
第九章 压杆稳定

§9－1 压杆稳定的概念

一、 引言

构件的承载能力：强度、刚度、稳定性

例如:设计一高脚椅的支撑脚尺寸，要求可以承受2000N的力,钢的许用应力为[σ]=100MPa.

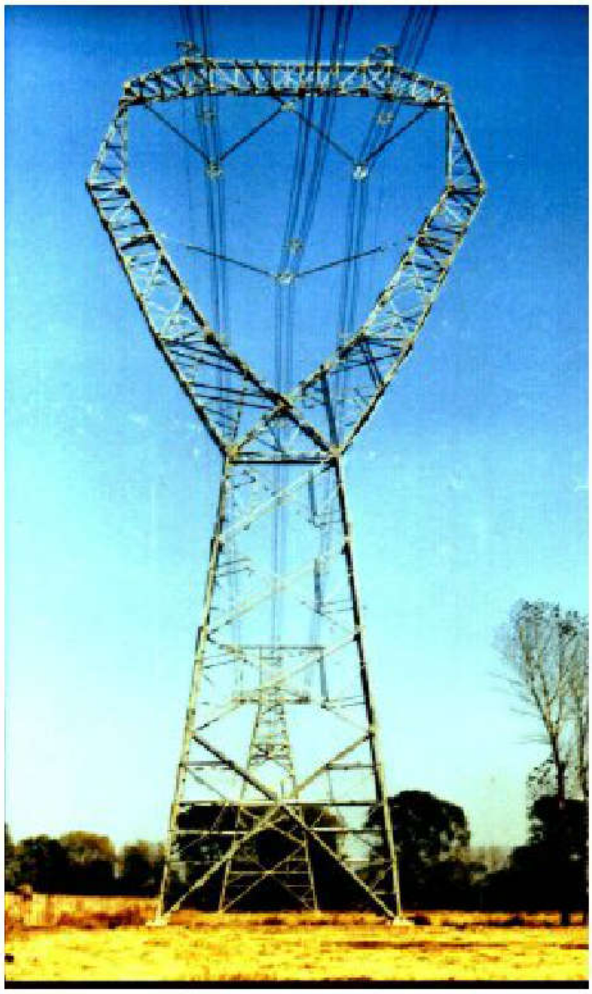
解:
$$\sigma = \frac{F}{A} \le [\sigma]$$

$$d = \sqrt{\frac{4\times 2000}{\pi\times 100}} = 5.05\text{mm}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{\mathrm{N}\max}}{A}$$

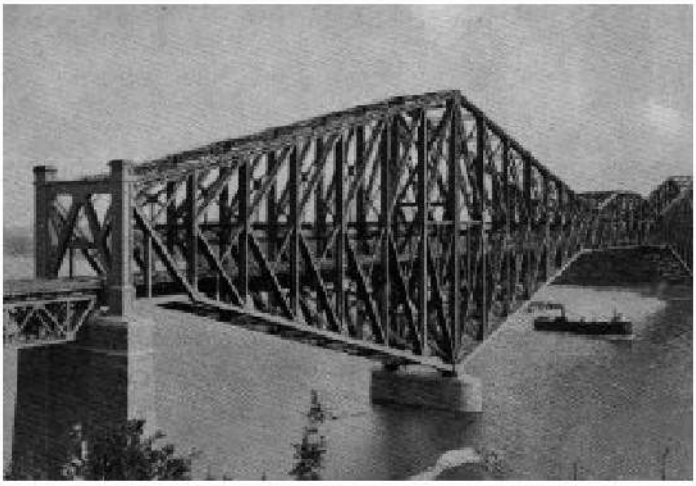
二、工程实例

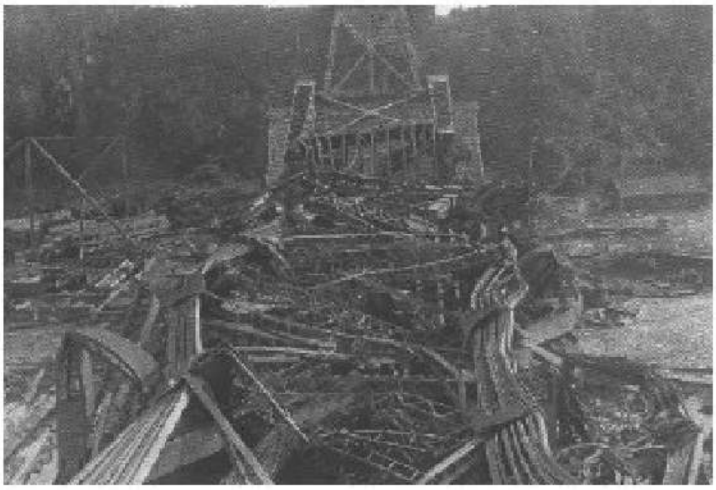
§9－1 压杆稳定的概念



三、失稳破坏案例

案例1　20世纪初，享有盛誉的美国桥梁学家库柏在圣劳伦斯河上建造魁比克大桥1907年8月29日，发生稳定性破坏，85位工人死亡，成为上世纪十大工程惨剧之一.





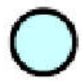
§9－1 压杆稳定的概念

案例3　2000年10月25日上午10时南京电视台演播中心由于脚手架失稳造成屋顶模板倒塌，死6人，伤34人.

§9.2　两端铰支细长压杆的临界压力

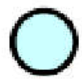
一、压杆稳定的基本概念

1. 稳定性



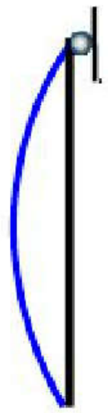
(1) 不稳定

(2) 稳定



(3) 临界状态

2. 弹性压杆的稳定性



$F < F_{cr}$ 稳定平衡状态

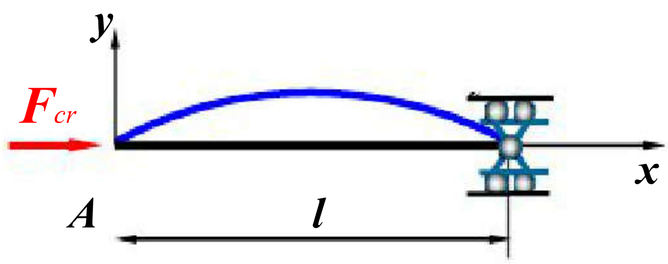
$F = F_{cr}$ 临界平衡状态

$F > F_{cr}$ 不稳定平衡状态

关键 → 确定压杆的F_{cr}

二、两端铰支细长压杆的临界压力

微弯状态下x截面的弯矩:



$$M(x) = -F_{cr}w \qquad (1)$$

杆的挠曲线近似微分方程:

$$w'' = \frac{M(x)}{EI} = \frac{-F_{cr}w}{EI} \qquad (2)$$

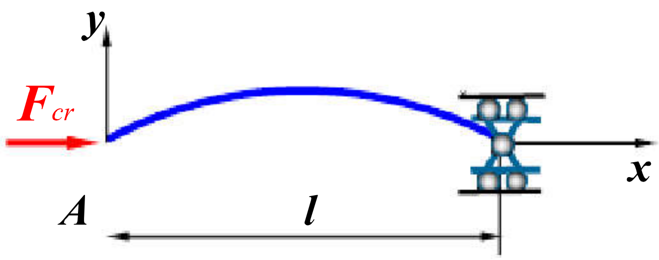
令: $k^2 = \dfrac{F_{cr}}{EI}$

(2) 式变为:

$$w'' + k^2 w = 0 \qquad (3)$$

(3) 式的通解为:

$$w = A\sin kx + B\cos kx$$



A、*B*为积分常数

边界条件: $x = 0, \quad w = 0$

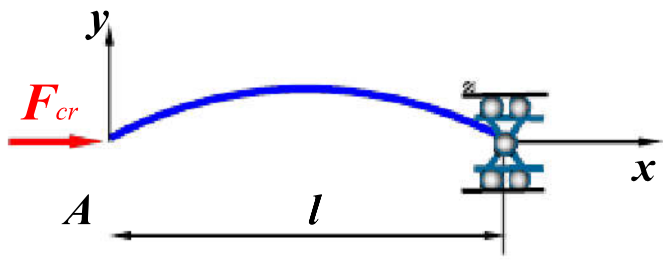
$x = l, \quad w = 0$

分别代入通解 (4) 式，得:

$$A\sin 0 + B\cos 0 = 0$$

$$A\sin kl + 0\cdot\cos kl = 0$$

$$A\sin kl = 0 \begin{cases} A = 0 \\ \sin kl = 0 \end{cases}$$



讨论:

若 $A = 0, \quad w \equiv 0$

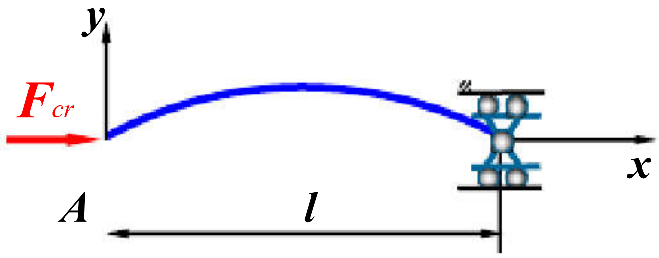
(与假设矛盾)

则: $\sin kl = 0$

$$\Rightarrow \quad k = \frac{n\pi}{l} \quad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

代入: $$\frac{\quad}{EI} = \frac{n^2\pi^2}{l^2}$$

$$F_{cr}=\frac{n^2\pi^2 EI}{l^2}\quad (n=0,1,2,\cdots)$$



讨论:

(1) $n=0$，$F=0$;

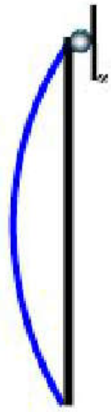
(2) 当 $n=1$, F_{cr}取最小值:

$$\boxed{F_{\mathrm{cr}}=\frac{\pi^2 EI}{l^2}}\qquad（欧拉公式）.$$

(3) I为横截面最小惯性矩

已知细长圆形挺杆长 l=1m，直径d=10mm，挺杆上所 受最大压力F=2290N，[σ]=90MPa，弹性模量E=2.1 × 10⁵ MPa.试计算临界力F_{cr}.

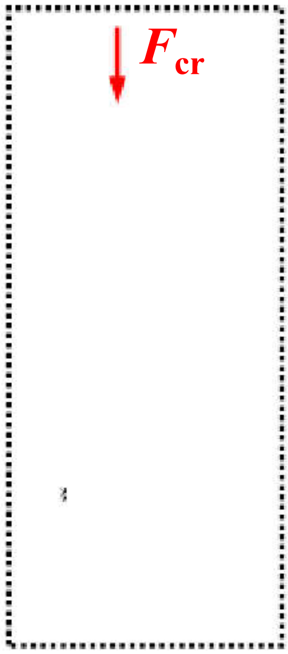
解:



$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{3.14^2 \times 2.1 \times 10^{11} \times \pi \times 0.01^4 / 64}{1^2}$$

$$= 1017\text{N}$$

$F > F_{cr}$ $\qquad$ ∴压杆稳定性不够


F_{cr}

§9.3 其它支座条件下细长压杆的临界压力

细长压杆的欧拉公式:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}$$

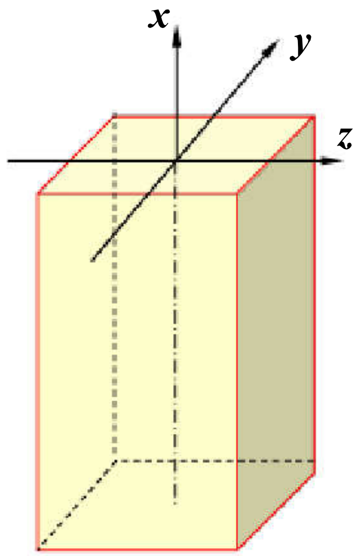
μ —长度因数

§9.3 其它支座条件下细长压杆的临界压力

记忆方法：比较稳定性与长度系数的关系：

μ：	**0.5→0.7→1→2**
稳定性	好 → → → 差

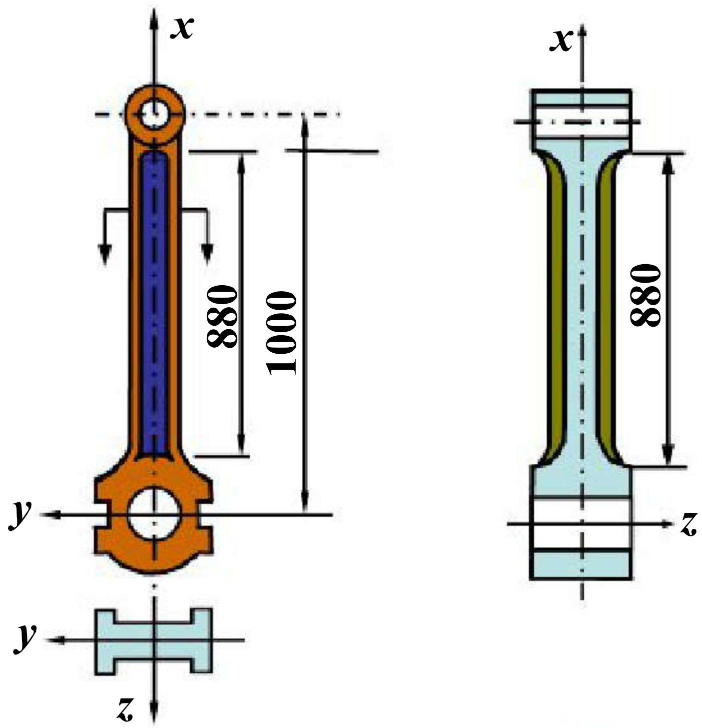
讨论:



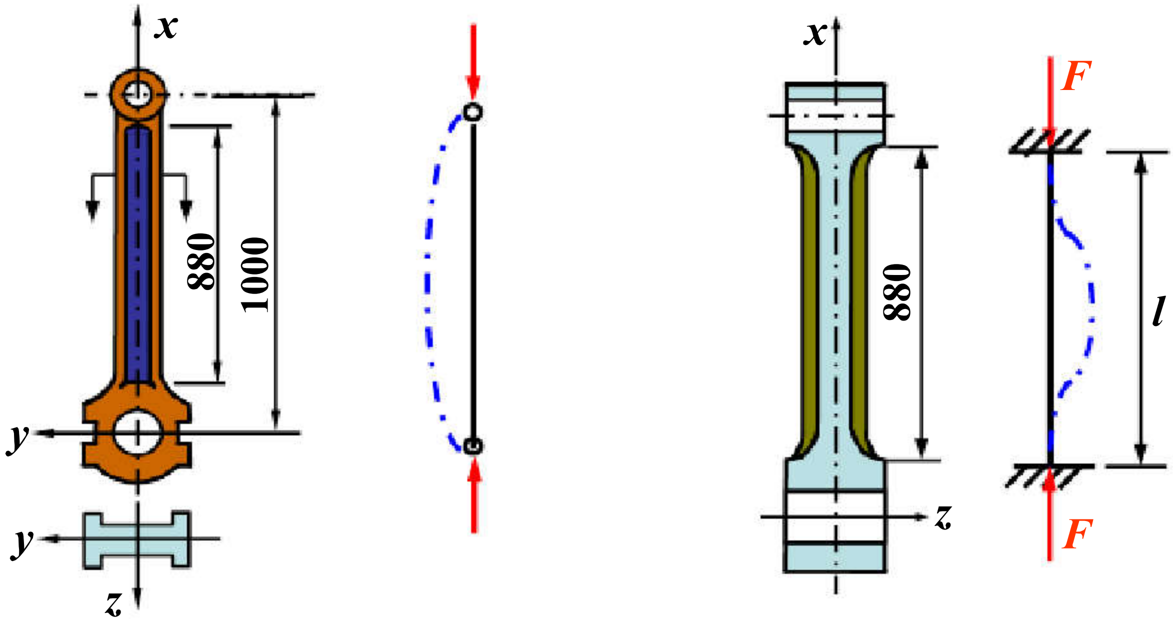
1. 压杆在各纵向平面内支承情况相同，压杆在抗弯能力最弱的平面内先发生失稳，以 I_{min} 代入计算。

2. 压杆在各纵向平面内支承情况不相同，则分别计算,取最小值作为 P_{cr}

已知一内燃机、空气压缩机的连杆为细长压杆.截面形状为工字钢形，惯性矩$I_z=6.5\times10^4\ \mathrm{mm}^4$，$I_y=3.8\times10^4\ \mathrm{mm}^4$，弹性模量$E=2.1\times10^5\ \mathrm{MPa}$，试计算临界力$F_{cr}$.



§9.3 其它支座条件下细长压杆的临界压力



分析:

（1）杆件在两个方向的约束情况不同;

（2）计算出两个临界压力.最后取小的一个作为压杆的临界压力.

