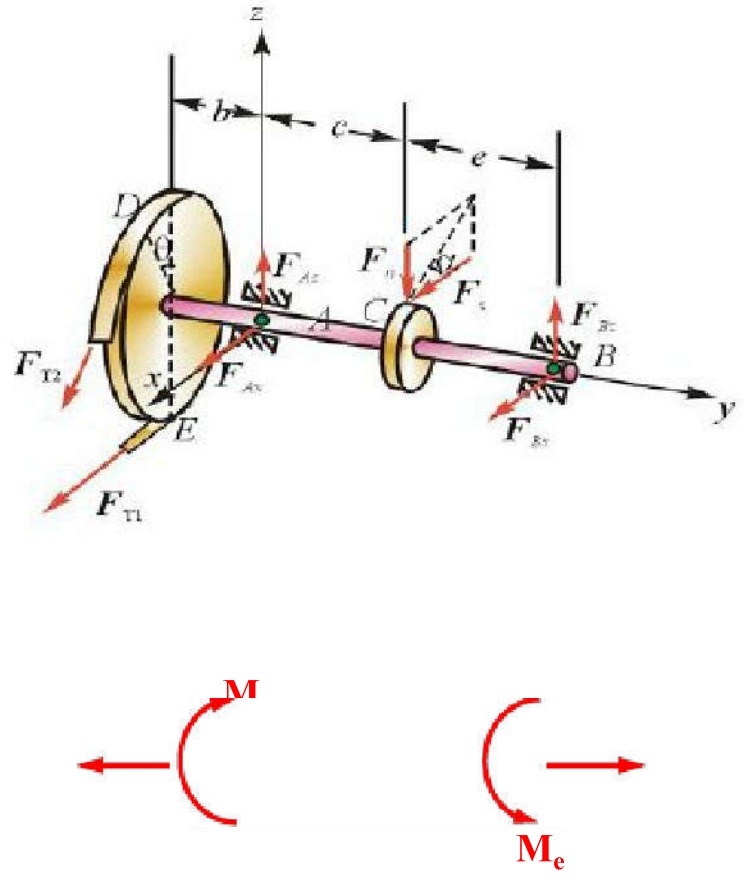


第八章 组合变形

A tropical beach scene with a palm tree leaning over the water, serving as a background for the chapter title. The sky is blue with some clouds, and the water is a clear turquoise color. The beach is sandy and curves along the shoreline.

§ 8.1 组合变形和叠加原理

一、工程实例



二、组合变形

构件在荷载作用下发生**两种**或两种以上的基本变形,则构件的变形称为组合变形.

三、叠加原理

如果内力、应力、变形等与外力成**线性关系**,则在小变形条件下,复杂受力情况下组合变形构件的内力,应力,变形等力学响应可以分成几个基本变形单独受力情况下相应力学响应的叠加,且与各单独受力的加载次序无关

说明:

