

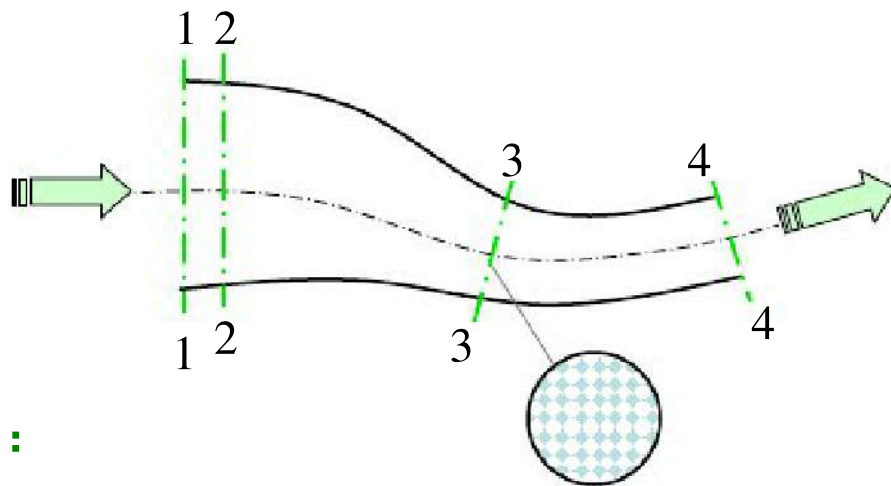
第七章

气体的流动

能源与动力工程学院 新能源科学与工程系

吉恒松

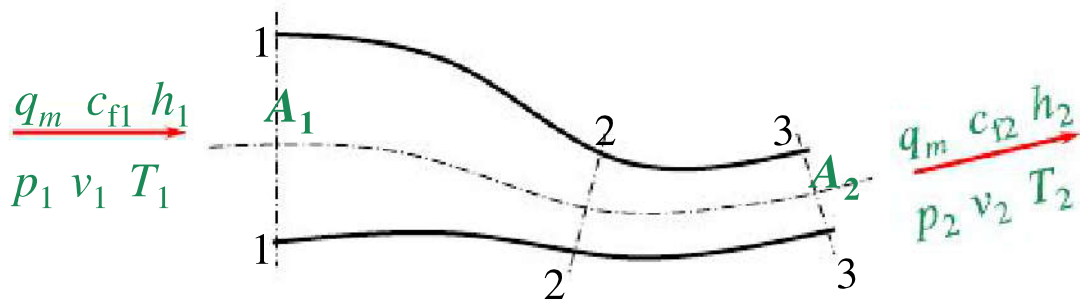
7-1 稳定流动时气流的基本方程式



假设：

- ① **理想气体**
- ② **一元稳定流动过程**：流道中气体的状态及流速只沿流动方向变化，在和流动方向垂直的截面上各种参数均匀一致。
- ③ **可逆过程**：流动中能量转换过程可逆。





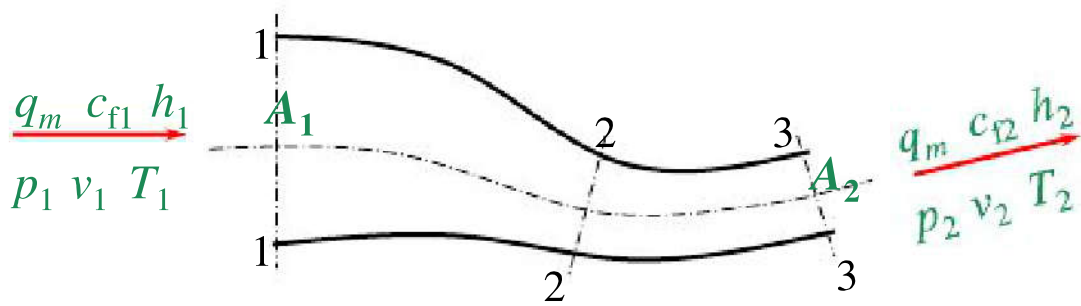
1、连续性方程式：

$$q_m = \frac{Ac_f}{v} = \text{常量} \Rightarrow \frac{dA}{A} + \frac{dc_f}{c_f} - \frac{dv}{v} = 0$$

