doi: 10.7690/bgzdh.2015.09.007

基于正负理想点的评估指标权重选取方法

李 聪，陈 健，杨建池，王小亮
（第二炮兵装备研究院第五研究所，北京 100085）

摘要： 针对现有方法在评估指标权重选取上无法兼顾主客观 2 种因素的缺陷，提出基于正负理想点的指标权重选取方法。该方法仅需一个样本集以及从中选定的最优与最差评估对象，便可基于这些信息构造代价函数，并通过模拟退火优化过程求出指标权重。由于代价函数有效整合了主观和客观信息，故两者自然体现于权重结果中，并进行实验分析。结果表明：该方法能在统一的计算过程中解决主客观因素的融合问题，为评估指标权重的选取提供新的思路和途径，明显优于现有方法。

关键词： 评估指标；权重选取；正负理想点；模拟退火
中图分类号： TP181 **文献标志码：** A

Weight Determination Approach for Assessment Index Based on Positive and Negative Ideal Points

Li Cong, Chen Jian, Yang Jianchi, Wang Xiaoliang
(*No. 5 Research Institute*, *Equipment Academy of the Second Artillery Force*, *Beijing* 100085, *China*)

Abstract: Aiming at the defect of the existing methods in failing to take into consideration both of the objective and subjective factors for index weight determination, this paper proposed a weight determination method based on positive and negative ideal points. This method only needed a sample set as well as the best and worst assessment objects selected from the set, then a cost function could be built on the given information and thus the index weight could be calculated through the simulated annealing optimization process. The objective and subjective information would be naturally reflected in the calculated weight, due to the effective integration of them both into the cost function, then an experiment analysis was conducted. The experimental results show that this method is superior to its existing counterparts because it solves the problem of the integration of the objective and subjective factors in a unified calculation process, offering new ideas and approaches for index weight determination.

Keywords: assessment index; weight determination; positive and negative ideal points; simulated annealing

0 引言

评估是依据特定的评估准则，在已知参评对象的特征、品质或性能等参数的情况下，对参评对象做出鉴别或评定的过程，在军事领域的应用如作战方案评估、武器装备效能评估以及威胁评估等。评估结果可以为评估者的进一步决策提供重要依据。

一般而言，评估问题普遍被视作多属性决策问题[1-2]，此类问题包含 3 个关键步骤：1) 根据评估对象性质与评估目的来建立评估指标体系，并计算各评估对象的指标值；2) 确定指标权重 w，满足 $w \geqslant 0 \wedge w^{\mathrm{T}}1=1$；3) 综合利用指标值与权重计算评估值。形式化地，评估函数为二元实函数 $\alpha(\boldsymbol{x}, w)$，其中 $\boldsymbol{x}$ 为某评估对象的指标值向量。通常，权重的选取是一个重点步骤[3-4]，因为权重的大小直接反映了相应指标的重要程度，不同的权重会导致不同的、甚至完全相反的评估结果。

主观赋权法和客观赋权法是当前 2 种主要的权重选取策略[5-6]。主观赋权法一般依靠评估者的经验和价值取向，而客观赋权法则主要基于评估样本集所蕴含的数字特征。然而，若完全采用主观赋权法，则无法避免权重分配对评估者主观偏好的过度依赖，导致不同评估者选取的权重可能存在较大的差异，此外评估者在分配权重时普遍也将付出较多的智力劳动。另一方面，若完全采用客观赋权法，则又无法融入评估者对当前问题的理解与判断，而且基于不同的样本数据也可能会得到不同的权重。因此，理想的权重选取方法应该综合考虑主客观 2 方面的信息。

基于此，笔者提出一种新的权重选取方法，该方法仅需由评估者在一个样本集中指定最优与最差方案，即正负理想点(理想点在文献中也存在其他定义，如文献[7])，便可通过一个优化过程计算出指标权重。由于该方法同时依赖样本数据与正负理想点，故既能反映客观方面的数据内在特征，又能体现主观方面的评估者偏好，在统一的计算过程下解决了主客观因素的融合问题。

收稿日期： 2015-04-27；**修回日期：** 2015-06-04
作者简介： 李 聪(1983—)，男，河南人，博士，助理研究员，从事机器学习、仿真评估研究。

