

一种基于群组判断离差的偏好集结方法

张仲敏^{1,2}, 李俊山¹, 宋 凭², 杨亚威¹

(1. 第二炮兵工程大学 信息工程系, 西安 710025; 2. 西安通信学院 信息安全系, 西安 710106)

摘要: 针对群决策偏好集结中违反 Pareto 最优性的情况, 设计一种基于群组判断几何离差的同质性集结方法. 该方法在集结前进行几何离差测试, 以确定个体决策信息的离差水平. 离差较小时, 可基于几何平均集结; 对于离差较大且修正复杂度较高的决策信息, 采用主成分分析 (PCA) 从高维决策信息中提取大多数相关信息, 在不依赖主观分析的情况下进行加权集结. 仿真实验表明, 所提出的方法能够在不违背 Pareto 最优性的基础上集结离差较大的群决策信息.

关键词: 离差; 几何平均集结; 群组判断; 同质性水平; 主成分分析

中图分类号: TP391; E911

文献标志码: A

An aggregation approach of preference information according to dispersion of group judgments

ZHANG Zhong-min^{1,2}, LI Jun-shan¹, SONG Ping², YANG Ya-wei¹

(1. Department of Information Engineering, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China; 2. Department of Information Security, Xi'an Communications Institute, Xi'an 710106, China. Correspondent: ZHANG Zhong-min, E-mail: zon_8986@126.com)

Abstract: Aiming at the issue of violation of Pareto optimality in the preference aggregation of group decision, a method of homogeneous aggregation based on the geometric dispersion of group judgments is designed. In the method, a dispersion test is carried out to measure the dispersion level of group judgments, and the aggregation is explored based on the dispersion level. For the judgments with the lower dispersion level, it is proposed to combine the judgments with the geometric mean; for the judgments with the higher dispersion level, which are difficult to revise, the principal components analysis (PCA) is applied to capture the majority of the information associated with the original high dimensionality judgments from diversity of opinion, and combine the group judgments according to the weighted geometric mean without subjective analysis. The simulation experiments show that the proposed method can combine the group judgments with the biggish dispersion on the premise of the Pareto optimality principle.

Keywords: dispersion; aggregation with geometric mean; group judgment; significance level; principal components analysis

0 引言

群决策可以满足复杂决策问题对多领域知识和兼顾多方面利益的需求, 但同时又带来冲突处理等问题^[1]. 群决策的本质是如何将群成员个体决策信息集结为群体综合决策信息, 并由此对决策因素(方案)进行排序或择优的问题^[2]. 其中, 个体决策信息的同质性集结是群决策的关键. 根据集结对象的不同, 群偏好集结可分为两大类: 个体判断集结(AIJ)和个体方案权重向量集结(AIP). 前者将个体决策信息集结为

群体综合决策信息后, 再研究对应的方案权重; 后者先依据决策个体偏好计算对应的方案权重向量, 再对决策个体的方案权重向量进行集结^[3].

Condon 等^[4]将群决策信息集结方法总结为4大类: 一致同意、投票折衷、偏好信息几何平均、加权算术平均. 前3种用于集结个体判断信息, 第4种则集结个体偏好对应的权重向量.

Pareto 最优性原则要求群决策时集结得到的群体决策信息或者方案优先权必须为群成员所接受. 因

收稿日期: 2014-09-05; 修回日期: 2014-11-26.

基金项目: 装备维修科学研究与改革项目(2012171).

作者简介: 张仲敏(1979—), 男, 博士生, 从事装备保障决策、信息安全与对抗的研究; 李俊山(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事装备保障决策、智能图像处理与目标感知识别、网络信息安全等研究.

此, 决策信息必须具备同质性特征^[5], 即个体决策信息与集结后的群体决策信息应保持一致. Aczel等^[6]论述了几何平均(GM)法是保留互反条件下集结互反决策信息数学上唯一正确的方式. Ramanathan等^[7]的研究认为GM集结法违背了Pareto最优性原则, 其原因在于个体决策信息中离差的存在. 例如群成员中某些决策信息具备同质性, 而另一些不具备, 这会导致Pareto最优性被破坏. 违反Pareto最优性的程度可通过计算行的一致性比例向量CR来衡量^[8]. 在群成员平等的条件下, 决策信息的几何平均与一致同意在数学上等价, 因此可以用个体决策信息的几何均值来集结群体决策; 否则, 如果针对某一成对比较的个体决策信息较为分散, 与其几何均值并不接近, 则几何均值不一定能作为群体综合决策信息.

同质性与决策信息几何平均的离差有关, 而离差与决策者的作用区域、知识背景等因素有关, 反映了决策者观点的“多样性”, 本身包含不确定性^[9]. 因此, 可通过几何离差度量对代表群成员个体决策信息的成对比较判断集的同质程度进行测试, 进而确定某群组个体决策的几何均值能否作为集结的群体综合决策. 图1给出了以离差测试为基准的偏好集结流程.