2、能量方程式：

$$q = (h_2 - h_1) + (c_{f2}^2 - c_{f1}^2)/2 \Rightarrow \delta q = dh + \frac{1}{2} dc_f^2$$

$$q = (h_2 - h_1) + (c_{f2}^2 - c_{f1}^2)/2 + g(z_2 - z_1) + w_s$$



3、动量方程式：

$$\delta m \cdot dc_f = dF \cdot d\tau \quad \Rightarrow \quad \left. \begin{aligned} q_m \cdot dc_f &= dF \\ q_m &= A c_f / v \\ dF &= -A dp \end{aligned} \right\} c_f dc_f = -v dp$$

4、状态方程式：

$$pv = R_g T \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T}$$

7-2 管内定熵流动的基本特性

喷管：使工质通过时发生绝热膨胀，以提高流速的热力设备。



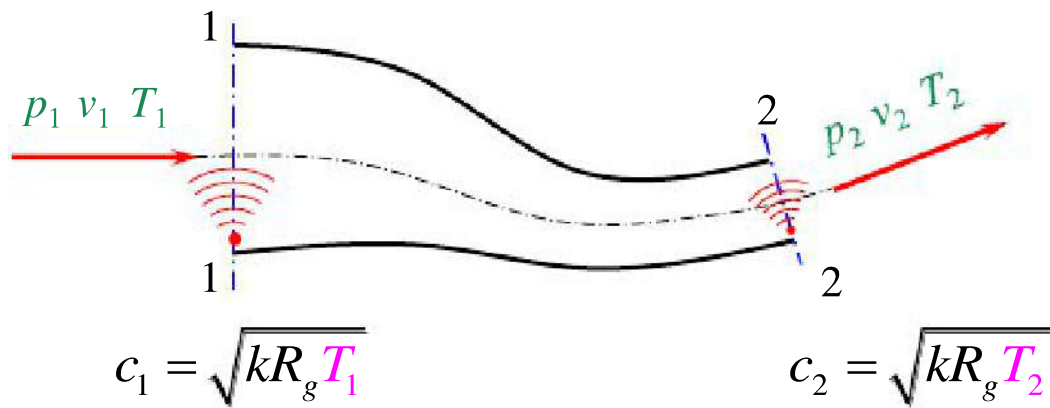
声速方程

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{-v^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}$$

$$pv^k = C \rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = -k \frac{p}{v}$$

$$\left. \begin{aligned} c &= \sqrt{kp v} \\ pv &= R_g T \end{aligned} \right\} c = \sqrt{k R_g T}$$

(仅适用于理想气体)



1、流速变化和焓变的关系

$$\left. \begin{aligned} \delta q &= 0 \\ \delta q &= dh + \frac{1}{2} dc_f^2 \end{aligned} \right\} -dh = \frac{1}{2} dc_f^2$$

定熵流动时，随着焓值降低，气体的流动动能增加。

2、流速变化和压力变化的关系

力学条件

$$c_f dc_f = -v dp$$

定熵流动时，随着流速增加气体压力降低。



3、流速变化和比体积变化的关系

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{-v^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (dp)_s &= -c^2 \frac{(dv)_s}{v^2} \\ c_f dc_f &= -v dp \end{aligned} \left. \begin{aligned} \frac{dc_f}{c_f} &= \frac{dv}{v} \left(\frac{c}{c_f}\right)^2 \\ \frac{dc_f}{c_f} &= \frac{dv}{v} \frac{1}{Ma^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} Ma &= \frac{c_f}{c} \end{aligned}$$

马赫数

定熵流动时，随着流速增大气体比体积增大（密度减小）。

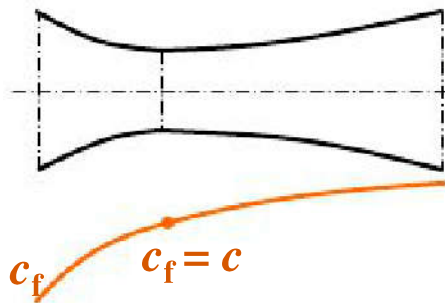
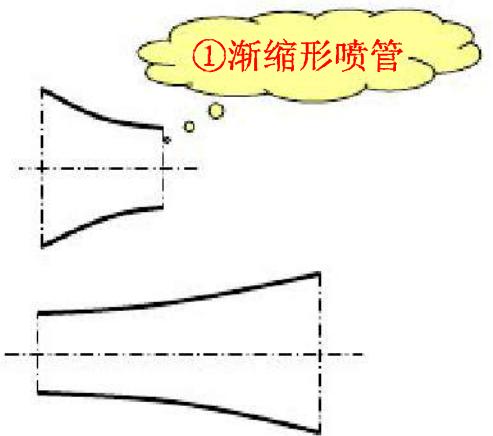