1　相关工作

目前存在一些经典的指标权重选取方法，如德尔菲法、层次分析法、熵值法及变异系数法等。

德尔菲法也称专家咨询法，具体操作时，先由一些领域专家分别分配指标权重，若评估者发现专家在某些权重上意见差异较大，则组织再分配，直至得出满意结果。德尔菲法最符合直观，但实施起来代价较高，而且权重分配过于依赖专家的主观偏好。层次分析法是最为经典的权重选取方法，它首先按概念隶属关系将指标组织成树状结构，之后通过构造判断矩阵、层次单排序、层次总排序及一致性检验等步骤确定指标权重。这种方法的主观性稍弱于德尔菲法，不过评估者在构造与检验判断矩阵时的工作量通常较大。

熵值法和变异系数法是 2 种客观的权重选取方法，它们都需在事先采集的样本集上计算。熵值法计算每个指标的信息熵，认为熵较小的指标含有较多信息，故应分配较大的权重；反之，分配较小的权重给熵值大的指标。变异系数法的思路与此类似，区别在于它采用标准差来衡量指标的信息量，标准差越大，信息量也越大，相应指标就应分配较多的权重。这 2 种方法无需人工干预，避免了主观性，但过于依赖样本集本身的数字特征，完全忽略了评估问题的其他要素，又难免陷于过度客观的境地。

通常，权重选取需综合考量主客观 2 方面信息。目前常用的折中方案是分别求出主客观 2 种权重，再将两者求加权和得出综合权重。但这种方法的主客观权重计算过程仍是相对独立而非有机融合的，故并非是一种完善的策略。

2　基于正负理想点的评估指标权重选取方法

2.1　数据准备

文中需要一个类似表 1 所示的样本集 $\Phi=\{x_i \mid i=1\sim N\}$ 作为输入，它可以通过实际采集或模拟仿真等手段获得。表 1 中包含 N 个评估对象在 M 个指标项下对应的指标值，评估者仅需凭借个人经验或客观结果，选定 2 个对象分别作为正理想点 x^+ 与负理想点 x^-，它们在样本集中分别具有最大和最小的评估值。基于这些信息，权重的选取就可以借助一个特定的最优化过程实现。

在使用样本集之前，需对其进行预处理，将效益型(即值越大越好)和成本型(即值越小越好)指标均统一为效益型，并归一化指标值，使其取值区间为[0,1]。这样，对 $\forall \boldsymbol{x}$，一般有 $\alpha(\boldsymbol{x},w)\in[0,1]$。

表 1　样本集信息

评估样本	评估指标			
	f_1	f_2	…	f_M
$x_1(x^+)$	x_1^1	x_1^2	…	x_1^M
x_2	x_2^1	x_2^2	…	x_2^M
x_3	x_3^1	x_3^2	…	x_3^M
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$x_{N-2}(x^-)$	x_{N-2}^1	x_{N-2}^2	…	x_{N-2}^M
x_{N-1}	x_{N-1}^1	x_{N-1}^2	…	x_{N-1}^M
x_N	x_N^1	x_N^2	…	x_N^M

2.2　代价函数

代价函数是优化算法的优化目标，最佳的权重 w^* 将使代价函数取得全局最小值。对于文中方法，优化目标为使 x^+,x^- 在权重 w^* 下分别取得样本集中的最大和最小评估值。基于此，这里将其定量分解为 2 个优化部分。

对于第 1 部分，首先必须保证 x^+ 的评估值大于 x^- 的评估值，此为最基本要求；其次要使 x^+,x^- 的评估值之差越大越好，差值越大，正负理想点的特征越明显。据此定义如下代价函数：

$$c_1(w)=\begin{cases}+\infty & \alpha(x^+,w)\leqslant\alpha(x^-,w)\\ \left(\dfrac{1}{\alpha(x^+,w)-\alpha(x^-,w)}-1\right)^2 & \text{otherwise}\end{cases}。\tag{1}$$

