

安徽师范大学

2014 年招收硕士研究生考题

科目名称: 高等数学 科目代码: 615

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本考题纸上的无效!

1. (本题满分 10 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e - e^{\cos x})(2 + \sin x)}{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}$.
2. (本题满分 10 分) 计算不定积分 $\int \ln \left(1 + \sqrt{\frac{1+x}{x}} \right) dx, \quad (x > 0)$.
3. (本题满分 10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上具有三阶连续导数, 且 $f'(0) = 0$, $f(-1) = 0$, $f(1) = 1$, 证明: 存在 $\xi \in (-1, 1)$, 使 $f'''(\xi) = 3$.
4. (本题满分 10 分) 证明: 当 $x > 0$ 时, $\arctan x + \frac{1}{x} > \frac{\pi}{2}$.
5. (本题满分 12 分) 设 $f(t) = \begin{cases} e^{-t}, & t > 0, \\ 0, & t \leq 0, \end{cases}$ 求定积分 $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$.
6. (本题满分 12 分) 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.
7. (本题满分 12 分) 求二元函数 $f(x, y) = y^3 - x^2 + 6x - 12y + 5$ 的极值.
8. (本题满分 14 分) 计算二重积分 $\iint_D (y^2 \sin x + \sqrt{x^2 + y^2}) d\sigma$, 其中 D 是由 $x^2 + y^2 \leq 2y$ 所确定的圆域.

考生请注意：答案必须写在答题纸上，写在本考题纸上的无效！

9. (本题满分 15 分) 设 A 为三阶方阵, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为三维线性无关列向量组, 且有 $A\alpha_1 = \alpha_2 + \alpha_3$, $A\alpha_2 = \alpha_1 + \alpha_3$, $A\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2$. 求 A 的全部特征值.

10. (本题满分 15 分) 设 $\alpha_1 = (1, 2, 0)^T$, $\alpha_2 = (1, a+2, -3a)^T$, $\alpha_3 = (-1, -b-2, a+2b)^T$, $\beta = (1, 3, -3)^T$, 试问当 a, b 为何值时, β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 唯一地线性表示? 并求出表示式.

11. (本题满分 15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布列为

	Y	0	1
X	0	0.4	a
	1	b	0.1

若随机事件 $(X=0)$ 与 $(X+Y=1)$ 相互独立, 求 a 和 b .

12. (本题满分 15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < 1, 0 < y < x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求: (1) $P\left(X - Y \leq \frac{1}{2}\right)$; (2) $Z = X - Y$ 的密度函数.