4、流速变化和截面积变化的关系 **几何条件**

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA}{A} + \frac{dc_f}{c_f} - \frac{dv}{v} &= 0 \\ \frac{dc_f}{c_f} &= \frac{dv}{v} \frac{1}{Ma^2} \end{aligned} \right\} \frac{dA}{A} = (Ma^2 - 1) \frac{dc_f}{c_f}$$

① $Ma < 1$ ($c_f < c$): $dc_f > 0$ $dA < 0$

② $Ma > 1$ ($c_f > c$): $dc_f > 0$ $dA > 0$



②缩放形喷管
Laval nozzle

7-3 气体的流速及临界流速

1. 进、出口流速计算

$$c_{f0} = 0$$

$$h_0 - h_2 = (c_{f2}^2 - c_{f0}^2) / 2$$

$$\Rightarrow c_{f2} = \sqrt{2(h_0 - h_2)}$$

[任何工质，绝热过程]

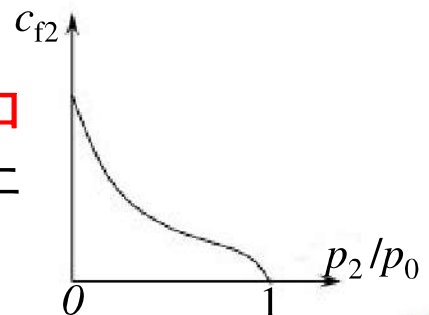
$$\Rightarrow c_{f2} = \sqrt{2c_{p0}(T_0 - T_2)} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R_g (T_0 - T_2)}$$

[理想气体，比热容为定值，绝热过程]

$$\sqrt{\frac{2}{k} R_g T_0 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{(k-1)/k} \right]}$$

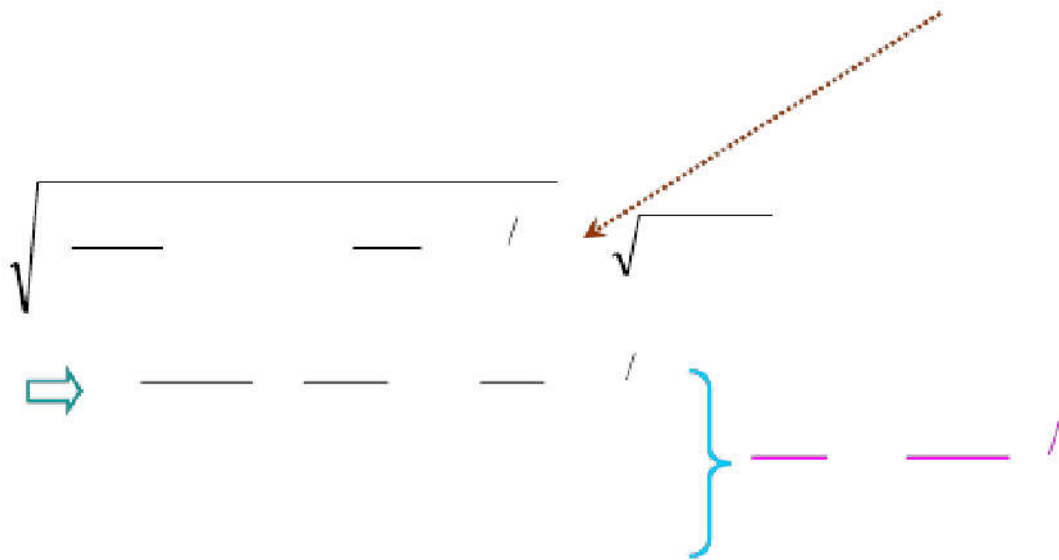
[理想气体，比热容为定值，可逆绝热过程]