根据上式，当 $\alpha(x^+,w)\leqslant\alpha(x^-,w)$ 时，$c_1(w)$ 直接取无穷大，帮助优化算法排除这种情况；否则，当 $\alpha(x^+,w)$ 与 $\alpha(x^-,w)$ 之差从 0 增至 1 时，经计算可知 $c_1(w)$ 从无穷大减到 0，符合第一部分对代价函数的要求。

其次，对于第 2 部分，由于 x^+,x^- 是正负理想点，表明其余所有样本点的评估值均须位于区间 $[\alpha(x^-,w),\alpha(x^+,w)]$ 内，且应尽量避免越界情况出现。为此，可以要求所有样本点评估值超出此区间的部分之和的平均值最小，据此定义如下代价函数：

$$c_2(w)=\ln[1-\operatorname{avg}(\{\delta(x_i,w)\mid i=1\sim N\})]^2。\tag{2}$$

其中

$$\delta(x_i,w)=[|\alpha(x_i,w)-\alpha(x^+,w)|]+$$
$$|\alpha(x_i,w)-\alpha(x^-,w)|-|\alpha(x^+,w)-\alpha(x^-,w)|]/2。$$

函数 $\delta(x_i,w)$ 可给出样本点 x_i 的评估值 $\alpha(x_i,w)$ 超出区间 $[\alpha(x^-,w),\alpha(x^+,w)]$ 的数量值，故其取值范围为 $[0,1]$。根据式 (2)，当平均值 $\operatorname{avg}(\{\delta(x_i,w)\mid i=1\sim N\})$ 从 1 减到 0 时，经计算可知 $c_2(w)$ 从无穷大减到 0，这也符合第 2 部分对代价函数的要求。

除此之外，还应该对指标权重的分配施加一定的约束。因为直观上，每个指标都应对评估结果产生一定贡献，这意味着指标权重分配不应过于失衡。然而，如果仅将最终的代价函数设为 $c_1(w)+c_2(w)$，那么在个别情况下，权重分配可能会偏向于几个甚至单个指标(实例见实验部分)。为避免这种情况，可为代价函数附加一个规范化因子，令该因子值随权重分配失衡程度的加深而增大。注意到，权重 w 本质上对应于一个离散概率分布，故可用 w 的信息熵来衡量权重的均衡程度，熵函数定义如下：

$$\mathrm{entropy}(w)=-\sum_{i=1}^{M} w_i \ln[w_i]\text{。}$$

可以证明：当 w 的分配完全失衡，即 $\exists w_i$，有 $p(w_i)=1$ 时，entropy(w)取最小值 0；而当分配完全均衡，即 $\forall w_i$，有 $p(w_i)=1/M$ 时，entropy(w)取最大值 1n[M][8]。据此，规范化因子可定义如下：

$$r(w)=\left(\frac{\ln[M]}{\mathrm{entropy}(w)}-1\right)^2\text{。} \tag{3}$$

从上式易知：权重分配从完全失衡至完全均衡时，entropy(w)从 0 增至 1n[M]，故 $r(w)$从无穷大减到 0，满足对规范化因子的要求。至此，定义最终的代价函数：

$$c(w)=c_1(w)+c_2(w)+\kappa\bullet r(w),\quad \kappa\geqslant 0\text{。}$$

其中系数 $\boldsymbol{\kappa}$ 由评估者视情选取。

根据以上分析，最优化问题可表述为

$$\min c(w),$$
$$\text{s.t } w\geqslant \mathbf{0}\wedge w^{\mathrm{T}}\mathbf{1}=1\text{。}$$

然而，约束条件的存在令优化问题复杂化。为去掉约束条件，现转而求解实数向量 $\boldsymbol{z}$，此向量可通过 softmax 变换映射回权重 w，即对 $\forall w_i$，有

$$w_i = \mathrm{e}^{z_i}\bigg/\sum_{j=1}^{M}\mathrm{e}^{z_j}\text{。}$$

由此，最优化问题最终转化为下列等价的无约束优化问题：

$$\min c(\mathrm{softmax}(\boldsymbol{z}))\text{。}$$

2.3　基于模拟退火的优化过程

由于代价函数中存在逻辑判断以及绝对值函数等，形式较为复杂，难以直接采取常用的基于梯度的优化算法求解，而模拟退火算法[8-9]则能有效应对这一情况。

模拟退火是一种通用的随机搜索算法，用于在一个大的可行域中求取问题的最优解。在机理上，这种算法模拟了物理上的固体退火过程，它从预定的高温点出发，在每步降温过程中从当前解的邻域中寻求一个新解，并允许按与温度相关的一个概率跳出局部最优解，降温过程结束后，算法一般会给出较好的近似最优解。