- ①必须是**线弹性材料**,在弹性范围内,服从胡克定律;
- ②必须是**小变形**,保证能按构件初始形状或尺寸进行分解与叠加计算

四、处理组合变形的的基本方法

1. 外力分析

将外力简化并沿主惯性轴分解, 将组合变形分解为**基本变形**, 使之每个力 (或力偶) 对应一种基本变形

2. 内力分析

求每个外力分量对应的内力方程和内力图, 确定**危险截面**. 分别计算在每一种基本变形下构件的应力和变形

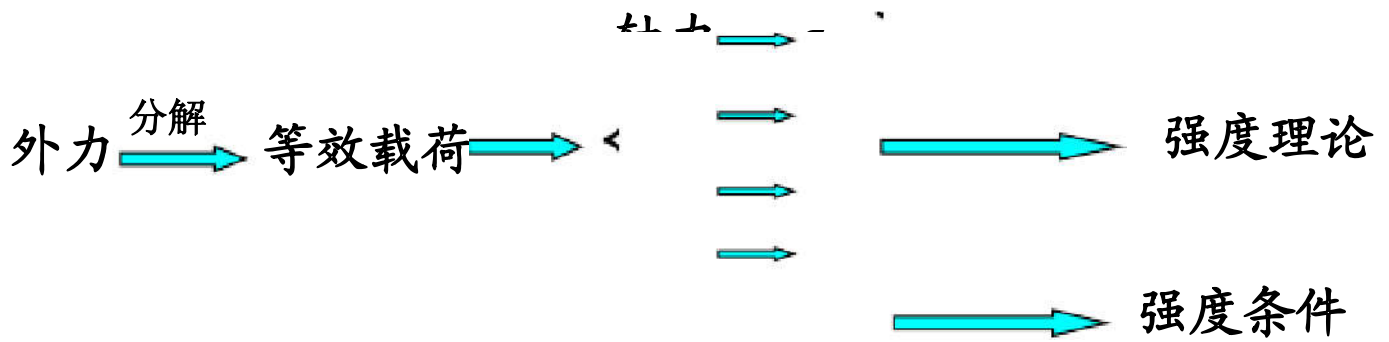
3. 应力分析

画出危险截面的应力分布图, 利用**叠加原理** 将基本变形下的应力和变形叠加, 建立危险点的强度条件

4. 强度计算。

根据危险点的应力状态分析, 选择合适的强度理论

§ 8.1 组合变形和叠加原理



主要研究内容

1. 拉伸（压缩）+ 弯曲
2. 扭转 + 弯曲

§ 8-2 拉伸（或压缩）与弯曲的组合

已知：如图

解：1. 受力分析与简化

$$F_x = F \cos \theta, \quad F_y = F \sin \theta$$

F_x : 引起拉伸变形

F_y : 引起平面弯曲

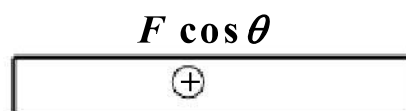
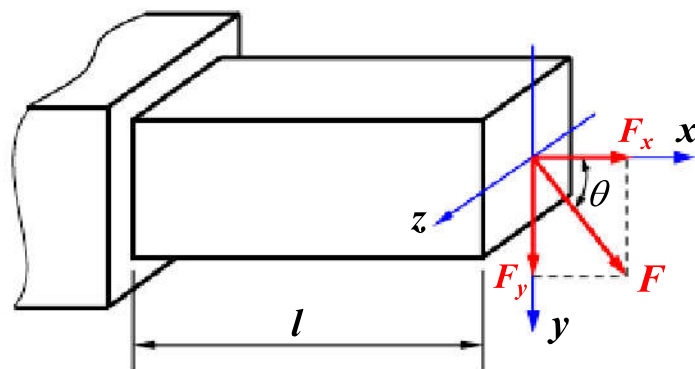
拉——弯组合

2. 内力分析，定危险截面

$$F_x = F \cos \theta$$

$$M_z = -F_y(l-x)$$

危险截面在固定端



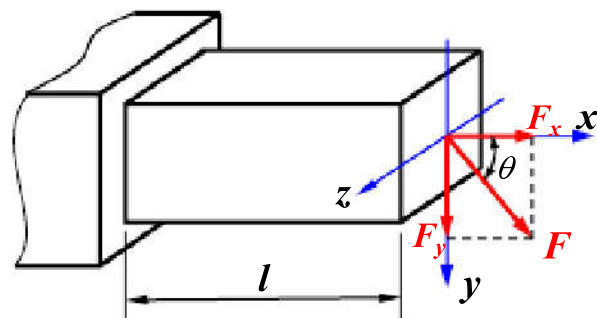
$$F \sin \theta l$$

§ 8-2 拉伸（或压缩）与弯曲的组合

3. 求应力, 定危险点

拉伸正应力: $\sigma' = \frac{N}{A} = \frac{F \cos \theta}{A}$ (拉)

