

面向偏好冲突的直觉模糊多属性群体决策方法

曾祥添^{1a,2}, 李登峰², 余高锋^{1b}

(1. 三明学院 a. 旅游学院, b. 信息工程学院, 福建 三明 365004;
2. 福州大学 经济与管理学院, 福州 350108)

摘要: 针对偏好具有冲突性且权重信息完全未知的直觉模糊多属性群体决策问题, 提出一种基于多目标决策的求解方法. 首先, 建立以决策方案差异程度和决策成员偏好冲突程度为目标函数的多目标决策模型; 然后, 利用极小极大方法求解该模型, 得到各方案的属性权重和决策成员权重, 据此确立最优方案; 最后, 通过数值算例表明了该方法的有效性.

关键词: 偏好冲突; 直觉模糊数; 多目标决策

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Intuitionistic fuzzy multi-attribute group decision-making method for preference conflicting

ZENG Xian-tian^{1a,2}, LI Deng-feng², YU Gao-feng^{1b}

(1a. School of Tourism, 1b. School of Information Engineering, Sanming University, Sanming 365004, China;
2. School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China. Correspondent: LI Deng-feng, E-mail: lidengfeng@fzu.edu.cn)

Abstract: For intuitionistic fuzzy multi-attribute decision-making problems where the preference is conflictive and the weight information is unknown, a decision making method is proposed based on multi-objective decision making. Firstly, the multi-objective decision model of decision differences degree and preference conflict degree being chosen as the goal functions is proposed. Then, the attribute weights and decision makers weights are obtained by using the minimax method for solving the model, and the optimal scheme is established. Finally, an example shows the effectiveness of the proposed method.

Keywords: preference conflict; intuitionistic fuzzy number; multi-object decision making

0 引言

自 Atanassov^[1-2]于 1986 年提出直觉模糊集的概念以来, 利用隶属度、非隶属度和犹豫度三方面来刻画模糊性, 能更全面地描述客观现象, 因而对其理论和方法的研究引起了国内外学者的广泛关注. 文献 [3] 定义了三角直觉模糊数距离, 并应用于多属性决策; 文献 [4] 建立了一种基于两类三角直觉模糊数算子的决策方法; 文献 [5-7] 分别定义了基于直觉模糊不确定语言信息集成算子的群体决策方法; 文献 [8] 建立了一种基于线性规划直觉模糊集多属性决策求解模型; 文献 [9] 定义了直觉模糊偏好信息, 并给出其在多属性决策中的应用; 文献 [10-11] 利用数学规划

方法和贴近度建立了区间直觉模糊集决策模型; 文献 [12] 提出了基于区间直觉模糊信息的 Hamacher 算子的群体决策方法; 文献 [13] 提出了基于模糊 LINMAP 法的具有不同类型信息的混合型多属性决策; 文献 [14] 给出了一种基于熵值的直觉模糊数距离测度方法的群体决策模型; 文献 [15] 提出了一种精确加权 (AWD) 方法的直觉模糊群决策方法; 文献 [16] 建立了一类直觉模糊线性规划模型; 文献 [17] 提出了一种基于变权决策方法的三角直觉模糊决策方法.

综上所述, 这些研究成果主要是直觉模糊信息的排序、集结算子、熵值、贴近度等理论, 及其在决策中的应用, 得出的结果具有一定的实用性, 但是没有考

收稿日期: 2014-10-06; 修回日期: 2015-01-04.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(71231003); 国家自然科学基金项目(71171055, 70871117); 福建省自然科学基金项目(2015J01287); 福建省教育厅科技项目(JA14295).

作者简介: 曾祥添(1968-), 男, 副教授, 硕士, 从事经济管理决策等研究; 李登峰(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策分析与博弈论等研究.

虑决策成员之间偏好冲突的直觉模糊多属性群体决策. 为此, 本文提出一种基于多目标决策的偏好冲突直觉模糊多属性群体决策方法, 可为解决这类复杂的决策问题提供新的途径.

1 问题描述

设决策问题有 p 个决策方案构成方案集 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_p\}$, n 个决策属性构成属性集 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$, 决策者邀请 m 个专家构成决策群体. 由于管理决策问题及决策环境的复杂性, 使得专家在对方案的优越性进行评价时产生一个犹豫度或不确定性, 可以利用直觉模糊集表示这些不确定性.