图 1 给出了用模拟退火算法求解指标权重的伪代码。算法有 4 个输入参数：T, cool, lt, sampleSet，为初始高温值、降温率、降温结束阈值和样本集。

算法1 用模拟退火算法求解权重

```
function ANNEALINGOPTIMIZE(T,cool,lt, sampleSet)
indN ← sampleSet中的指标个数
vec ← 长度为indN的零向量
for i=0 → indN— 1 do
    vec[i] ← N(0,1)
end for
while T>lt do
    vecb ← vec
    scl ← floor(U(0,1)×indN)
    vecb[sel] ← vecb[sel]+ U(−1,1)
    ea ← c(softmax(vec))
    eb ← c(softmax(vecb))
    prob ← e^(−100×|eb−ea|/T)
    if eb<ea or U(0,1)<prob then
        vec ← vecb
    end if
    T ← T×cool
    end while
    return softmax(vec)
end function
```

图 1　基于模拟退火的权重求解算法

上述算法首先初始化一个随机解向量，之后在迭代过程的每步中随机改变当前解向量的某一维，并根据当前解与新解的代价函数值以及与这两值相关的一个概率来决定是否接受新解，此过程迭代至温度低于阈值后结束，最后算法返回由当前解变换而得的权重值。

需强调，评估函数 $\alpha(\cdot,\cdot)$ 存在诸如加权和、加权积等多种形式，其中加权和函数应用最为广泛。顾名思义，对于任意评估对象 $\boldsymbol{x}$，加权和法计算值 $\sum_{i=1}^{M} w_i x_i$ 作为其评估结果，形式较为简单直观。笔者也采用这种评估值计算方法。

3　实验与分析

3.1　实验设置

笔者使用文献[10]中的作战方案仿真数据，其中包括 6 套方案在 12 项指标下的仿真结果数据，具体见表 2，归一化后的样本集见表 3。现指定方案 1 与方案 5 分别作为负理想点与正理想点。

算法参数设置为 T=10 000，lt=0.1，cool=0.95，并且在 κ=0, 0.1, 1, 10, 100, 1 000 时，分别运行算法 100 次，将最小代价函数值对应的指标权重作为计算结果返回。

表 2　作战方案仿真数据

评估指标	作战方案					
	方案 1(x_1)	方案 2(x_2)	方案 3(x_3)	方案 4(x_4)	方案 5(x_5)	方案 6(x_6)
作战时间 f_1	7.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
自损规模 f_2	51.5	12.7	11.7	10.7	10.3	13.1
歼敌规模 f_3	13.3	19.7	21.5	21.5	20.8	18.5
进攻正面 f_4	7	9	9	9	9	9
进攻纵深 f_5	10	15	15	15	15	15
我方装备战损 f_6	47.3	22	18.8	18.2	18.1	23.6
敌方装备战损 f_7	47.1	63.3	69.7	68.5	68.5	62.4
我方弹药消耗 f_8	1 191.5	1 931	1 866.5	1 939	1 944.5	1 824
敌方弹药消耗 f_9	1175	379.5	390	401.5	410.5	439
作战保障情况 f_{10}	71.3	86.5	89.1	89.5	89.1	85.0
装备保障情况 f_{11}	68.6	85.4	89.4	88.7	87.8	84.5
后勤保障情况 f_{12}	70.1	88.9	91.7	90.2	91.1	86.5