出口流速 c_{f2} 决定于出口比越小（出口截面上出口流速越高。



2. 临界压力比 —— 临界压力与进口压力的比值 p_{cr}/p_0

当气流速度等于声速时，气流处于由亚音速向超音速过



[理想气体，可逆绝热过程]

临界压力比仅和定熵指数 k 有关。当气体性质一定时，临界压力比就有确定的数值。



单原子气体取 $k=1.67$ ，临界压力比 $p_{cr}/p_0=0.487$
 双原子气体取 $k=1.40$ ，临界压力比 $p_{cr}/p_0=0.528$
 多原子气体取 $k=1.30$ ，临界压力比 $p_{cr}/p_0=0.546$
 过热蒸汽取 $k=1.30$ ，临界压力比 $p_{cr}/p_0=0.546$
 干饱和蒸汽取 $k=1.135$ ，临界压力比 $p_{cr}/p_0=0.577$

空气

3. 临界流速

$$\frac{p_{cr}}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)}$$

当气流速度等于声速时，气流处于由亚音速向超音速过渡的临界状态，这时的流速称为**临界流速** $c_{f,cr} = c$

$$c_{f,cr} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_{cr}}{p_0}\right)^{(k-1)/k}\right]}$$

$$\frac{p_{cr}}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)}$$

$$c_{f,cr} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} p_0 v_0} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R_g T_0}$$

[理想气体，定熵过程]



【注意】——关于出口截面压力和临界压力

在渐缩形喷管中：

$$c_{f2} \leq c_{f,cr} \quad p_2 \geq p_{cr}$$

在缩放形喷管中：

$$c_{f2} > c_{f,cr} \quad p_2 < p_{cr}$$

p_2 **喉部**截面的气体压力正好等于临界压力 p_{cr} ！
喉部截面的气体流速正好等于临界流速 $c_{f,cr}$ ！
 （也等于当地声速 c ）



背压 p_B ：喷管出口处空气的压力，即喷管出口附近环境的压力。

通常，使“出口压力等于背压”是喷管设计的努力方向！

4. 一般计算步骤：

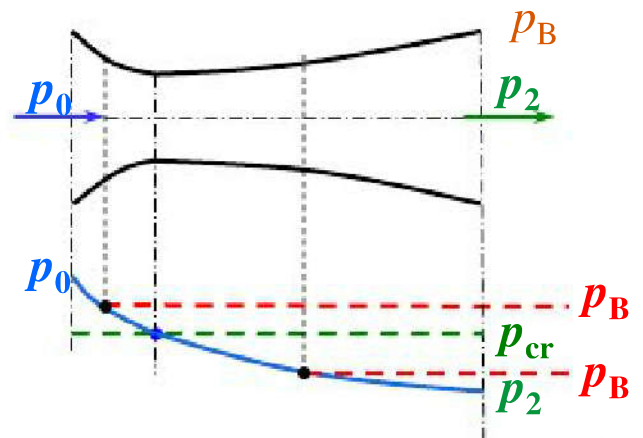
(1) 计算**临界压力比、背压比**的数值

(2) 选定喷管形式

$$\frac{p_B}{p_0} \geq \frac{p_{cr}}{p_0} \Rightarrow \text{渐缩形喷管}$$

$$\frac{p_B}{p_0} < \frac{p_{cr}}{p_0} \Rightarrow \text{缩放形喷管}$$

(3) 计算出口状态参数



关键是先确定出口压力 p_2 ！

7-4 气体的流量和喷管计算

一、出口截面单位面积流量 q_m/A_2

$$q_m = \frac{Ac_f}{v} \Rightarrow \frac{q_m}{A_2} = \frac{c_{f2}}{v_2}$$

$$c_{f2} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{(k-1)/k} \right]}$$