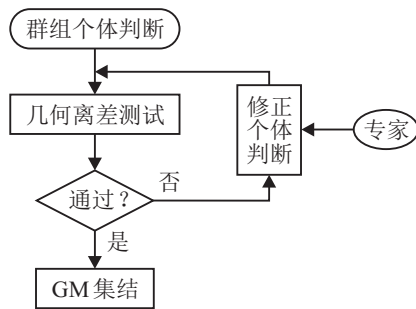


图 1 基于几何离差测试的信息集结

如果能顺利通过离差实验测试, 则可以用几何均值集结群体综合决策. 对于不能通过测试的情况, 通常需要群成员对个体判断信息进行相应修改, 用修改后的信息代替个体初始判断, 并再次进行离差测试, 若仍不能通过测试, 则继续修改直到通过测试为止.

然而, 个体判断的修正并无可遵循的方法和准则, 往往修正复杂度较高^[10]. 针对离差测试失败条件下决策者可能无法或者不愿反复修改其决策信息的情况, 基于加权几何平均(WGM)^[11]集结群决策信息以获得更加鲁棒的结果. 目前相关文献未见有效选取加权几何平均中未知权重信息的研究成果. 本文在不依赖主观分析的情况下, 结合主成分分析(PCA)对权重未知群决策信息集结进行研究.

1 几何离差

1.1 随机变量的几何期望

设随机变量 X 的样本为

$$\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n),$$

其中 $x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$, 则有几何均值

$$\bar{x}_G \equiv \prod_{i=1}^n x_i^{1/n}.$$

设样本中有 k 个不相等的值, 且其绝对频率为 m_1, m_2, \dots, m_k , 则 $p_i = P[X = x_i]$ 的估计值为

$$\hat{p}_i = \frac{m_i}{n},$$

此时 X 的几何期望为

$$E_G[X] =$$

$$\prod_{\forall x_i} x_i^{P[X=x_i]} = e^{\sum_{\forall x_i} P[X=x_i] \ln x_i} = e^{E[\ln X]}.$$

连续情况下

$$E_G[X] = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \prod_{\forall x} x^{P[x < X \leq x + \Delta x]} = \prod_{\forall x} x^{f(x) \Delta x},$$

该式即为乘积积分. 设 X 的分布区间为 $[d_1, d_2]$, 则

$$\ln E_G[X] =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{d_1 < x < d_2} P[x < X \leq x + \Delta x] \ln x_i =$$

$$\int_{[d_1, d_2]} f(x) \ln x dx = E[\ln X].$$

一般地, 随机变量 X 的几何期望为

$$E_G[X] =$$

$$\prod_{D(X)} x^{f(x) \Delta x} = e^{\int_{D(X)} f(x) \ln x dx} = e^{E[\ln X]}, \quad (1)$$

$D(X)$ 为变量 X 的分布区域, 且 $\int_{D(X)} f(x) dx = 1$.

1.2 随机变量的几何离差

本节通过几何期望值对几何离差进行度量.

设随机变量 X 的几何期望为 $E_G[X]$, 其几何离差(GD)可以表示为

$$\sigma_G(X) = E_G \left[\left| \frac{X}{\mu_G} \right| \right]. \quad (2)$$

其中

$$|x|_G = \begin{cases} x, & x > 1; \\ \frac{1}{x}, & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

μ_G 为 X 的几何均值.

设随机变量 X 的样本值为 $\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 则样本的几何离差为

$$s_G(x_1, x_2, \dots, x_n) = \left[\prod_{k=1}^n \left| \frac{x_k}{\bar{x}_G} \right| \right]^{\frac{1}{n}} = \left[\prod_{k=1}^n e^{|\ln \frac{x_k}{\bar{x}_G}|} \right]^{\frac{1}{n}}, \quad (3)$$

其中 \bar{x}_G 为样本几何均值.

设 $(x_{[1:n]}, x_{[2:n]}, \dots, x_{[n:n]})$ 为样本 $\{X_k, k = 1, 2,$

$\dots, n\}$ 的顺序统计量, 即对于 $h \leq k$ 总有 $x_{[h:n]} \leq x_{[k:n]}$. 若 $\exists n_1$ 使 $x_{[k:n]} \leq \bar{x}_G, k = 1, 2, \dots, n_1$, 则有

$$\begin{aligned} & \ln s_G(x_{[1:n]}, x_{[2:n]}, \dots, x_{[n:n]}) = \\ & \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \ln \frac{x_{[k:n]}}{\bar{x}_G} \right| = \\ & \frac{2n_1}{n} [\ln \bar{x}_G - \ln \bar{x}_{[n_1:n]}^G]. \end{aligned}$$

因此, 随机变量 X 的样本几何离差

$$\begin{aligned} s_G(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \\ s_G(x_{[1:n]}, x_{[2:n]}, \dots, x_{[n:n]}) &= \\ \left(\frac{\bar{x}_G}{\bar{x}_{[n_1:n]}^G} \right)^{\frac{2n_1}{n}}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\bar{x}_{[n_1:n]}^G$ 为顺序统计量 $(x_{[1:n]}, x_{[2:n]}, \dots, x_{[n:n]})$ 的几何均值.

