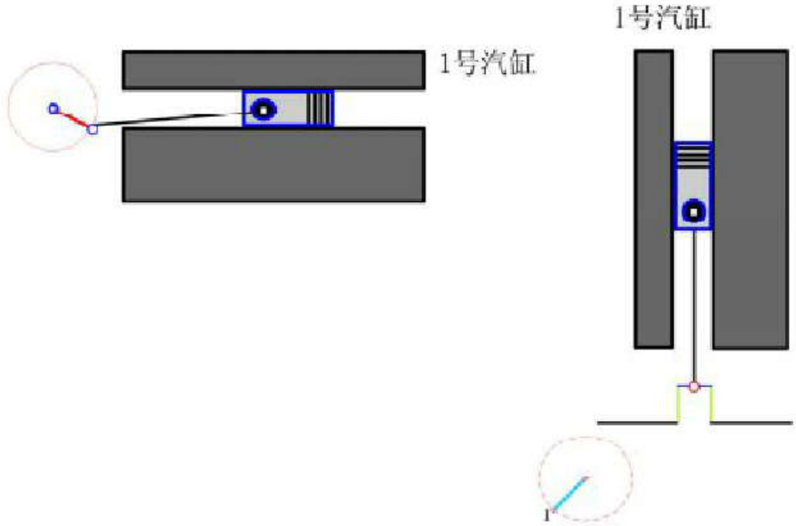
解:

$$q\big|_{x=0}=-\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\Big|_{x=0}=-2c_1x\big|_{x=0}=0$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}=a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

$$\frac{1}{\delta}\int_0^\delta\frac{\partial t}{\partial \tau}dx=\frac{a}{\delta}\int_0^\delta\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}dx=2ac_1$$