弯曲正应力: $\sigma'' = \frac{M_{\max}}{W}$

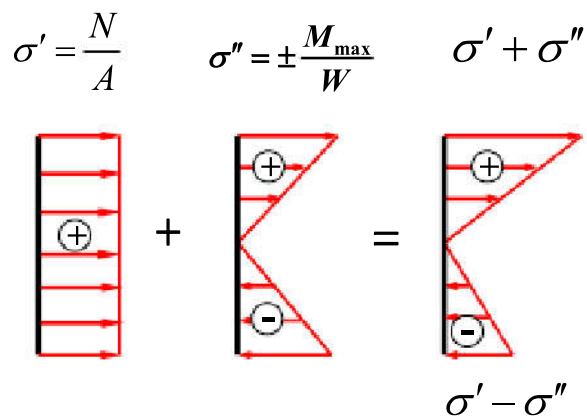


应力叠加, 危险点在上下边缘处。
为单向应力状态

$$\sigma = \sigma' + \sigma''$$

受拉区: $\sigma_{t\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W}$

受压区: $\sigma_{c\max} = \left| \frac{N}{A} - \frac{M_{\max}}{W} \right|$



§ 8-2 拉伸（或压缩）与弯曲的组合

4. 强度计算

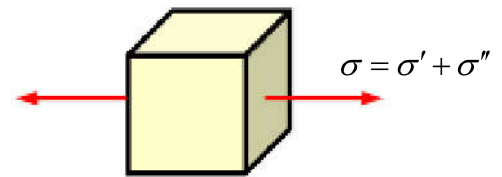
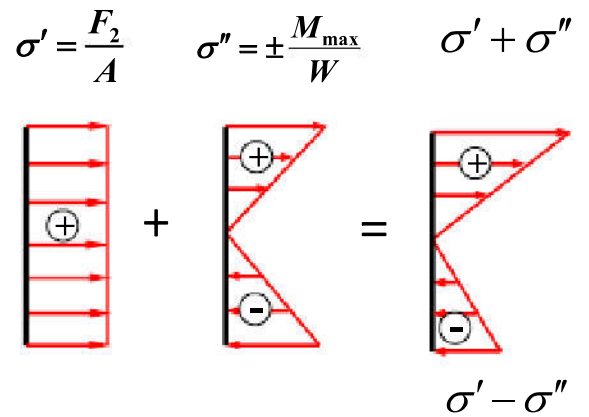
塑性材料:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]$$

脆性材料:

$$\sigma_{t\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma_t]$$

$$\sigma_{c\max} = \left| \frac{N}{A} - \frac{M_{\max}}{W} \right| \leq [\sigma_c]$$



最大吊重 $W=8\text{kN}$ 的起重机， AB 杆为工字钢，材料为 Q235 钢， $[\sigma] = 100\text{MPa}$ ，试选择工字钢的型号。

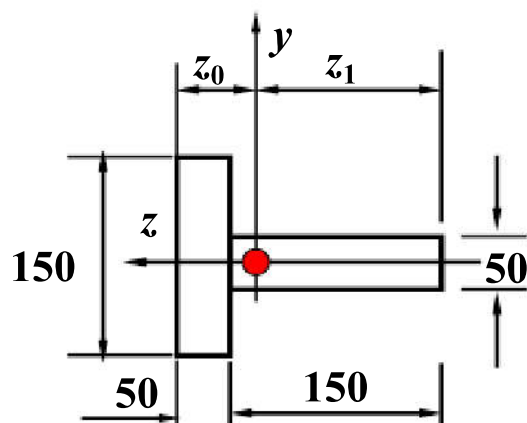
W

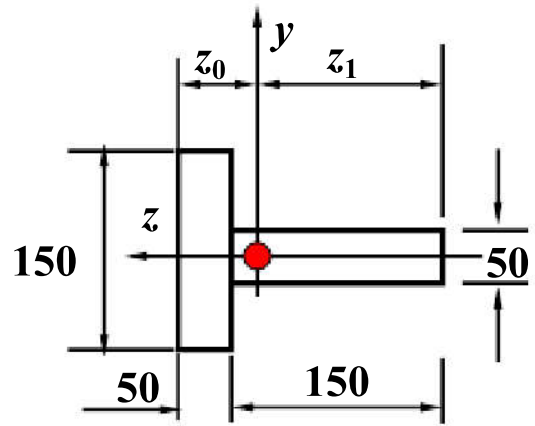
最大弯曲正应力

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_z}$$

F

小型压力机的铸铁框架如图所示.已知材料的许用拉应力 $[\sigma_t] = 30\text{MPa}$,许用压应力 $[\sigma_c] = 160\text{MPa}$.试按立柱的强度确定压力机的许可压力 F .