把第 i 个专家对第 l 个方案关于第 j 个属性的决策评价记为直觉模糊集, 即

$$F_j^{li} = \langle \mu_j^{li}, \nu_j^{li} \rangle.$$

其中: $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, p; \mu_j^{li} \in [0, 1]$ 和 $\nu_j^{li} \in [0, 1]$ 分别表示第 i 个专家对方案 $A_l \in A$ 关于定性属性 $C_j \in C$ 的满意度和不满意度, 且 $0 \leq \mu_j^{li} + \nu_j^{li} \leq 1$.

称向量

$$F_j^l = (F_j^{l1}, F_j^{l2}, \dots, F_j^{lm}) = \langle \mu_j^{l1}, \nu_j^{l1} \rangle, \langle \mu_j^{l2}, \nu_j^{l2} \rangle, \dots, \langle \mu_j^{lm}, \nu_j^{lm} \rangle$$

为决策群体对方案 l 关于第 j 个属性的偏好向量.

称向量

$$F^l = \begin{bmatrix} \langle \mu_1^{l1}, \nu_1^{l1} \rangle \cdots \langle \mu_1^{lm}, \nu_1^{lm} \rangle \\ \langle \mu_2^{l1}, \nu_2^{l1} \rangle \cdots \langle \mu_2^{lm}, \nu_2^{lm} \rangle \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ \langle \mu_n^{l1}, \nu_n^{l1} \rangle \cdots \langle \mu_n^{lm}, \nu_n^{lm} \rangle \end{bmatrix}$$

为决策群体对方案 l 的偏好矩阵.

2 决策方法

2.1 属性权重确定方法

设决策成员 i 关于方案 l 的各个属性权重为

$$w^{li} = (w_1^{li}, w_2^{li}, \dots, w_n^{li}).$$

其中: $\sum_{j=1}^n w_j^{li} = 1, 0 \leq w_j^{li} \leq 1$. 记属性权重集合为 $w^{li} \in \Omega_1$, 则决策成员 i 对方案 l 的决策偏好为

$$z^{li} = \sum_{j=1}^n w_j^{li} f_j^{li} = \left\langle 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \mu_n^{l1}) w_j^{li}, \prod_{j=1}^n (\nu_n^{l1}) w_j^{li} \right\rangle. \quad (1)$$

决策成员 $i (i = 1, 2, \dots, m)$ 对各个方案的决策偏好向量为

$$z^i = (z^{1i}, z^{2i}, \dots, z^{pi}).$$

决策成员 i 的决策偏好差异程度为

$$CV(z^i) = \frac{1}{p^2} \sum_{l_1=1}^p \sum_{l_2=1}^p d^2(z^{l_1 i}, z^{l_2 i}), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

因此, 所有决策成员对各个方案的决策偏好的差异度为

$$CV(z) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m CV(z^i) = \frac{1}{mp^2} \sum_{i=1}^m \sum_{l_1=1}^p \sum_{l_2=1}^p d^2(z^{l_1 i}, z^{l_2 i}). \quad (3)$$

差异程度反映决策成员偏好的分散程度, 其值越大, 表示分散程度越高, 越有利于方案的优选. 因此, 差异程度最大时, 属性权重对于决策群体而言是最优的. 建立如下属性权重求解模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & CV(z) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m CV(z^i); \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_j w_j^{li} = 1, \\ 0 \leq w_j^{li} \leq 1, \\ i = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

用 Lingo 求解式 (4), 可知决策成员 i 关于方案 l 的最优属性权重为 $w^{li*} = (w_1^{li*}, w_2^{li*}, \dots, w_n^{li*})$, 其中 w_j^{li*} 表示对应于决策成员 i 在方案 l 中属性 j 的权重.