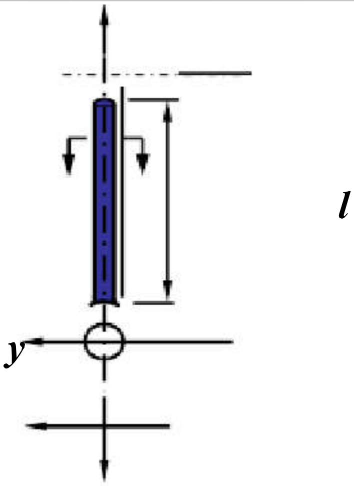
§9.3 其它支座条件下细长压杆的临界压力

解： ***xOy*面：约束情况为两端铰支**

$\mu=1$，$I=I_z$，$l=1\text{m}$

$$F_{cr} = \frac{3.14^2\times2.1\times10^{11}\times6.5\times10^{-8}}{(1\times1)^2}$$

$$=134.6\text{kN}$$

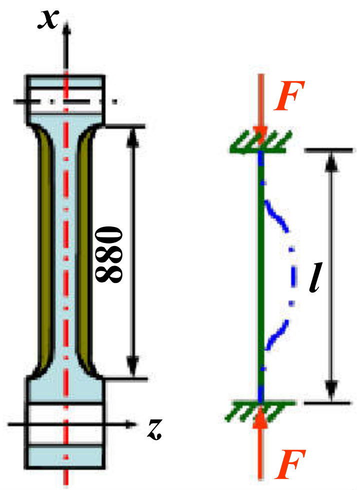


***xOz*面：约束情况为两端固定**

$\mu=0.5$，$I=I_y$，$l=0.88\text{m}$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{3.14^2\times2.1\times10^{11}\times3.8\times10^{-8}}{(0.5\times0.88)^2}$$

$$=406.4\text{kN}$$



所以连杆的临界压力为134.6kN.

§9.4　欧拉公式的适用范围　经验公式

一、临界应力

1、欧拉公式临界应力

按各种支承情况下压杆临界力的欧拉公式算出压杆横截面上的应力为

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2 A}$$

令：　$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$　为压杆横截面对中性轴的惯性半径.

则：　$$\boldsymbol{\sigma_{cr}} = \frac{\boldsymbol{\pi^2 E}}{(\boldsymbol{\mu l})^2} \cdot \boldsymbol{i}^2 = \frac{\boldsymbol{\pi^2 E}}{(\boldsymbol{\mu l / i})^2}$$

§9.4 欧拉公式的适用范围 经验公式

令 $\lambda = \dfrac{\mu l}{i}$ 称为压杆的柔度（长细比）无量纲无单位

则 $\sigma_{cr} = \dfrac{\pi^2 E}{(\mu l / i)^2} = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}$ $F_{cr} = A \cdot \sigma_{cr}$

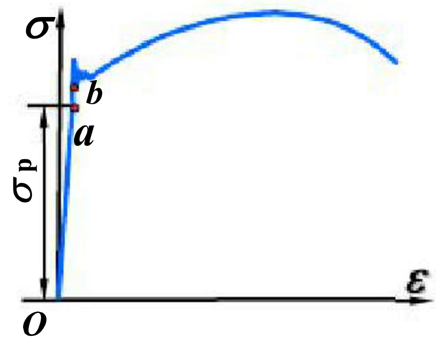
λ 集中地反映了压杆的长度l和杆端约束条件、截面尺寸和形状等因素对临界应力的影响. λ 越大，相应的 σ_{cr} 越小，压杆越容易失稳.

若压杆在不同平面内失稳时的支承约束条件不同，应分别计算在各平面内失稳时的柔度λ，并按较大者计算压杆的临界应力 σ_{cr} 。

§9.4 欧拉公式的适用范围 经验公式

2、欧拉公式的应用范围

只有在$\sigma_{cr} \le \sigma_p$ 的范围内，才可以用欧拉公式计算压杆的临界压力 F_{cr}（临界应力 σ_{cr} ）.



$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \le \sigma_p$$

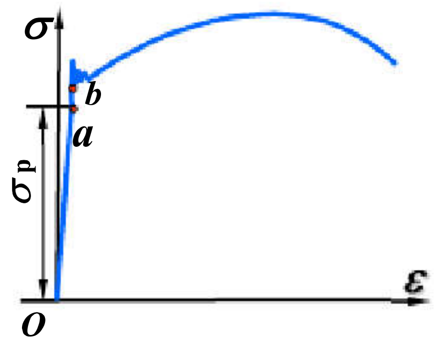
或 $\lambda \ge \sqrt{\dfrac{\pi^2 E}{\sigma_p}}$ 令 $\lambda_1 = \pi\sqrt{\dfrac{E}{\sigma_p}}$

即$\lambda \ge \lambda_1$（大柔度压杆或细长压杆），为欧拉公式的适用范围.

§9.4　欧拉公式的适用范围　经验公式

λ_1 的大小取决于压杆材料的力学性能. 例如，对于Q235钢，可取 E=206GPa，σ_p=200MPa，得

$$\lambda_1 = \pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} = \pi\sqrt{\frac{206\times10^9}{200\times10^6}} \approx 100$$



当 $\lambda < \lambda_1$ 但大于某一数值 λ_2 的压杆不能应用欧拉公式，此时需用经验公式.

二、常用的经验公式

1.对于中粗杆(中柔度杆)

$$\lambda_2 \le \lambda < \lambda_1$$

直线公式: $$\sigma_{cr} = a - b\lambda \le \sigma_s$$

或 $$\lambda \ge \frac{a - \sigma_s}{b}$$

令 $$\lambda_2 = \frac{a - \sigma_s}{b}$$

式中：a 和 b是与材料有关的常数，可查表得出.

λ_2是对应 直线公式的最低线.

$\lambda_2 \le \lambda < \lambda_1$的杆为中柔度杆，其临界应力用经验公式.

三、压杆的分类及临界应力总图

1. 压杆的分类

（1）大柔度杆　　$\lambda \geq \lambda_1$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}$$　　欧拉公式

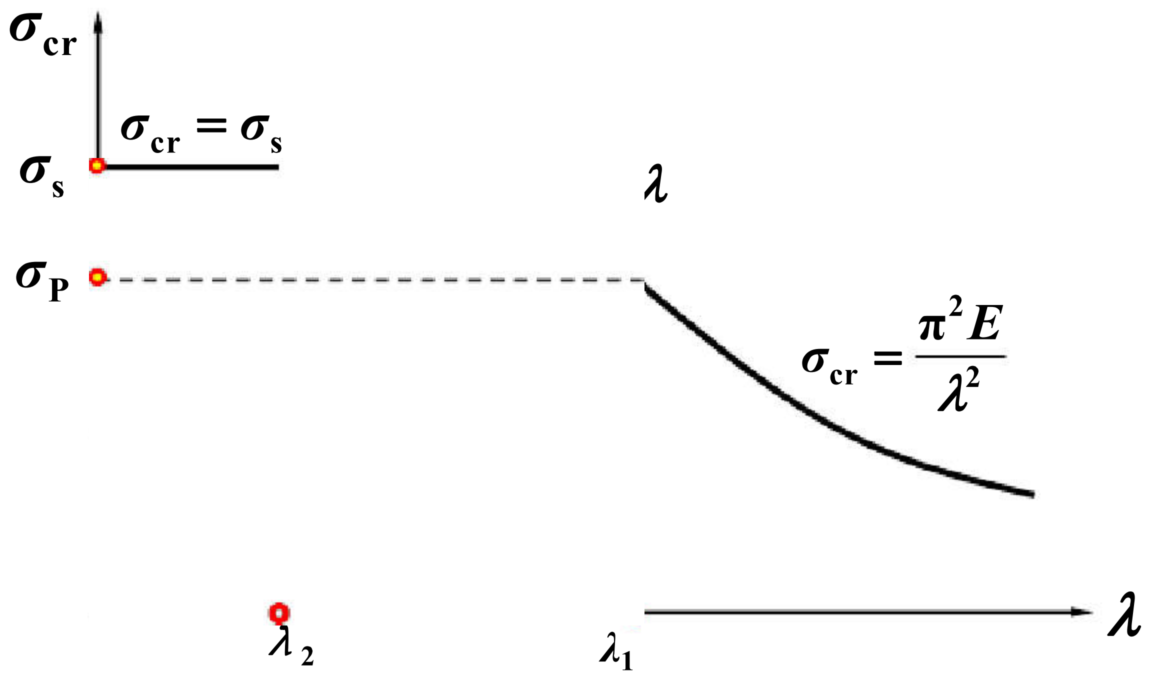
（2）中柔度杆　　$\lambda_2 \leq \lambda < \lambda_1$

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda$$　　经验公式

（3）小柔度杆　　$\lambda \leq \lambda_2$

$$\sigma_{cr} = \sigma_s$$　　实际是一个强度问题

2、临界应力总图

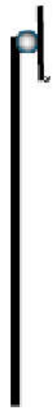

σ_{cr}
$\sigma_{cr}=\sigma_s$
σ_s
λ
σ_P
$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$
λ_2
λ_1
λ

圆截面压杆.两端为铰链约束，材料弹性模量E=200GPa，λ_1=100，λ_2=60. 直径d=160mm ，求:当l=5m, l=2.5m, l=1.25m时的临界压力.