解：（1）确定形心位置

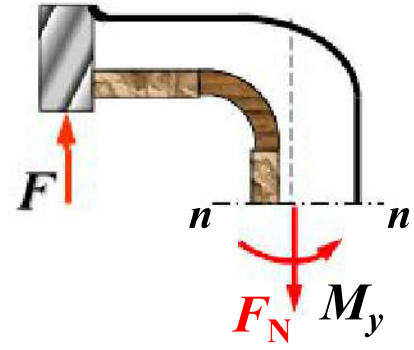
$$A=15 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \quad z_0=75 \text{ mm}$$

计算截面对中性轴 y 的惯性矩 $I_y = 5310 \text{ cm}^4$



n

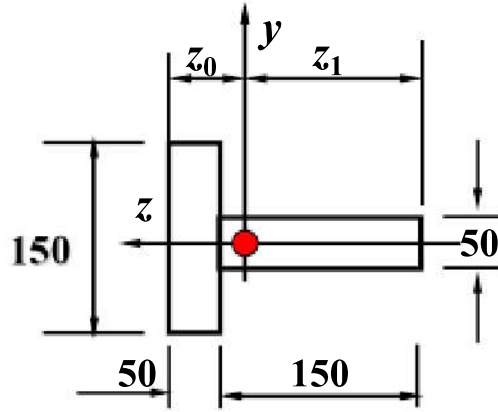
n



(2) 分析立柱横截面上的内力和应力

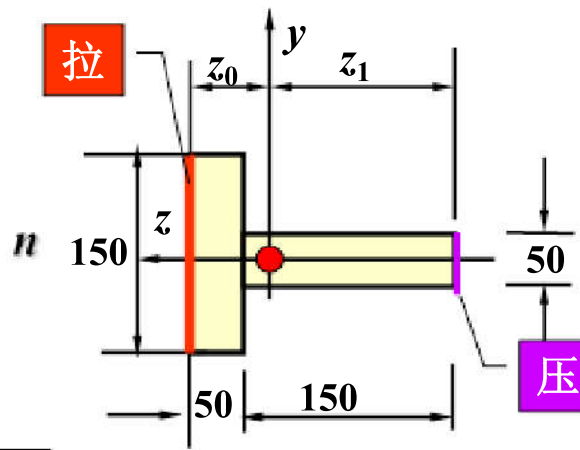
在 $n-n$ 截面上有轴力 F_N 及弯矩 M_y

$$F_N = F$$

 n n 

(3)由轴力 F_N 产生的拉
伸正应力为

$$\sigma' = \frac{F_N}{A}$$



(5) 叠加

$$\sigma_{tmax} =$$

$$[F] \leq 45.1 \text{ kN}$$

§ 8-4 扭转与弯曲的组合

一、内力分析

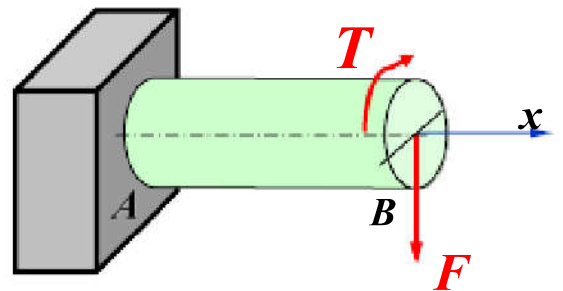
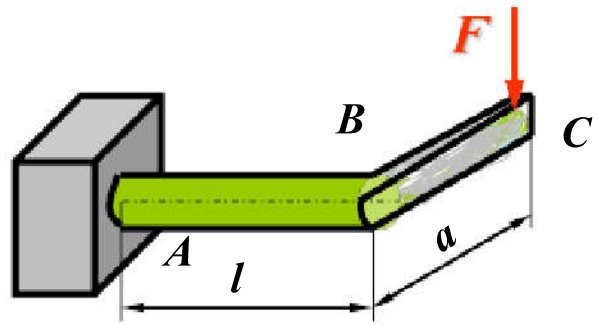
设一直径为 d 的等直圆杆 AB , B 端具有与 AB 成直角的刚臂. 研究 AB 杆的内力.