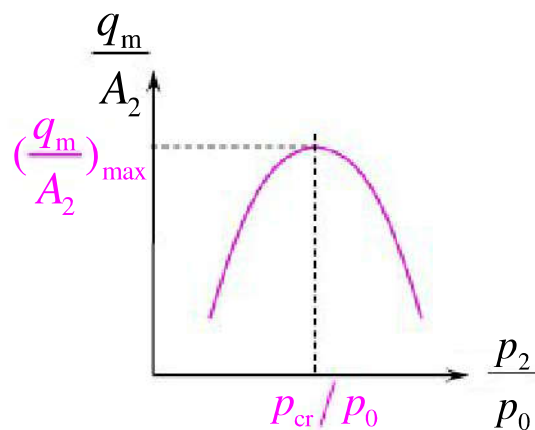
$$p_0 v_0^k = p_2 v_2^k$$

$$\frac{q_m}{A_2} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{(k+1)/k} \right]}$$

(7-13)

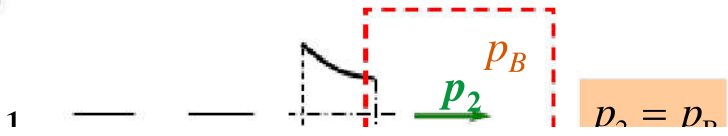
$$\text{当 } \frac{p_2}{p_0} = \frac{p_{cr}}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{k/(k-1)} \text{ 时}$$

$$\left(\frac{q_m}{A_2} \right)_{\max} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{2/(k-1)} \frac{p_0}{v_0}} \quad (7-13a)$$


 A_{\min}


二、喷管的截面面积的计算

设计喷管的主要任务是按给定的流量**计算喷管的截面面积**



$$A_2 = \frac{q_m}{\sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{(k+1)/k} \right]}}$$

$$A_{\min} = \frac{q_m}{\sqrt{2 \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{2/(k-1)} \frac{p_0}{v_0}}}$$

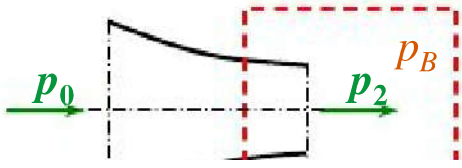


三、工作条件变动（背压变化）引起的不正常工况

1、对于渐缩形喷管，背压变化时：

$$p_B = p_{cr}$$

正常工作状态。 $p_2 = p_B = p_{cr}$



p_B 减小 ($< p_{cr}$)
(膨胀不足)

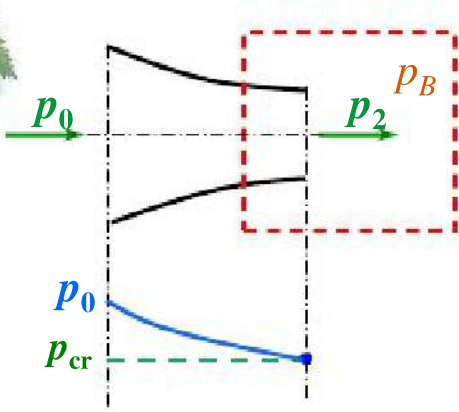
气体在喷管中得不到充分膨胀。 $p_2 = p_{cr}$

补充膨胀使
扰动损失。

$$p_2 = p_B > p_{cr}$$

(完全膨胀)



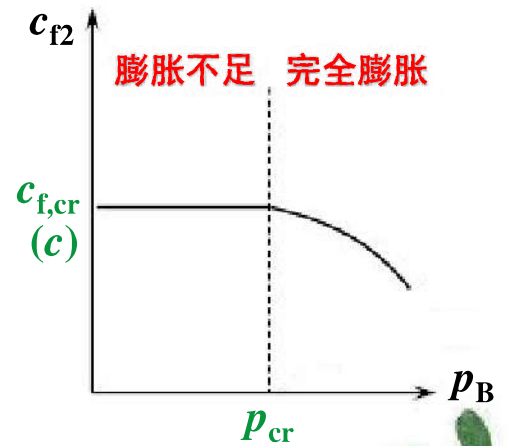
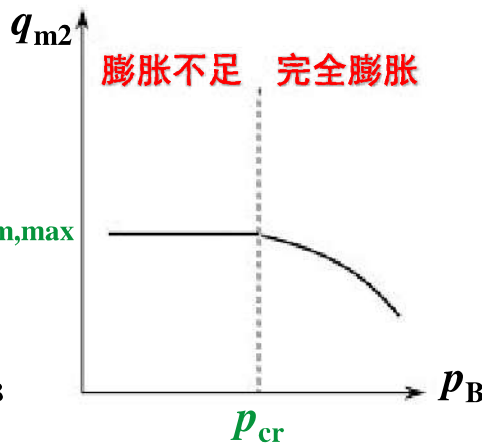
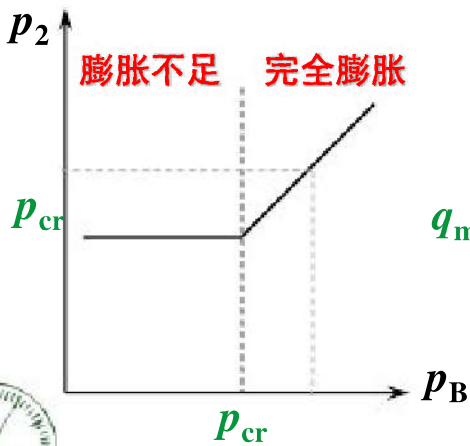