当l=2.5m

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} \qquad \lambda_2 < \lambda < \lambda_1 \quad \text{中柔度杆}$$

查表:a=304MPa，b=1.12MPa



$$P_{cr} = \sigma_{cr} A = (a - b\lambda) \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 4705\,\text{kN}$$

当l=1.25m

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} \qquad < \lambda_2 \quad \text{小柔度杆}$$

$$P_{cr} = \sigma_{cr} A = 235 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 4725\,\text{kN}$$

§9-5 压杆的稳定校核

一、稳定性条件

工作安全系数 n　　　稳定的安全系数 n_{st}

$$n=\frac{P_{cr}}{P}\geq n_{st}$$ 或 $$n=\frac{\sigma_{cr}}{\sigma}\geq n_{st}$$ 稳定条件

解题步骤:

1. 求λ_1、λ、（λ_2）

2. 求临界应力 σ_{cr}

3. 校核

注意：要分析能否用欧拉公式

活塞杆由45钢制成， σ_s=350Mpa, σ_p=280MPa， $E = 210$GPa，长度 l=703mm，直经 $d = 45$mm，最大压力 F_{max} =41.6kN。稳定安全系数 $[n_{st}]$=8~10，试校核其稳定性.

解: $\lambda_1 = \sqrt{\dfrac{\pi^2 E}{\sigma_P}} = \sqrt{\dfrac{\pi^2 \times 210 \times 10^9}{280 \times 10^6}} = 86$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} = \frac{1 \times 703}{45/4} = 62.5 \qquad \lambda < \lambda_1$$

查表:**a=461MPa，b=2.568MPa**

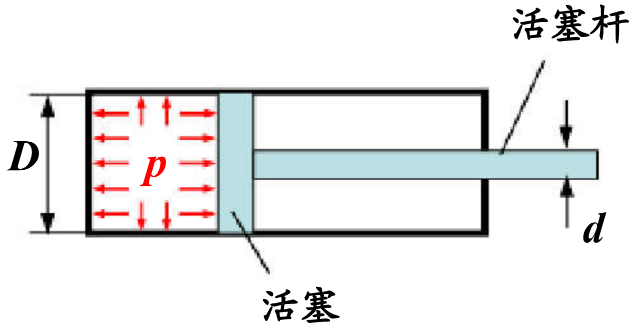
$$\lambda_2 = \frac{a - \sigma_s}{b} = \frac{461 - 350}{2.568} = 43.2 \qquad \lambda_2 < \lambda < \lambda_1$$

$$F_{cr} = \sigma_{cr} A = (a - b\lambda) \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 478\,\text{kN} \qquad n = \frac{F_{cr}}{F} = \frac{478}{41.6} = 11.5 \geq n_{st}$$

稳定性满足

§9-5 压杆的稳定校核

油缸活塞直径 $D = 65\text{mm}$，油压 $p = 1.2\text{MPa}$.活塞杆长度 $l = 1250\text{mm}$，材料为35钢，$\sigma_p = 220\text{MPa}$，$E = 210\text{GPa}$，$[n_{st}] = 6$，试确定活塞杆的直径.



解：（1）活塞杆轴向压力：

$$F = \frac{\pi D^2}{4} \cdot p = 3980\text{N}$$

活塞杆临界压力：

$$F_{cr} = n_{st} \cdot F = 23900\text{N}$$

（2）计算活塞杆的直径

先用欧拉公式试算（假定计算）：

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu \cdot l)^2} = \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times \frac{\pi}{64} d^4}{(1 \times 1.25)^2}$$ 得 $d = 25mm$

3. 验证 d

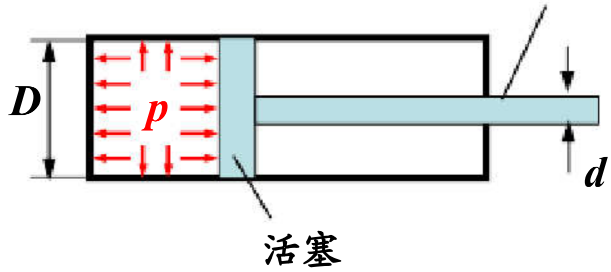
柔度: $\lambda = \dfrac{\mu \cdot l}{i} = \dfrac{1\times 1250}{25/4} = 200$

i=d/4

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_P}} = \sqrt{\frac{\pi^2\times 210\times 10^9}{220\times 10^6}} = 97$$

$$\lambda > \lambda_1$$

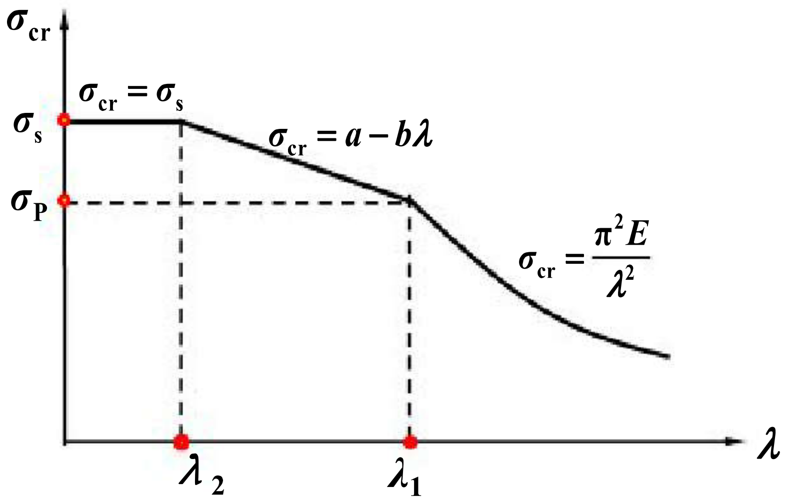
故原试算正确。



§9.6 提高压杆稳定性的措施

临界应力总图

$$\lambda = \frac{\mu l}{i}$$



1. 选择合理的形状

(1)不增加A,使I和i增大

$I\uparrow \quad i\uparrow \quad \lambda\downarrow$

(2)尽量使压杆在各纵向平面内具有相等的λ

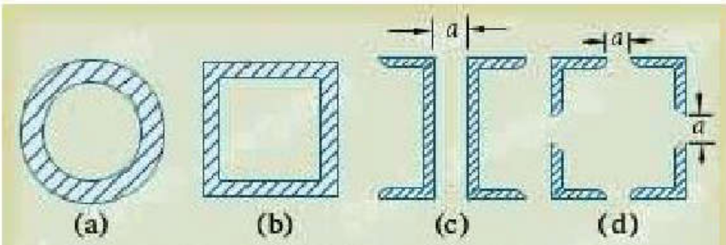


图 15-8压杆的合理截面形状

§9.6 提高压杆稳定性的措施

2. 改变约束

$$\lambda = \frac{\mu l}{i}$$

一端固定，另一端自由($\mu = 2$)

⇩

一端固定，另一端铰支($\mu = 0.7$)

⇩

两端铰支($\mu = 1$)

⇩

两端固定($\mu = 0.5$)