将力 F 向 AB 杆右端截面的形心 B 简化得

横向力: F (引起平面弯曲)

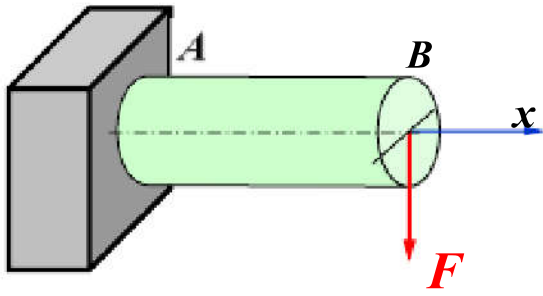
力偶矩: $T = Fa$ (引起扭转)

AB 杆为弯曲与扭转组合变形

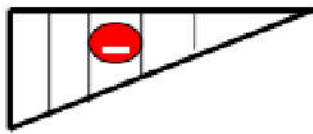
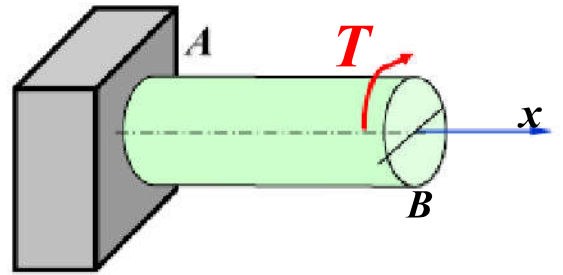


§ 8-4 扭转与弯曲的组合

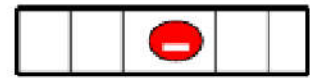
画内力图确定危险截面



+



$$M=Fl$$

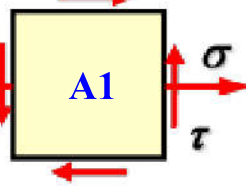
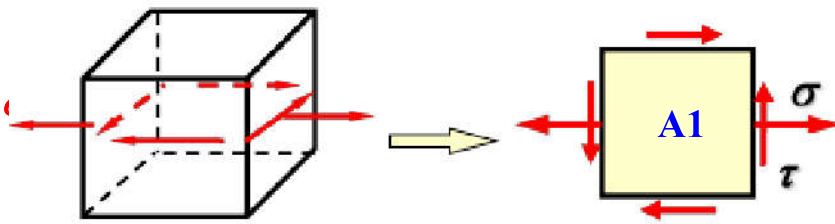
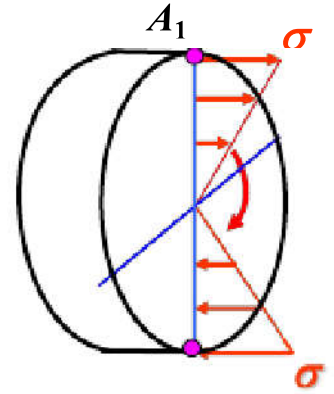
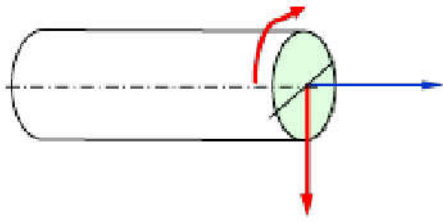


$$T=Fa$$

固定端A截面为危险截面

§ 8-4 扭转与弯曲的组合

二、应力分析



$$\sigma = \frac{M}{W}$$

$$\tau = \frac{T}{W_t}$$

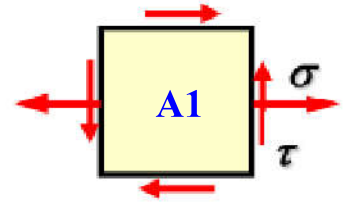


A_2

三、强度分析

1. 主应力计算

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} \end{array} \right\} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$



$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

2. 相当应力计算

第三强度理论: $\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$

第四强度理论: $\sigma_{r4} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$
 $= \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$