2.2 决策成员权重确定方法

设决策成员 i 在各方案下的权重为 $w_i = (w_{1i}, w_{2i}, \dots, w_{pi})$, 对于所有方案的加权决策偏好向量为

$$\begin{aligned} Z^i = & \left(w^{1i} \sum_{j=1}^n w_j^{1i} f_j^{1i}, \dots, w^{pi} \sum_{j=1}^n w_j^{pi} f_j^{pi} \right) = \\ & \left(\left\langle 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \mu_n^{1i}) w_j^{1i}, \prod_{j=1}^n (\nu_n^{1i}) w_j^{1i} \right\rangle, \dots, \right. \\ & \left. \left\langle 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \mu_n^{pi}) w_j^{pi}, \prod_{j=1}^n (\nu_n^{pi}) w_j^{pi} \right\rangle \right). \end{aligned} \quad (5)$$

在群体决策中, 不同决策成员存在偏好冲突, 本文利用向量的距离来度量. 即建立一种基于加权决策的所有方案关于决策成员 i_1 和决策成员 i_2 的偏好向量冲突度量模型

$$d(z^{i_1}, z^{i_2}) = \frac{1}{p} \sum_{l=1}^p \left| w^{li_1} \sum_{j=1}^n w_j^{li_1} f_j^{li_1} - w^{li_2} \sum_{j=1}^n w_j^{li_2} f_j^{li_2} \right|. \quad (6)$$

为了使决策群体的偏好冲突最小, 以此来确定决策成员的权重. 建立如下模型:

$$\min D(z) = \frac{1}{p^2} \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=1}^p d(z^{i_1}, z^{i_2}).$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^n w^{li} = 1, 0 \leq w^{li} \leq 1; \\ \sum_{j=1}^n w_j^{li} = 1, 0 \leq w_j^{li} \leq 1; \\ i = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, p. \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^n w^{li} = 1, 0 \leq w^{li} \leq 1; \\ \sum_{j=1}^n w_j^{li} = 1, 0 \leq w_j^{li} \leq 1; \\ i = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, p. \end{cases} \quad (10)$$

综上, 本文给出一种基于多目标决策的偏好冲突直觉模糊群体决策方法, 具体步骤如下.

Step1 筛选、确定 m 个决策者 $s_k (k = 1, 2, \dots, m)$, 组成一个决策群体.

Step2 决策群体共同识别、确定待评价的所有方案和属性, 方案集、属性集分别为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_p\}$ 和 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$.

Step3 采用专家问卷调查、统计方法和语言变量法, 抽取、构造适当直觉模糊决策矩阵, 即

$$F^l = \begin{bmatrix} \langle \mu_1^{l1}, \nu_1^{l1} \rangle & \dots & \langle \mu_1^{lm}, \nu_1^{lm} \rangle \\ \langle \mu_2^{l1}, \nu_2^{l1} \rangle & \dots & \langle \mu_2^{lm}, \nu_2^{lm} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mu_n^{l1}, \nu_n^{l1} \rangle & \dots & \langle \mu_n^{lm}, \nu_n^{lm} \rangle \end{bmatrix},$$

其中 $l = 1, 2, \dots, m$.

Step4 对直觉模糊决策矩阵进行去量纲, 转化为

$$\tilde{F}_j^{li} = \langle \tilde{\mu}_j^{li}, \tilde{\nu}_j^{li} \rangle.$$

其中

$$\tilde{\mu}_j^{li} = \begin{cases} \mu_j^{li} / \mu_j^{li+}, j \in \Omega_b; \\ \mu_j^{li-} / \mu_j^{li}, j \in \Omega_c, \mu_j^{li} \neq 0; \\ (1 - \mu_j^{li} / \mu_j^{li+}), j \in \Omega_c; \end{cases} \quad (8)$$

和

$$\tilde{\nu}_j^{li} = \begin{cases} \nu_j^{li-} / \nu_j^{li}, j \in \Omega_b; \\ \nu_j^{li} / \nu_j^{li+}, j \in \Omega_c, \nu_j^{li} \neq 0; \\ (1 - \nu_j^{li-} / \nu_j^{li}), j \in \Omega_c. \end{cases} \quad (9)$$

这里: Ω_b 和 Ω_c 分别是效益型定量属性集和成本型定量属性集; μ_j^{li+} 、 μ_j^{li-} 、 ν_j^{li+} 、 ν_j^{li-} 分别为

$$\mu_j^{li+} = \max_{1 \leq j \leq m} \{\mu_j^{li}\}, \mu_j^{li-} = \min_{1 \leq j \leq m} \{\mu_j^{li}\},$$

$$\nu_j^{li+} = \max_{1 \leq j \leq m} \{\nu_j^{li}\}, \nu_j^{li-} = \min_{1 \leq j \leq m} \{\nu_j^{li}\}.$$

Step5 根据式(3)和(6), 建立差异程度和偏好冲突程度的求解模型.