3. 选择材料

对大柔度杆无效

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

对中小柔度杆

$\sigma_P \uparrow$， $\sigma_S \uparrow$，

4. 改结构　压杆变为拉杆，消除了不稳定问题

应用：斜拉式大桥

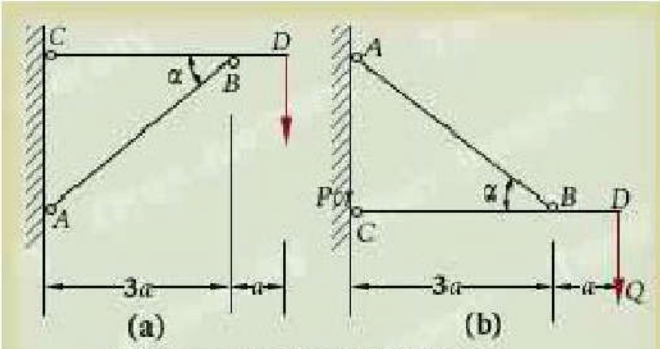
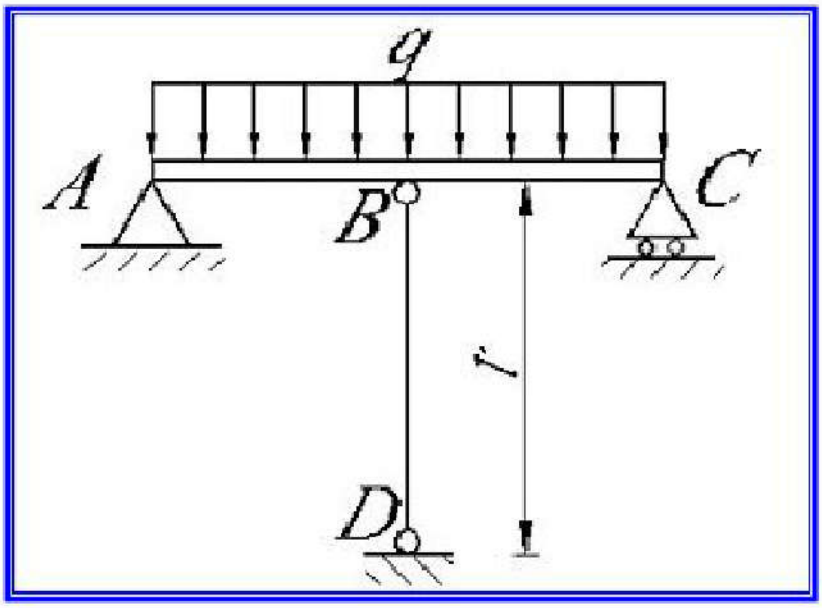
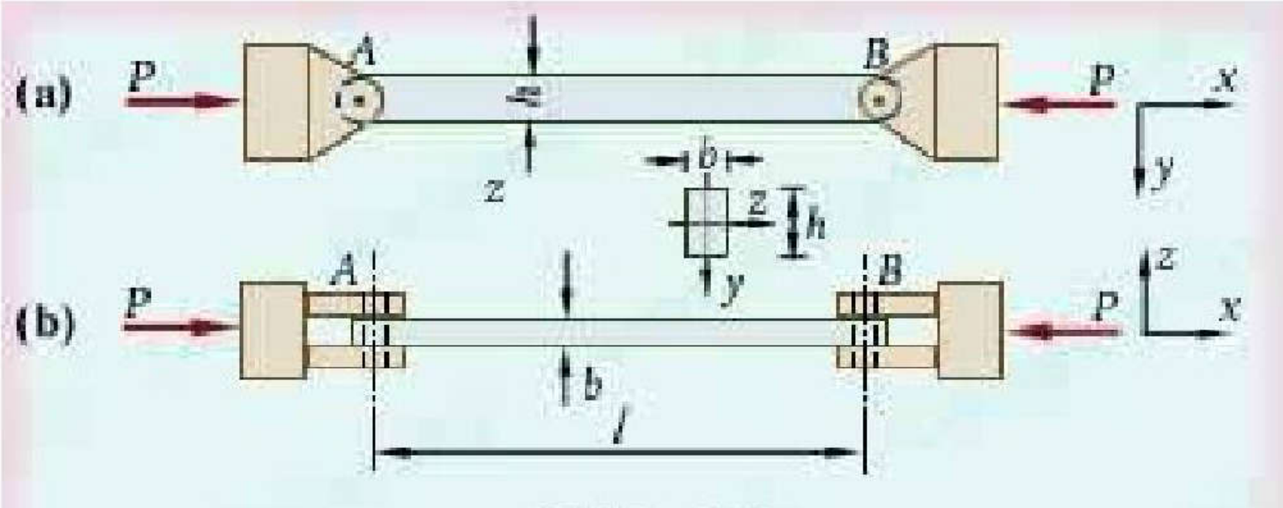


图 15-10 压杆转换成拉杆

习题：图示结构，梁、柱材料均为A3钢，$E=210$GPa，$\lambda_p=101$，许用应力$[\sigma]=160$MPa，AC梁横截面为正方形，边长$b=120$mm，梁长$l=3m$，DB柱为圆形截面，其直径d=30mm，柱长$l'=1m$。稳定安全系数$n_{st}=2$。试确定此结构的许用载荷[q]。

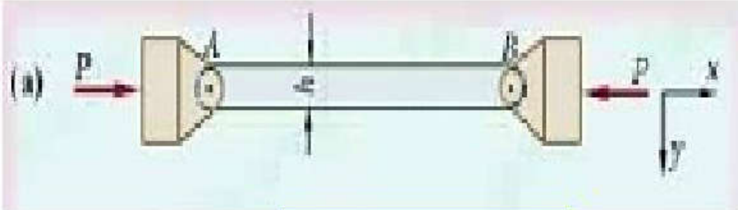


例 A 3 钢制成的矩形截面杆受到压力P=200KN作用。杆两端为柱形铰，其中a为正视图，b为俯视图。在A、B两处用螺栓夹紧。已知l=2.0m，b=40mm，h=60mm，材料的弹性模量E=210GPa, 求此杆的临界力。

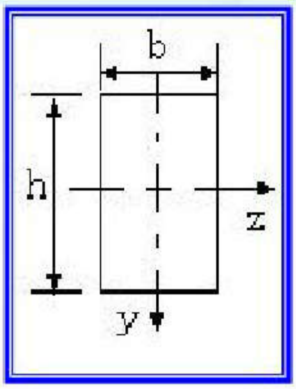


例 15-1 图

解： 1.在x-y平面内：



$$I_z = \frac{1}{12} bh^3 = 7.2\times10^5\ \text{mm}^4$$



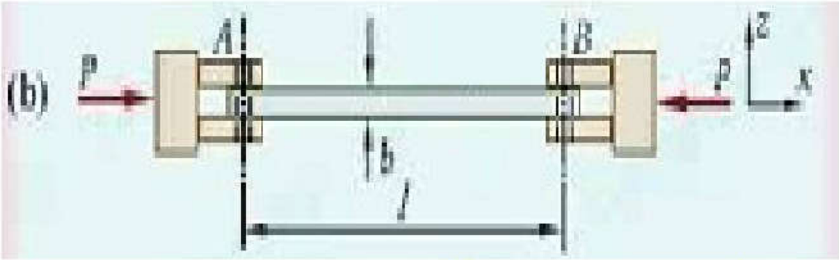
$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{7.2\times10^5}{40\times60}} = 17.32\ \text{mm}$$

$$\mu = 1,\ \lambda_z = \frac{\mu l}{i_z} = \frac{1\times2000}{17.32} = 115$$

A 3 钢的 $\lambda_P = 102$ $\lambda_z > \lambda_P$ 属于大柔度杆。

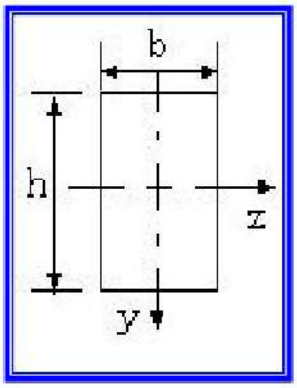
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2\times2.1\times10^5\times7.2\times10^5}{\left(2\times10^3\right)^2} = 373\ \text{kN}$$

2.在x-z平面内：



$$I_y = \frac{1}{12} hb^3$$

$$= 3.2 \times 10^5 \ \text{mm}^4$$



$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{3.2 \times 10^5}{40 \times 60}}$$

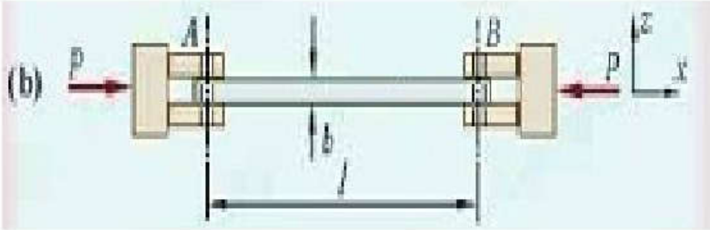
$$= 11.55 \ \text{mm}$$

$$\mu = 0.5 \qquad \lambda_y = \frac{\mu l}{i_y} = \frac{0.5 \times 2000}{11.55} = 86.6$$

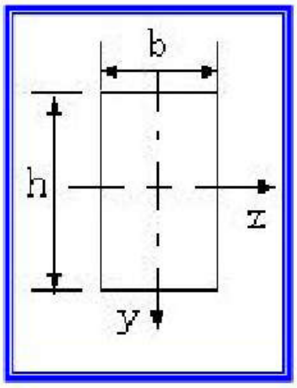
$\boldsymbol{\lambda_s = 61.6}$ $\qquad$ $\boldsymbol{\lambda_s < \lambda_y < \lambda_p}$ 属于中柔度杆