纵向剖面关系　　　　曲轴正视图



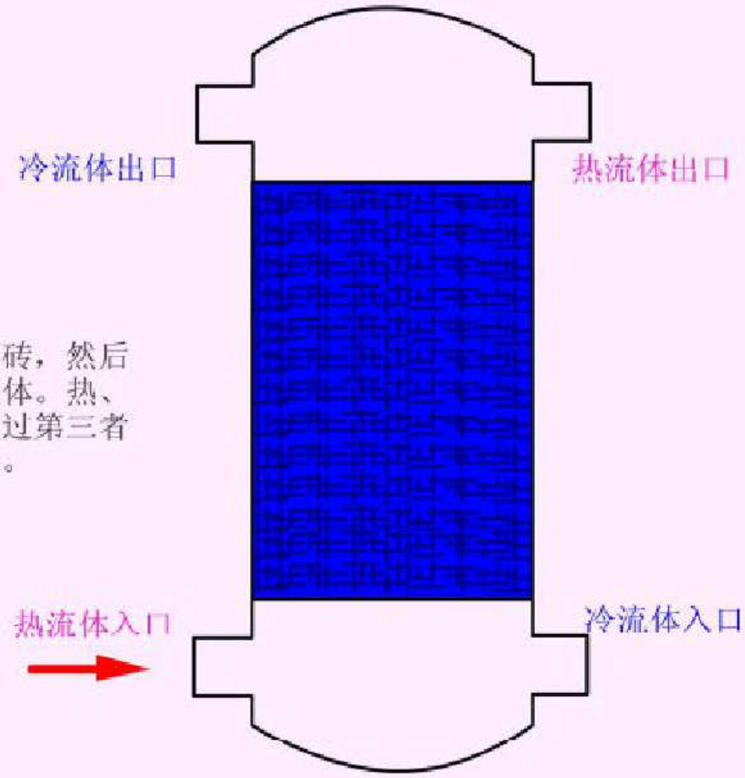
曲轴轴向

显示一个汽缸　启动一个汽缸　显示四个汽缸　启动四个汽缸

内燃机活塞的运动

返回

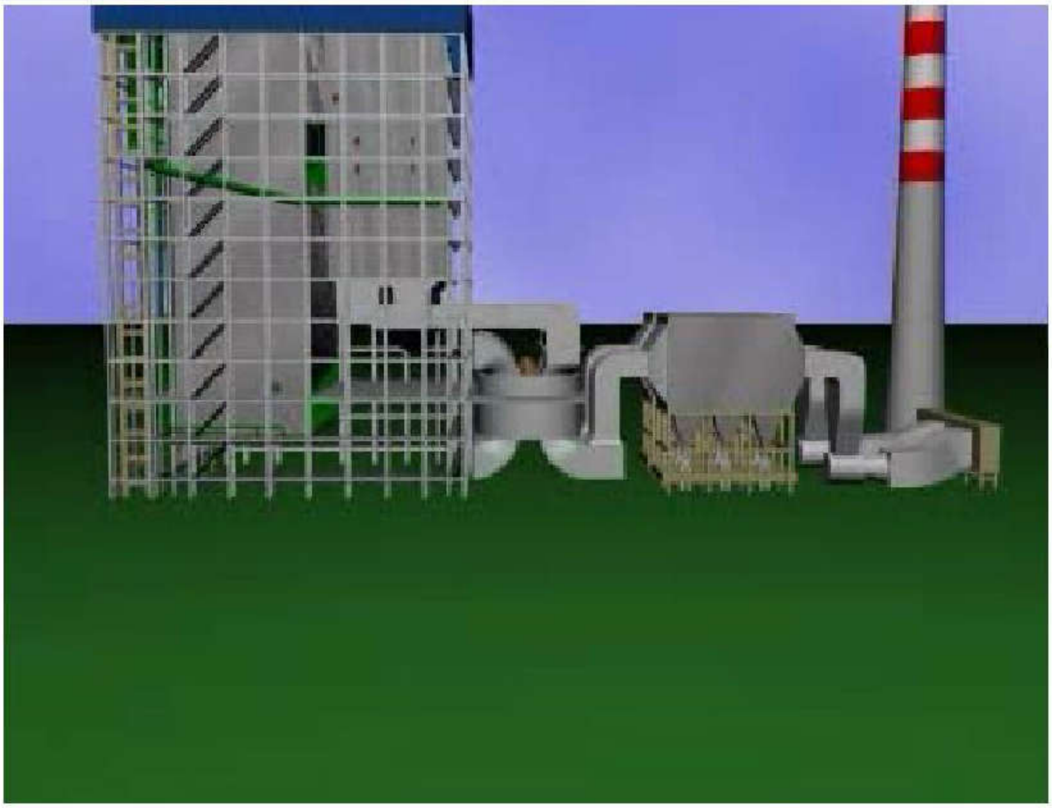
蓄热室原理



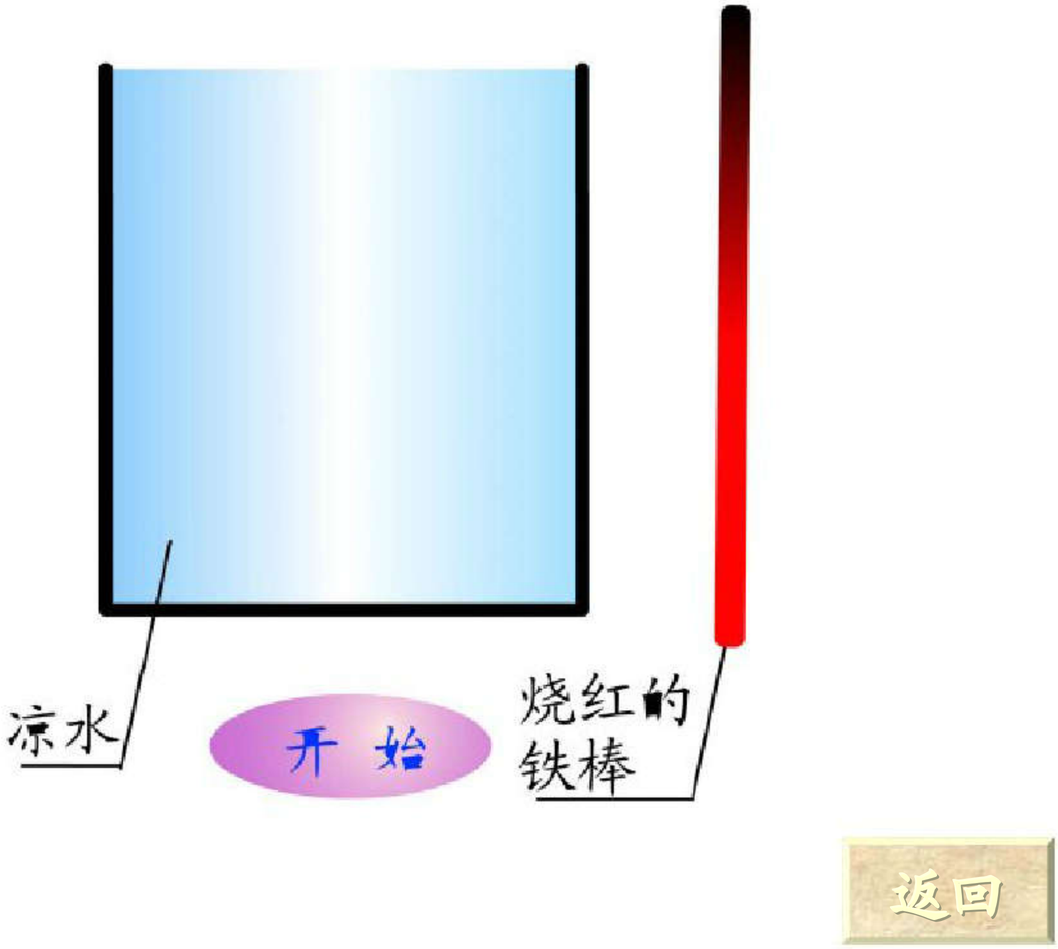
热流体先将热量传给格子砖，然后格子砖又将热量传给冷流体。热、冷流体不直接接触，是通过第三者（热载体）传热，即蓄热。

中山大学 动画制作

回转式空气预热器



返回


凉水
开 始
烧红的
铁棒
返回