Step6 根据 Step 5, 建立一种基于多目标决策的偏好冲突的直觉模糊多属性决策求解模型, 即

$$\max CV(Z), \min D(Z).$$

Step7 利用极大极小方法求解属性权重和决策成员权重, 将式(10)转为如下模型:

$$\max \alpha.$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} -CV(Z) \geq \alpha, D(Z) \geq \alpha; \\ \sum_{i=1}^n w^{li} = 1, 0 \leq w^{li} \leq 1; \\ \sum_{j=1}^n w_j^{li} = 1, 0 \leq w_j^{li} \leq 1; \\ i = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, p. \end{cases} \quad (11)$$

Step8 用 Lingo 求解模型(11), 得到各方案的属性权重和各决策成员权重, 决策群体对方案的决策偏好为

$$Z = \left(\sum_{i=1}^m w^{1i} \sum_{j=1}^n w_j^{1i} f_j^{1i}, \sum_{i=1}^m w^{2i} \sum_{j=1}^n w_j^{2i} f_j^{2i}, \dots, \sum_{i=1}^m w^{pi} \sum_{j=1}^n w_j^{pi} f_j^{pi} \right). \quad (12)$$

结合直觉模糊集的得分值和精确度方法即可得到最优方案.

3 实例分析

3.1 城镇化水平评价

城镇化是物质文明、政治文明、精神文明、生态文明协调发展进程中的一种经济现象. 例如某一地区拟对其所管辖的 3 个乡镇, 从经济城镇化水平 g_1 、人口城镇化水平 g_2 、生活城镇化水平 g_3 、环境城镇化水平 g_4 等 4 个方面进行评价. 假设 3 个乡镇城镇化发展水平关于各属性的评估信息经处理后, 如下所示:

$$F^1 = \begin{bmatrix} \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.2, 0.6 \rangle & \langle 0.2, 0.7 \rangle \\ \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.7, 0.2 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle \\ \langle 0.4, 0.1 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.7, 0.1 \rangle & \langle 0.8, 0.1 \rangle \end{bmatrix},$$

$$F^2 = \begin{bmatrix} \langle 0.7, 0.2 \rangle & \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.1, 0.7 \rangle \\ \langle 0.8, 0.1 \rangle & \langle 0.7, 0.1 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.6, 0.1 \rangle \\ \langle 0.7, 0.1 \rangle & \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.2, 0.6 \rangle & \langle 0.3, 0.5 \rangle \end{bmatrix},$$

$$F^3 = \begin{bmatrix} \langle 0.6, 0.2 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.6, 0.2 \rangle \\ \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.6, 0.2 \rangle & \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.3, 0.5 \rangle \\ \langle 0.3, 0.4 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.7, 0.2 \rangle \end{bmatrix}.$$

决策步骤如下.

1) 各属性均为效益型, 按式 (8) 进行规范化.