查表：a=304MPa，

b=1.12MPa



$$\sigma_{cr} = a - b\lambda = 304 - 1.12 \times 86.6$$
$$= 207\,\text{MPa}$$

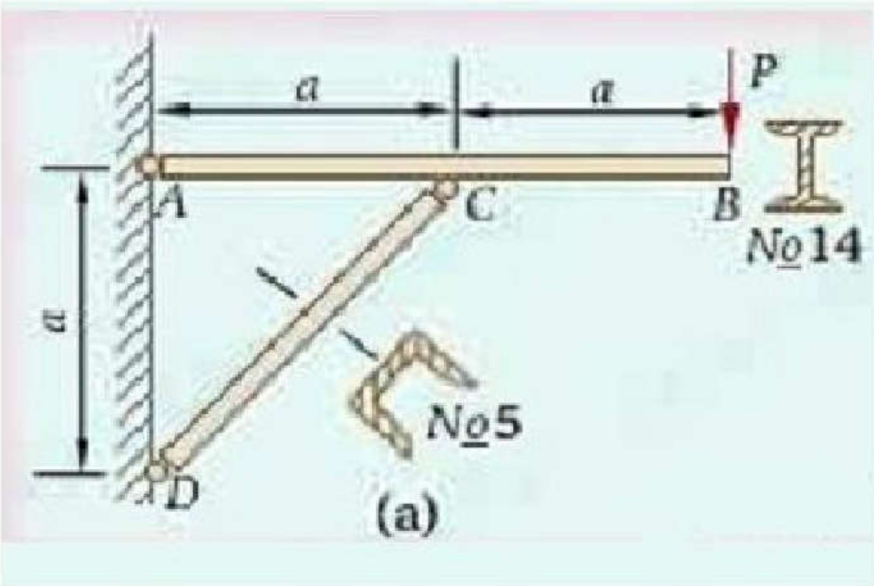


$$P_{cr} = \sigma_{cr} A$$
$$= 207 \times 40 \times 60 = 496.8\ \text{kN}$$

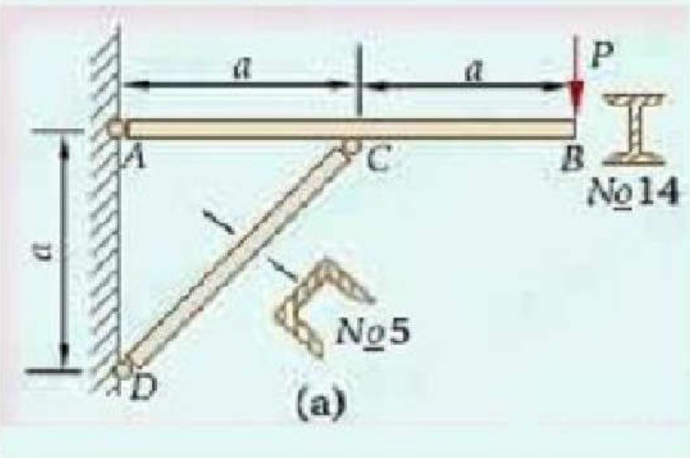
临界力为373kN.

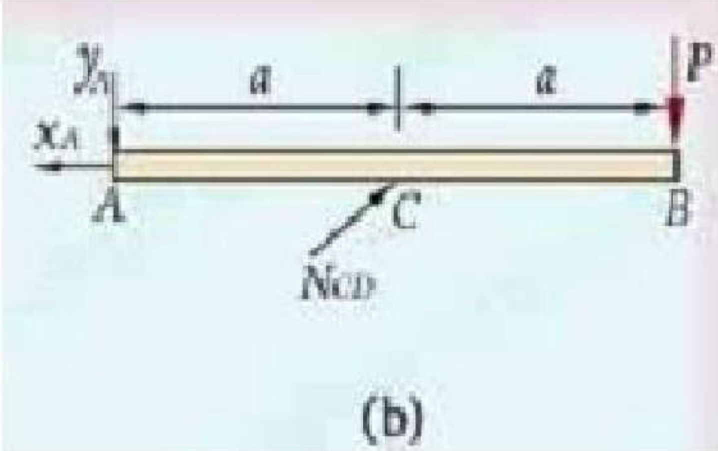
例： 已知如图。梁AB为№14工字钢，杆CD为№5槽钢，二者材料均为3号钢，E=210GPa。已知P=15kN，a=1m，[σ]=160MPa，$n_{st}=2$，试校核此结构是否安全。

本题为强度问题和稳定问题的综合



解：（1）构件的受力分析





$$\sum m_A = 0 \qquad N_{\mathrm{CD}} = 2\sqrt{2}P = 42.4\,\mathrm{kN}$$

$$\sum X = 0 \qquad X_A = 2P = 30\,\mathrm{kN}$$

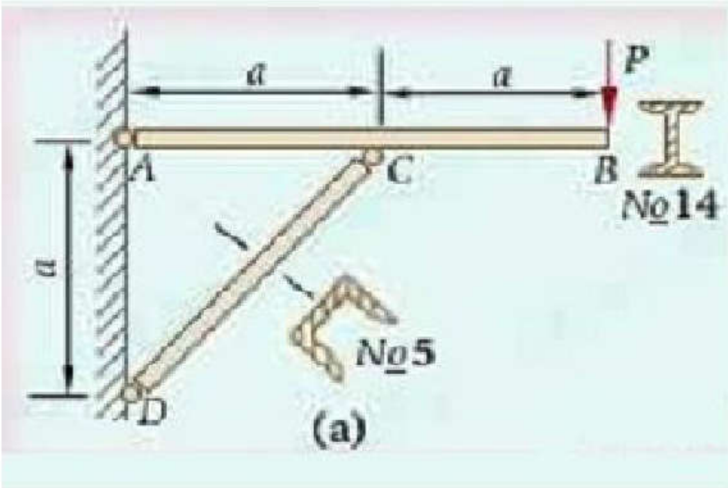
$$\sum Y = 0 \qquad Y_{\mathrm{A}} = P = 15\,\mathrm{kN}$$

（2）对梁AB进行强度校核

C为危险面

$$M_{\max} = Pa = 15\times 1$$
$$= 15kN\cdot m$$

$$N = X_A = 30\,\mathrm{kN}$$



查得№14工字钢

$$W = 102\,\mathrm{cm}^3 \qquad A = 21.5\,\mathrm{cm}^2$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{max}}{W} + \frac{N}{A} = \frac{15\times 10^6}{102\times 10^3} + \frac{30\times 10^3}{21.5\times 10^2} = 161\,\mathrm{MPa}$$

$$[\sigma] = 160\,\mathrm{MPa}$$

$\sigma_{\max}$没超过5%，认为安全。

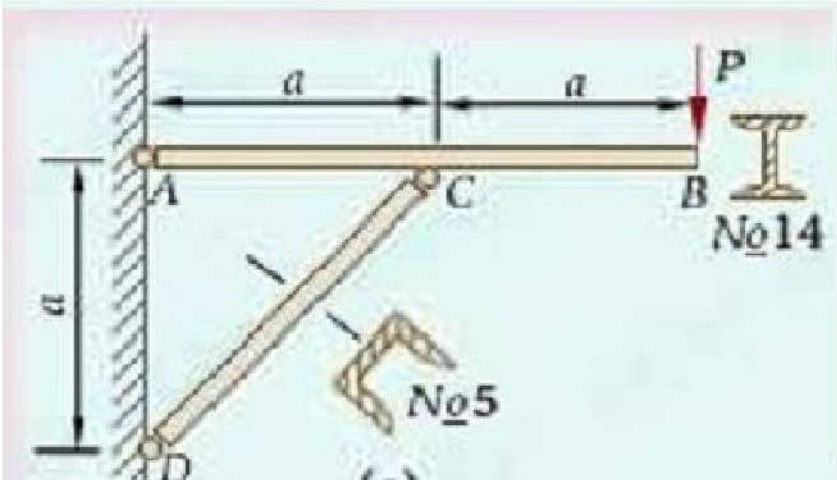
（3）对压杆CD进行稳定校核

№5槽钢 $i_{\min}=1.1\,\text{cm}$ $A=6.93\,\text{cm}^2$

$$\lambda=\frac{\mu l}{i_{min}}=\frac{1\times1.414\times10^3}{1.1\times10}=128.5$$

A3钢： $\lambda_p\approx100$

$$\lambda>\lambda_p$$



(a)

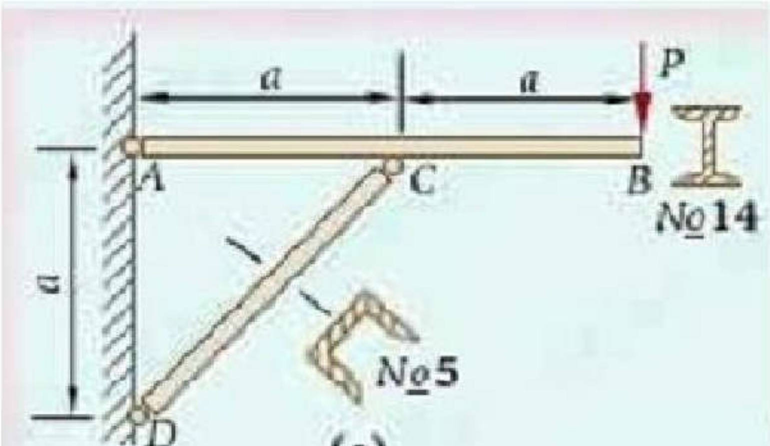
$$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2 E}{\lambda^2}=\frac{\pi^2\times 2.10\times 10^5}{128.5^2}=125.5MPa$$