$$q_{m2} = A_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{(k+1)/k} \right]}$$

$$q_{m,\max} = A_2 \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{2/(k-1)} \frac{p_0}{v_0}}$$

$$c_{f2} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R_g T_0 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{(k-1)/k} \right]}$$

$$c_{f,\text{cr}} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R_g T_0} = \sqrt{k R_g T_2}$$



2、对于缩放形喷管，背压变化时：

$$q_m = \sqrt{k} \frac{p_0}{\sqrt{p_0}} \left[\frac{2}{k+1} \right]^{k/(k-1)} \frac{p_0}{\sqrt{p_0}} \left[\frac{2}{k+1} \right]^{1/(k-1)}$$

$$\frac{q_m}{A_{\min}}$$

$$\frac{A_2}{A_{\min}} = \sqrt{\frac{\frac{k-1}{k+1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{2/(k-1)}}{\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{(k+1)/k}}}$$

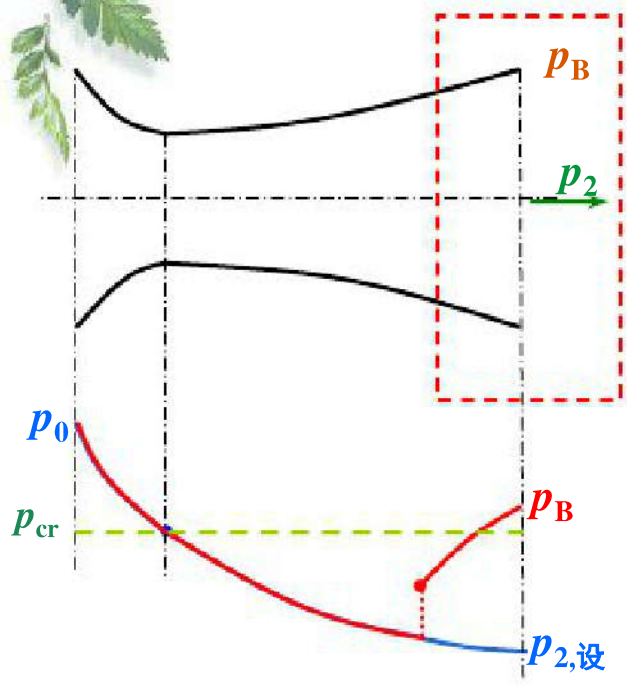
(7-15)

对于缩放形喷管，当喷管尺寸 A_{\min} 、 A_2 确定时，喷管出口截面的压力比 p_2/p_0 是一个定值。

因此在使用缩放形喷管时，**只有当 p_B/p_0 等于原设计的出口压力比 p_2/p_0 时，喷管才能正常工作！**



2、对于缩放形喷管，背压变化时：



$p_B = p_{2\text{设}}$ 正常工作状态。 $p_2 = p_{2\text{设}} = p_B$

p_B 减小 ($< p_{2\text{设}}$) $p_2 = p_{2\text{设}} > p_B$

气体会在**喷管出口外**补充膨胀，使压力降低到背压 p_B ，会产生扰动损失。**(膨胀不足)**

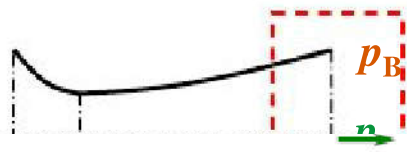
流量不变 (因为喉部仍是临界状态)。

p_B 增大 ($> p_{2\text{设}}$) $p_2 = p_B > p_{2\text{设}}$

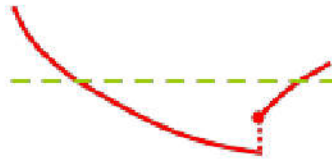
气体会在**喷管出口附近**产生**冲击波**，气体压力突然上升 (流速降至声速)，然后按扩压管方式升压至背压流出喷管。