2) 根据差异程度和偏好冲突程度, 得到决策成员权重和属性权重的关系为

$$\begin{aligned}
 F^1 &= (\langle 1 - 0.4w_1^{11} 0.5w_2^{11} 0.8w_3^{11} + w_4^{11}, \\
 &\quad 0.3w_1^{11} + w_4^{11} 0.6w_2^{11} 0.4w_3^{11} \rangle, \\
 &\quad \langle 1 - 0.5w_1^{21} + w_3^{21} 0.3w_2^{21} 0.4w_4^{21}, \\
 &\quad 0.6w_1^{21} + w_3^{21} 0.8w_2^{21} 0.7w_3^{21} \rangle, \\
 &\quad \langle 1 - 0.6w_1^{31} 0.2w_3^{21} + w_4^{31} 0.3w_3^{31}, \\
 &\quad 0.9w_1^{31} + w_3^{31} + w_4^{31} 0.7w_2^{31} \rangle); \\
 F^2 &= (\langle 1 - 0.3w_1^{12} + 3w_4^{12} 0.5w_2^{12} + w_3^{12}, \\
 &\quad 0.2w_1^{12} + w_3^{12} 0.3w_2^{12} + w_3^{12} + w_4^{12} \rangle, \\
 &\quad \langle 1 - 0.2w_1^{22} + 2w_3^{22} + 2w_4^{22} 0.3w_2^{22} + w_3^{22}, \\
 &\quad 0.1w_1^{22} + w_3^{22} + 2w_4^{22} 0.3w_3^{22} \rangle, \\
 &\quad \langle 1 - 0.3w_1^{32} 0.5w_2^{32} 0.8w_3^{32} 0.7w_4^{32}, \\
 &\quad 0.1w_1^{32} 0.7w_2^{32} 0.4w_3^{32} 0.5w_4^{32} \rangle); \\
 F^3 &= (\langle 1 - 0.4w_1^{13} + w_3^{13} + w_4^{13} 0.5w_3^{13}, \\
 &\quad 0.2w_1^{13} + 2w_3^{13} + w_4^{13} 0.3w_2^{13} \rangle, \\
 &\quad \langle 1 - 0.5w_1^{23} + w_3^{23} 0.4w_2^{23} 0.7w_4^{23}, \\
 &\quad 0.6w_1^{23} + w_3^{23} 0.8w_2^{23} 0.7w_3^{23} \rangle, \\
 &\quad \langle 1 - 0.7w_1^{33} 0.5w_2^{33} 0.4w_4^{33} 0.3w_3^{33}, \\
 &\quad 0.2w_1^{33} + w_2^{33} + w_4^{33} 0.3w_3^{33} \rangle).
 \end{aligned}$$

3) 根据式 (3)、(6) 和 (10), 结合直觉模糊矩阵, 可构造模型 (11). 利用 Lingo 软件求解该模型, 所得结果如表 1 和表 2 所示.

表 1 3 个乡镇关于 3 个专家的属性权重

决策成员	属性权重			
	g_1	g_2	g_3	g_4
1	0.26	0.19	0.22	0.32
	0.24	0.24	0.23	0.29
	0.27	0.35	0.27	0.01
2	0.22	0.26	0.20	0.32
	0.10	0.01	0.63	0.26
	0.14	0.22	0.24	0.40
3	0.26	0.23	0.27	0.24
	0.16	0.17	0.17	0.50
	0.54	0.24	0.21	0.00

表 2 3 个专家的权重

决策成员	方案 1	方案 2	方案 3
1	0.78	0.21	0.01
2	0.14	0.70	0.16
3	0.32	0.19	0.49

利用表 1 和表 2, 结合式 (11), 计算结果如下:

$$x_1 = \langle 0.52, 0.32 \rangle, x_2 = \langle 0.63, 0.21 \rangle, x_3 = \langle 0.3, 0.52 \rangle.$$

利用直觉模糊集的得分函数方法, 有

$$s(x_1) = 0.2, s(x_2) = 0.42, s(x_3) = -0.22.$$

因此, 3 个乡镇城镇化发展水平排序为

$$x_2 \succ x_1 \succ x_3.$$

可见, 3 个乡镇城镇化发展水平最高的是 x_2 .

3.2 结果分析

本文求解结果与文献 [14] 相比, 具有以下优点:

- 1) 在决策过程中, 考虑了决策成员的偏好冲突;
- 2) 决策成员在不同方案下针对不同属性赋予不同权重和各决策成员在不同方案下赋予不同权重, 并且其值基本都大于 0, 减少了极端决策成员的极端偏好对群体决策偏好的影响程度, 增加了各个决策成员对最终群决策偏好的接受程度.

4 结 论

针对偏好具有冲突性且决策属性权重、决策成员权重信息完全未知的直觉模糊多属性群体决策问题, 本文提出了一种多目标决策的求解方法. 该方法的优点体现在: 1) 建立了以决策方案差异程度和决策成员偏好冲突程度为目标的多目标决策模型; 2) 利用极小极大方法求解该多目标决策模型, 充分考虑了差异度与偏好冲突度之间的均衡性.