压杆的工作应力 $\sigma=\frac{N_{\mathrm{CD}}}{A}=\frac{42.4\times 10^3}{6.93\times 10^2}=61.2\ \mathrm{MPa}$

$$n=\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_w}=\frac{125.5}{61.2}=2.05>n_{st}$$

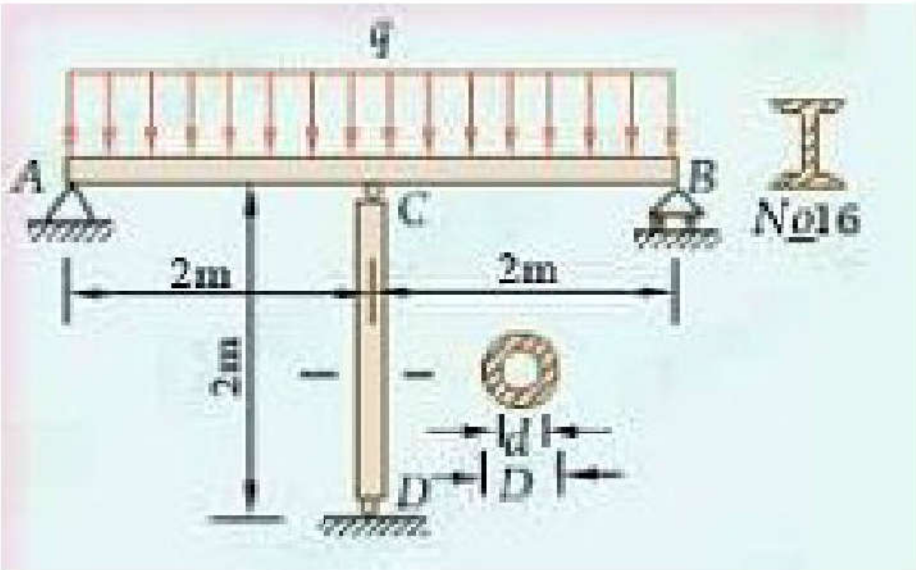
压杆也是安全的

故整个结构是安全的



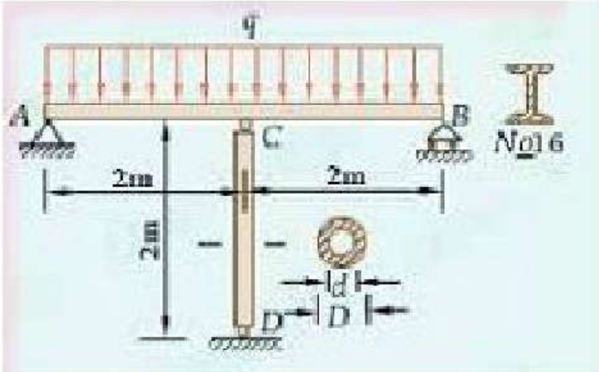
(a)

例:已知如图。梁AB为№16工字钢，柱CD为外径D=80mm，内径d=70mm的无缝 钢管，二者材料均为3号钢。已知材料的$E=2.1\times10^5$MPa，σ s=235MPa；均布载荷q=40kN/m，试确定梁及柱的工作安全系数。



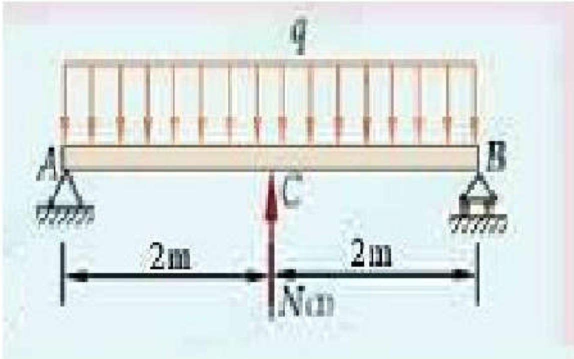
本题为超静定问题和稳定问题的综合训练

解：（1）确定柱CD的受力N_{CD}



取简支梁AB的静定基如图。

$$\frac{5ql_1^4}{384EI}-\frac{N_{CD}l_1^3}{48EI}=\frac{N_{CD}l_2}{EA}$$



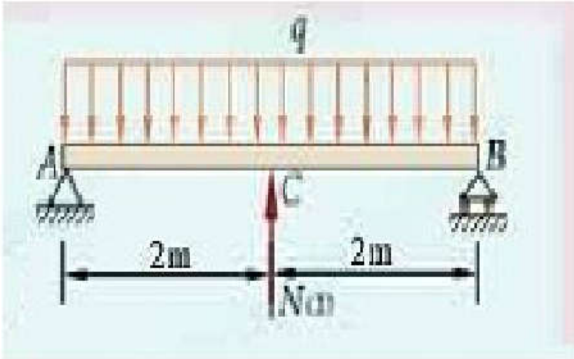
I=1130cm^4，l_1=4m ，l_2=2m

A= π /4（80^2-70^2）

=1178mm^2

$$\frac{5\times40\times\left(4\times10^{3}\right)^{4}}{384\times2.1\times10^{5}\times1130\times10^{4}}-\frac{N_{CD}\times\left(4\times10^{3}\right)^{3}}{48\times2.1\times10^{5}\times1130\times10^{4}}=\frac{N_{CD}\times2\times10^{3}}{2.1\times10^{5}\times1178}$$

$$\boldsymbol{N_{CD}=98.6\,\mathrm{kN}}$$

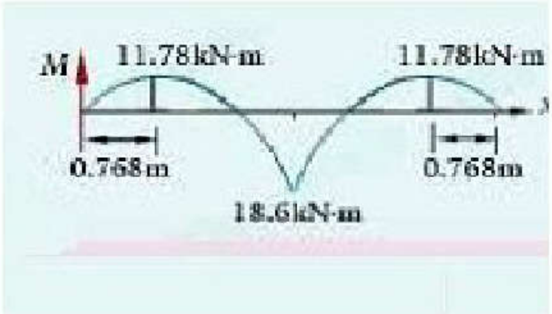


（2）计算梁的工作安全系数n_1

最大弯矩发生在c截面

$$M_{\max}=\frac{1}{4}\times98.6\times4-\frac{1}{8}\times40\times4^{2}$$

$$=18.6\,\mathrm{kN.m}$$



$$\sigma_{\max}=\frac{M_{\max}}{W}=\frac{18.6\times10^{6}}{141\times10^{3}}=131.9\,\mathrm{MPa}$$

$$n_1=\frac{\sigma_s}{\sigma_{\max}}=\frac{235}{131.9}=1.8$$

(3)计算柱的工作安全系数

$$i=\sqrt{\frac{I}{A}}==\frac{1}{4}\sqrt{D^2+d^2}=\frac{1}{4}\sqrt{80^2+70^2}=26.6\,\mathrm{mm}$$

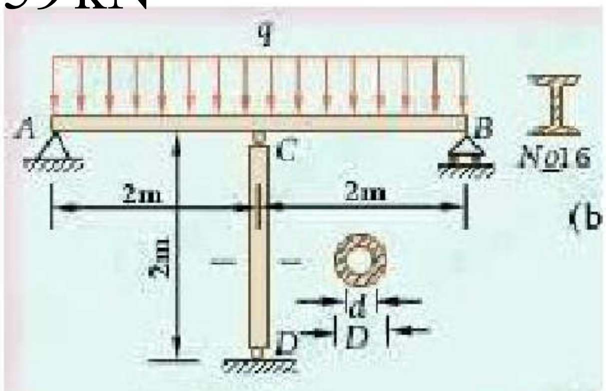
$$\lambda=\frac{\mu l}{i}=\frac{1\times2\times10^3}{26.6}=75.2$$

中柔度杆

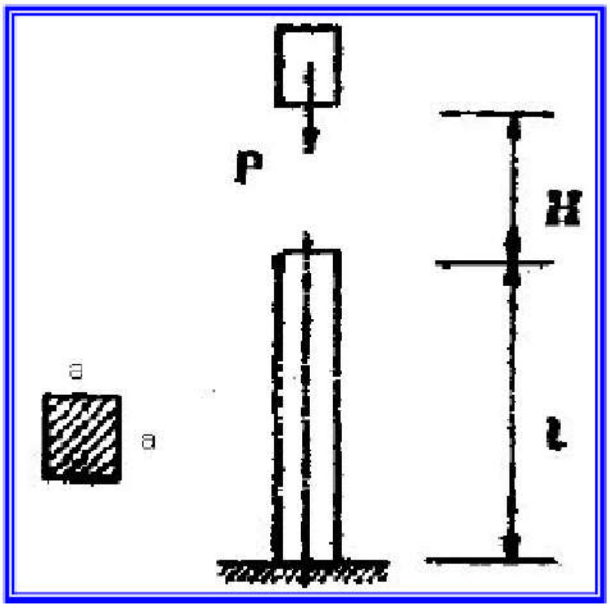
$$\sigma_{cr}=a-b\lambda=304-1.12\times75.2=219.8\,\mathrm{MPa}$$

$$P_{cr}=\sigma_{cr}A=219.8\times1178=259\,\mathrm{kN}$$

$$n_2=\frac{P_{cr}}{N_{CD}}=\frac{259}{98.6}=2.6$$



例:已知钢杆的a=50mm, l=1m, E=200Gpa, σ_P=200Mpa, P=1kN, 试计算容许的高度H.