$$q_m = A_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{(k+1)/k} \right]}$$

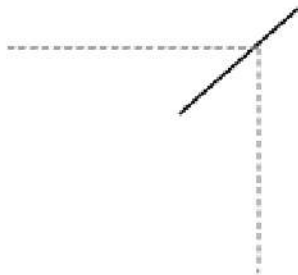




$$a_{max} = A_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[\left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{(k+1)/k} \right]}$$



膨胀不足 冲击波



膨胀不足 冲击波



膨胀不足 冲击波



p_B



7-5 喷管效率

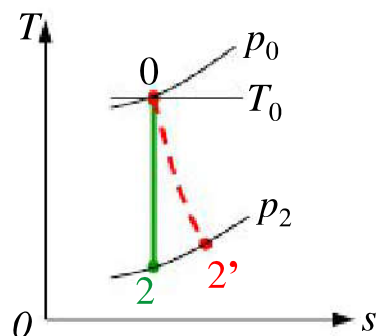
气体在喷管中流动时，总是存在摩擦及扰动等不可逆因素，因而实际的流动过程是不可逆过程，而不是可逆绝热过程。

按热力学第二定律，在不可逆绝热过程中，气体的熵必然增大。

可逆过程 $h_0 - h_2 = c_{f2}^2/2$

不可逆过程 $h_0 - h_2' = c_{f2}'^2/2$

$$T_2' > T_2 \Rightarrow h_2' > h_2 \Rightarrow \frac{c_{f2}'^2}{2} < \frac{c_{f2}^2}{2}$$

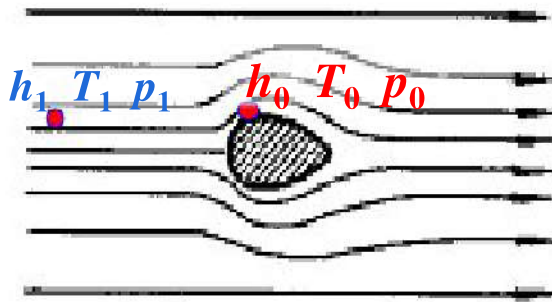


喷管效率：衡量喷管中能量转换完善程度的指标，是实际出口流动动能与定熵流动出口动能的比值：

$$\eta_N = \frac{c_{f2}'^2/2}{c_{f2}^2/2} = \frac{h_0 - h_2'}{h_0 - h_2} = \frac{T_0 - T_2'}{T_0 - T_2} \Rightarrow \eta_N = \varphi^2$$

流速系数 $\varphi = c_{f2}'/c_{f2}$

7-6 绝热滞止



滞止现象：气流掠过物体表面时，由于摩擦、撞击等原因**使气体相对于物体的速度降低为零**的现象。

滞止发生时，**气体的温度及压力都要升高**，致使物体的**温度及受力状况**受到影响。

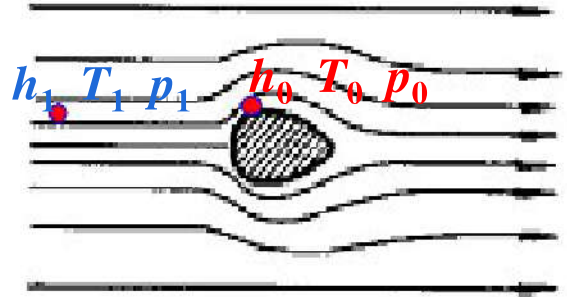
忽略滞止过程中的散热，则可认为过程为**绝热滞止过程**。绝热滞止状态下气体的状态参数称为绝热滞止参数或简称为滞止参数。