表 3　归一化的指标数据

作战方案	评估指标											
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}
$x_1(x^-)$	0.333	0.200	0.619	0.778	0.667	0.382	0.676	1.000	0.323	0.797	0.767	0.764
x_2	1.000	0.811	0.916	1.000	1.000	0.823	0.908	0.617	1.000	0.996	0.955	0.969
x_3	1.000	0.880	1.000	1.000	1.000	0.963	1.000	0.638	0.973	0.995	1.000	1.000
x_4	1.000	0.963	1.000	1.000	1.000	0.994	0.983	0.614	0.945	1.000	0.992	0.984
$x_5(x^+)$	1.000	1.000	0.967	1.000	1.000	1.000	0.998	0.613	0.924	0.995	0.982	0.993
x_6	1.000	0.786	0.860	1.000	1.000	0.767	0.895	0.653	0.864	0.950	0.945	0.943

3.2　结果分析

表 4 为算法计算结果。易见，当κ=0，即规范化因子 $r(w)$失去作用时，指标 f_2 的权重约等于 1，这意味着单凭该指标就能完全决定评估结果，几乎不用考虑其他指标的贡献。然而，权重过于集中通常不是评估者所期盼的。而当κ=0, 0.1, 1, 10, 100, 1 000，即对权重分配的失衡施加约束时，可发现各指标权重趋向均衡，且随着κ值的增大，各权重更被迫一致向均值 0.083(≈1/12)靠拢，这表明规范化因子 $r(w)$能有效起到降低权重分配失衡程度的作用。但是，当权重完全均衡分配时，各指标将对评估结果产生同等的贡献，又无法体现出指标间在重要性上的区分度，这显然也不是评估者期盼的情况，故系数κ应通过多次尝试后折中选取。本例中，κ=1, 10 时的权重计算结果在直观上较为符合使用要求。

表 4　不同κ值下的指标权重

κ	评估指标											
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}
0	0	0.996	0.001	0	0	0.001	0	0	0	0	0	0.002
0.1	0.211	0.505	0.002	0.009	0.009	0.089	0.007	0.001	0.137	0.013	0.012	0.005
1	0.196	0.405	0.032	0.022	0.033	0.121	0.029	0.001	0.093	0.014	0.022	0.032
10	0.161	0.249	0.076	0.043	0.046	0.137	0.040	0.006	0.124	0.032	0.036	0.050
100	0.138	0.169	0.079	0.060	0.065	0.121	0.070	0.015	0.110	0.068	0.049	0.056
1 000	0.115	0.126	0.068	0.070	0.085	0.100	0.084	0.041	0.101	0.075	0.066	0.069

4　结束语

笔者提出了一种新的评估指标权重选取方法，该方法在一个样本集上构造代价函数，之后通过模拟退火优化过程求解指标权重。该样本集涵盖了包含客观信息的评估对象指标值与包含主观信息的正负理想点指派，故权重结果能充分融合主客观 2 种因素，在此方面优于现有方法，为评估指标权重的选取提供了新的思路与途径。未来的工作将致力于研究典型样本集的选定方法。

参考文献：

[1] 徐泽水，达庆利. 多属性决策的组合赋权方法研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(2): 84−87.

[2] 毛保华. 评价指标体系分析及其权重系数的确定[J]. 系统工程, 1991, 9(4): 37−42.

[3] 杨春周，滕克难，程月波. 作战效能评估指标权重的确定[J]. 计算机仿真, 2008, 25(10): 5−7.

[4] 钱钢，徐泽水. 三种基于理想点的不确定多属性决策优化模型[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(5): 517−519.

[5] 周文坤. 一种不确定型多属性决策的组合方法[J]. 系统工程, 2006, 24(2): 96−100.

[6] 毛定祥. 一种最小二乘意义下主客观评价一致的组合评价方法[J]. 中国管理科学, 2002, 10(5): 95−97.

[7] 管怀建，唐亮，邓志江. 基于正负理想点法的火炮武器系统作战效能评估[J]. 兵工自动化, 2010, 29(3): 44−46.

[8] Bishop C M. Pattern Recognition and Machine Learning[M]. USA: Springer, 2006: 51−52.

[9] Kirkpatrick S, Gelatt Jr C D, Vecchi M P. Optimization by Simulated Annealing[J]. Science, 1983, 220(4598): 671–680.

[10] 马亚龙，邵秋峰，孙明，等. 评估理论和方法及其军事应用[M]. 北京：国防工业出版社, 2013: 200−201.