解: (1)求 σ_d

$$\Delta_{st} = \frac{Nl}{EA} = 2\times10^{-6}$$

$$\sigma_{st} = \frac{N}{A} = 0.4MPa$$

$$\sigma_d = k_d\sigma_{st} = (1+\sqrt{1+\frac{2H}{\Delta_{st}}})\sigma_{st}$$

$$= 0.4(1+\sqrt{1+10^6 H})$$

(2)求压杆的柔度

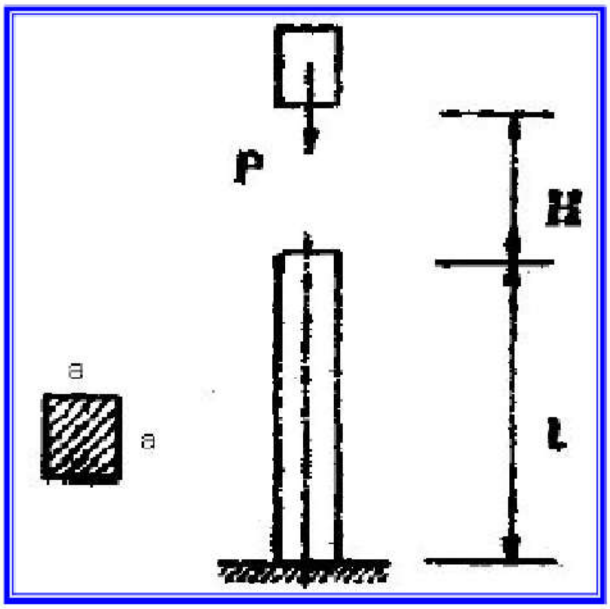
$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{2\times 1}{\sqrt{\dfrac{\frac{1}{12}0.05^4}{0.05^2}}} = 138.6$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_P}} = 99.3$$

大柔度杆

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 102.8MPa$$

要使压杆安全：

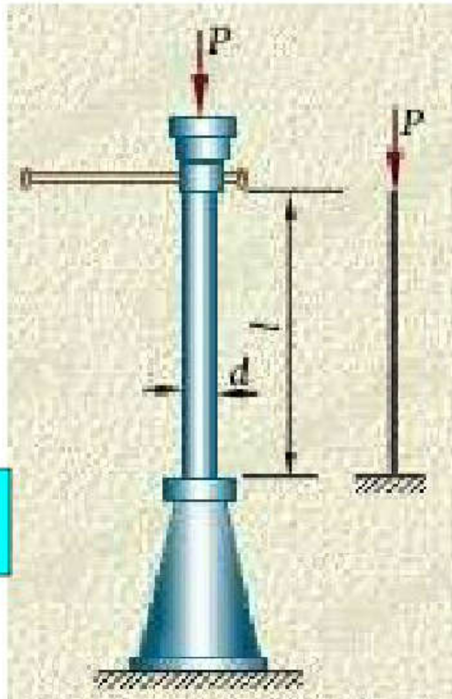


$$\sigma_d \le \sigma_{cr}$$

$$0.4(1+\sqrt{1+10^6 H}) \le 102.8$$

H≤65mm

例：千斤顶如图所示，丝杠长度***l*=375mm**,直径**d=40mm**，材料是A3钢，最大起重量**P=80kN**，规定稳定安全系数$n_{st}=3$。试校核丝杠的稳定性。



千斤顶的计算简图

解： 1.计算临界力

$\mu = 2$ $\quad\quad \lambda = \dfrac{\mu l}{i} = \dfrac{2 \times 375}{\frac{40}{4}} = 75$

i=d/4

A3 钢 $\lambda_p = 102$

$\lambda_s = 61.6 \quad \lambda_s < \lambda < \lambda_p$

是中柔度压杆

查表:a=304MPa，b=1.12MPa

临界载荷为

$$P_{cr} = \sigma_{cr} A = (a - b\lambda)\frac{\pi}{4}d^2$$

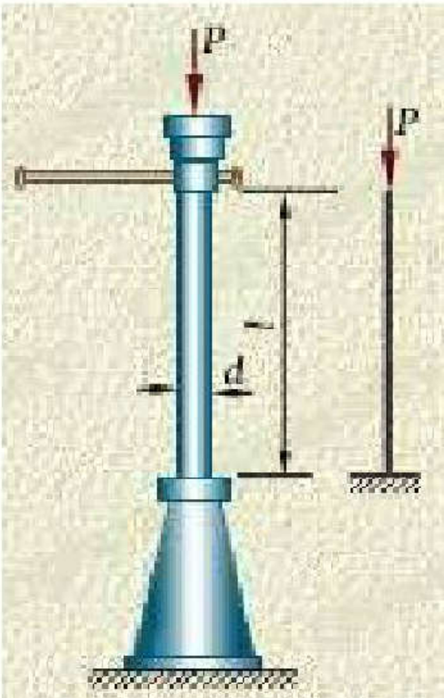
$$= (304 - 1.12 \times 75) \times \frac{\pi}{4} 40^2$$

$$= 277\ \mathrm{kN}$$

2．校核稳定性

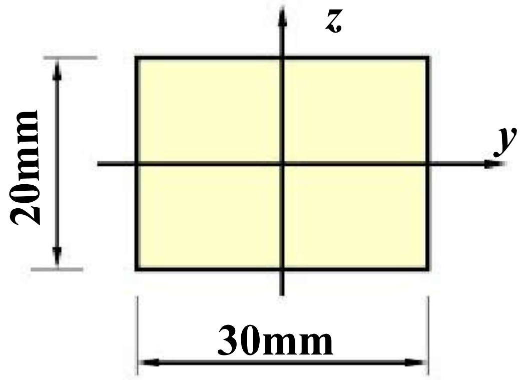
$$n = \frac{P_{cr}}{P} = \frac{277}{80} = 3.46 > n_{st} = 3$$

千斤顶丝杠是稳定的



千斤顶的计算简图

压杆截面如图所示. 两端为柱形铰链约束，若绕 y 轴失稳可视为两端固定，若绕 z 轴失稳可视为两端铰支. 已知，杆长 l=1m ，材料的弹性模量 E=200GPa，σp=200MPa. 求压杆的临界应力.

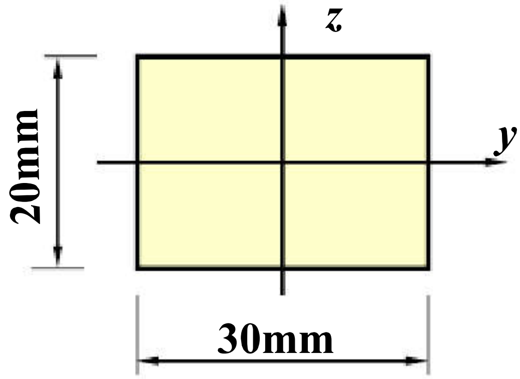


解:

$$\lambda_1 = \pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} = 99$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}(0.03\times0.02^3)}{0.03\times0.02}} = 0.0058\text{m}$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = 0.0087\text{m}$$



$$\mu_y = 0.5 \quad \mu_z = 1$$

$$\lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_y} = 86 \quad \lambda_z = \frac{\mu_z l}{i_z} = 115$$

因为 $\lambda_z > \lambda_y$，所以压杆绕 z 轴先失稳，且 λ_z=115 > λ_1，用欧拉公式计算临界力.

$$F_{\text{cr}} = A\sigma_{\text{cr}} = A \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_z^2} = 89.5\text{kN}$$