§ 8-4 扭转与弯曲的组合

讨论

(1) σ_{r3}

σ_{r4}

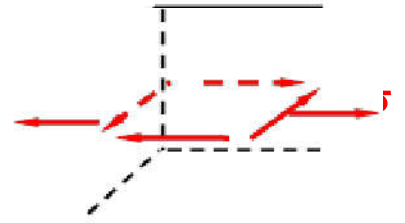
适用于

(2) 对于

W_t ———

$$\sigma_{r3} = \sqrt{\quad} = \frac{1}{W} \sqrt{M^2 + T^2}$$

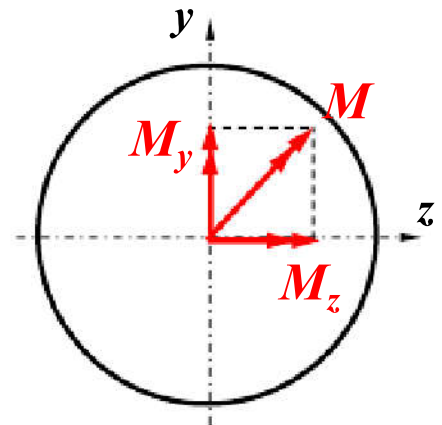
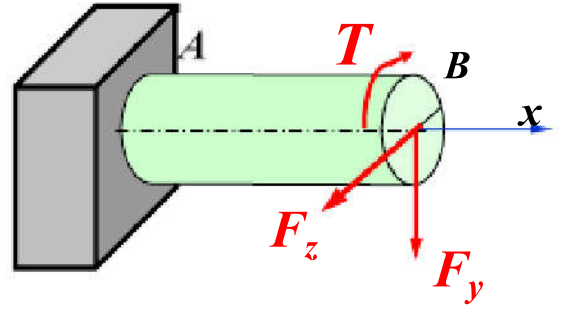
$$\sigma_{r4} = \sqrt{\quad} = \frac{1}{W} \sqrt{M^2 + 0.75T^2}$$



§ 8-4 扭转与弯曲的组合

三、弯矩组合

$$M = \sqrt{M_{y,\max}^2 + M_{z,\max}^2}$$



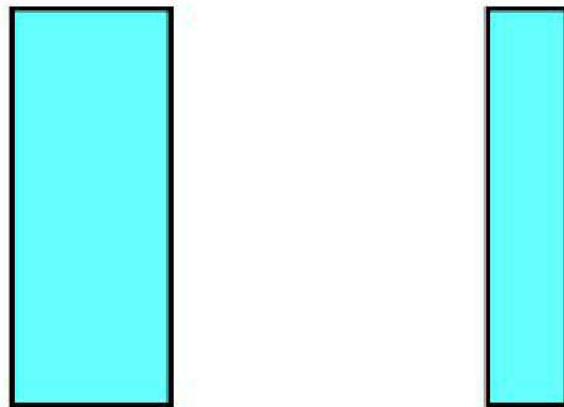


图示结构轴的直径 $d=30\text{mm}$ ，材料许用应力 $[\sigma]=85\text{MPa}$ ，电动机功率 $P=2.2\text{kW}$ ，轴转速 $n=300\text{r/min}$ ，轮C直径 $D=132\text{mm}$ ，拉力 $F+F'=600\text{N}$ ，轮E直径 $d_1=50\text{mm}$ ，工作阻力与切线成 20° 夹角，试校核轴强度。

$$M_e = 9549 \frac{P}{n} = 21.7\text{N}\cdot\text{m}$$

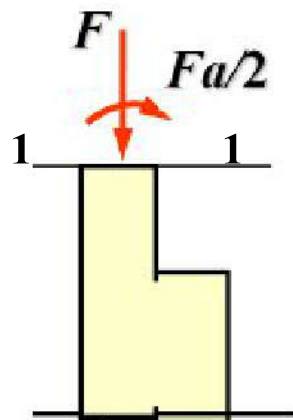
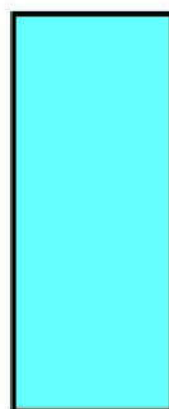


例题3 正方形截面立柱的中间处开一个槽,使截面面积为原来截面面积的一半,求开槽后立柱的的最大压应力是原来不开槽的几倍



解：未开槽前立柱为轴向压缩

$$\sigma_1 = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{A} = \frac{F}{(2a)^2} = \frac{F}{4a^2}$$



2