然而, 以上分析仅考虑了属性值为直觉模糊数的情况, 并没有探讨同时涉及定性定量评价信息以及考虑决策者的心理状态等问题. 这些问题有待于进一步探讨.

参考文献(References)

- [1] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [2] Atanassov K T, Gargov G. Interval valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, (31): 343-349.
- [3] 张茂军, 南江霞, 李登峰. 带有三角直觉模糊数的多属性决策的 TOPSIS[J]. 运筹与管理, 2012, 21(5): 96-101. (Zhang M J, Nan J X, Li D F. TOPSIS for MADM with triangular intuitionistic fuzzy numbers[J]. Operations Research and Management Science, 2012, 21(5): 96-101.)
- [4] Zhang X, Liu P D. Method for aggregating triangular fuzzy intuitionistic fuzzy information and its application to decision making[J]. Technological and Economic Development of Economy, 2010, 16(2): 280-290.
- [5] Liu P D, Jin F. Methods for aggregating intuitionistic uncertain linguistic variables and their application to group decision making[J]. Information Sciences, 2012, 205(1): 58-71.

- [6] Liu P D, Liu Z M, Zhang X. Some intuitionistic uncertain linguistic heronian mean operators and their application to group decision making[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 230(3): 570-586.
- [7] Liu P D, Wang Y M. Multiple attribute group decision making methods based on intuitionistic linguistic power generalized aggregation operators[J]. Applied Soft Computing, 2014, 17(4): 90-104.
- [8] Li D F, Chen G H, Huang Z G. Linear programming method for multiattribute group decision making using IF sets[J]. Information Sciences, 2010, 180(9): 1591-1609.
- [9] 徐泽水. 直觉模糊偏好信息下的多属性决策途径[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(11): 62-71.
(Xu Z S. Approaches to multiple attribute decision making with intuitionistic fuzzy preference information[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2007, 27(11): 62-71.)
- [10] Li D F. Closeness coefficient based nonlinear programming method for interval valued intuitionistic fuzzy multiattribute decision making with incomplete preference information[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(4): 3402-3418.
- [11] Liu P D. Some hamacher aggregation operators based on the interval-valued intuitionistic fuzzy numbers and their application to group decision making[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2014, 22(1): 83-97.
- [12] Li D F. TOPSIS-based nonlinear-programming methodology for multiattribute decision making with interval valued intuitionistic fuzzy sets[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2010, 18(2): 299-311.
- [13] Wan S P, Li D F. Fuzzy LINMAP approach to heterogeneous MADM considering the comparisons of alternatives with hesitation degrees[J]. Int J of Management Science, 2013, 41(6): 925-940.
- [14] 梁昌勇, 戚筱雯. 一种直觉模糊多属性群决策方法及其在群决策中的应用[J]. 运筹与管理, 2013, 22(1): 41-47.
(Liang C Y, Qi X W. Approach to multiple attributes group decision-making with intuitionistic fuzzy information and its application to ERP project selection[J]. Operations Reserch and Management Science, 2013, 22(1): 41-47.)
- [15] 周伟, 何建敏, 余德建. 直觉模糊群决策中专家权重确定的一种精确方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(5): 716-720.
(Zhou W, He J M, Yu D J. Accurate method of obtaining decision expert weights in intuitionistic fuzzy group decision making[J]. Control and Decision, 2013, 28(5): 716-720.)
- [16] 余高锋, 李登峰, 邱锦明. 一类直觉模糊线性规划求解及其应用[J]. 控制与决策, 2015, 30(4): 640-644.
(Yu G F, Li D F, Qiu J M. Solution to intuitionistic fuzzy linear programming and its application[J]. Control and Decision, 2015, 30(4): 640-644.)
- [17] 余高锋, 李登峰, 邱锦明. 三角直觉模糊的变权决策方法[J]. 运筹与管理, 2015, 24(3): 120-126.
(Yu G F, Li D F, Qiu J M. Variable-weight based method for intuitionistic triangular fuzzy decision making[J]. Operations Research and Management Science, 2015, 24(3): 120-126.)

(责任编辑: 李君玲)