1、绝热滞止时气体的焓称为**绝热滞止焓** h_0 ：等于任意位置气体的焓和流动动能的总和。

$$h_1 - h_0 = (c_{f0}^2 - c_{f1}^2) / 2$$

$$h_0 = h_1 + \frac{c_{f1}^2}{2} = h + \frac{c_f^2}{2}$$



2、绝热滞止时气体的温度称为**绝热滞止温度** T_0

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= h + \frac{c_f^2}{2} \\ h_0 - h &= c_{p0}(T_0 - T) \end{aligned} \right\} T_0 = T + \frac{c_f^2}{2c_{p0}} = T \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right)$$

气体相对于物体运动的速度越高，则绝热滞止温度高于气体温度越多。



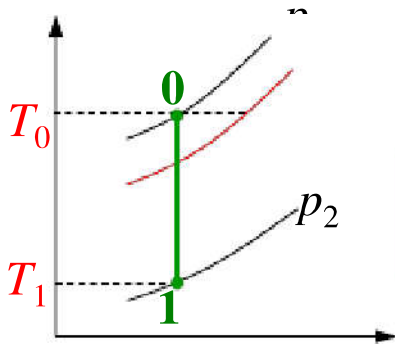
3、绝热滞止时的压力称为**绝热滞止压力** p_0 —— **迎风阻力**

(1) 可逆绝热过程（定熵）

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_0}{p} &= \left(\frac{T_0}{T}\right)^{k/(k-1)} \\ T_0 &= T + \frac{c_f^2}{2c_{p0}} \end{aligned} \right\} p_0 = p \left(1 + \frac{c_f^2}{2c_{p0}T}\right)^{k/(k-1)} = p \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right)^{k/(k-1)}$$

气体相对于物体运动的速度越高，则定熵滞止压力高于气体压力越多。

(2) 不可逆绝热过程



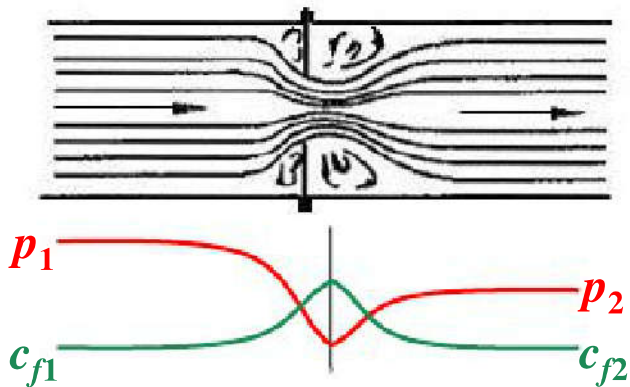
不可逆过程的绝热滞止温度和绝热滞止焓与可逆过程的相同。

不可逆绝热滞止时，滞止压力高于气体压力的数值相对小一些。

7-7 绝热节流

1、节流的概念：

节流：流体流经**通道突然缩小的截面**后发生压力降低的现象。



气体流经孔口时，在孔口附近**气流的截面积**收缩， $p \downarrow$ 、 $c_f \uparrow$ ；流过孔口后，气流截面积达到最小，然后又逐渐增大， $p \uparrow$ 、 $c_f \downarrow$ ，最后达到稳定。

2、节流是典型的不可逆过程：

孔口附近发生强烈的扰动及涡流，造成不可逆的压力损失。



3、绝热节流的焓变

0

0

0

0

在节流过程中，特别是在孔口附近，气流的流速变化很大，气体的焓也变化很大，因此**绝热节流过程不是等焓过程！**

4、绝热节流的熵变

$$\left. \begin{aligned} Tds &= dh - vdp \\ dh &= 0 \end{aligned} \right\} ds = \frac{-vdp}{T}$$

绝热节流前后压力降越大，熵的增加越大。

$$e_{x,H} = (h - T_0 s) - (h_0 - T_0 s_0)$$

熵的增加意味着作功能力的损失，即气体的焓参数降低了。



5、绝热节流过程的温度变化

对于理想气体：温度不变

对于实际气体：温度通常降低

典型例题：

制冷工质流经节流阀，其焓____，压力____，速度____，温度____，熵____。

理想气体流经节流阀，其焓____，压力____，速度____，温度____，熵____。