2 群组判断几何离差测试

利用随机变量几何离差的概念对群决策个体判断集进行测试. 假定代表群成员个体决策信息的成对比较判断是随机的, 并根据 Saaty 基本取值 (即 1~9 标度法) 表示为 1/9, \dots , 1/2, 1, 2, \dots , 9 的离散数值形式, 以降低判断思维不一致带来的偏差^[12]. 当群组规模较小时, 可以直接通过随机变量几何离差的定义进行计算; 但是随着群组规模的增大, 直接计算群组判断离差比较繁琐且精度不高. 为此, 通过仿真模拟对其离差进行估计. 下面给出成对比较判断的几何离差估计过程.

将某组成对比较判断样本离差视为某一连续分布的随机变量, 通过连续归纳确定群组离差的概率分布. 在此基础上, 计算群组离差理论分布中低于样本观察值离差的累积概率. 若该值小于设定的同质性水平, 则样本观察值随机的可能性较小, 表明群组的几何离差“较小”, 判断可以视为是同质的或者在指定同质性水平上是内聚的, 此时可以用几何均值集结个体判断作为群的判断. 另一方面, 若该值大于设定的同质性水平, 则样本观察值随机性较大, 表明群组的离差是不能接受的, 此时几何平均集结不再适用, 除非群成员对决策信息进行反复修正直到通过离差测试后才能进行几何平均集结.

设判断服从连续互反均匀分布 RU[1/9, 9], Saaty 等研究发现, 随着群规模的增加, 几何离差近似服从 γ 分布, 且其形状参数 α 、尺度参数 β 由群成员数 n 决定, 具体取值如表 1 所示.

γ 分布密度函数为

$$\text{Gamma}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} (x - \gamma)^{\alpha-1} e^{-\frac{x-\gamma}{\beta}},$$

其中取定位参数 $\gamma = 1$.

表 1 γ 分布参数表

n	α	β
4	2.80051	1.27561
5	4.03976	1.76548
6	5.40204	2.27523
7	6.55616	2.69154
8	7.67909	3.11410
9	9.29459	3.68852
10	10.4217	4.08574
30	38.5573	14.1547
50	67.2540	24.4290

通过以上理论分析, 可以确定某群组判断离差是否比通常水平大, 即样本几何离差值在群组判断几何离差分布中的概率是否大于事先设定的同质性水平, 从而测试能否用几何均值集结个体判断作为群组判断. 这里 γ 分布的参数 α 和 β 均为估计值, 计算结果存在一定的置信界限, 同质性水平 L_s 的设定与置信界限有关, 通常将置信界限设为 95%, 故同质性水平一般可取为 0.05. 对于某群组判断样本值 $\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 及同质性水平 L_s , 若 $F_{GD}[s_G(x_1, x_2, \dots, x_n)] \equiv P[S_G(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq s_G(x_1, x_2, \dots, x_n)] < L_s$, 则几何均值可以集结群组判断; 否则, 需要展开进一步讨论.

例如, 对于一个规模为 5 的群组, 某成对比较源自 Saaty 基本取值的个体判断为 {1, 2, 3, 4, 5}, 则根据式 (4) 可得群组样本几何离差值 $s_G(5) = 1.6303$. 当同质性水平为 0.05 时, 则有 $pP[S_G(5) < 1.6303] = 0.0252$. 可以发现, 样本几何离差对应的 p 值小于指定的同质性水平 L_s , 表明群组判断几何离差值几乎不比样本几何离差小, 说明样本观察值随机的可能性较小. 推知群组的几何离差并不是很大, 该个体判断可视为是同质的, 其几何平均的集结值能作为同质性群体偏好判断.

同理, 对判断集 {1/4, 1/3, 1, 2, 5} 进行离差测试, 参数如表 2 所示.

表 2 判断集修改前后对照表

DM					GD	p	\bar{x}_G
1	2	3	4	5			
1/4	1/3	1	2	5	2.6242	0.3154	0.9642
1	2	1	2	5	1.6150	0.0233	1.8206

表 2 中, DM1~DM5 依次代表群决策成员 (DM), 计算可知该判断集 p 值为 0.3154, 高于设定的同质性水平, 故其几何均值 0.9642 不能用作群体集结值. 若将其修正为判断集 {1, 2, 1, 2, 5}, 则其几何离差值降低, 对应 p 值 0.0233 降到设定的同质性水平以下, 此时群组同质性集结值可以是其几何均值 1.8206.

3 基于 PCA 的群组判断集结

由离差测试可知, 当样本几何离差值在群组判断几何离差分布中的概率大于事先设定的同质性水平, 即群组几何离差较大时, 不能用几何均值对其进行集结, 需要对无法通过离差测试的决策信息进行适当修正以降低其几何离差值并直至最终通过测试为止. 然而, 该方法并未给出决策信息修正的方法和准则, 且往往需要进行多次测试和修正过程的反复. 而现实中决策者可能无法或者不愿反复修改其决策信息, 该方法对于此类情况也不适用. 因此需要提取大多数一致性较好的决策信息而忽略一致性较差的决策信息, 通过主成分分析获取加权几何平均的权重信息, 构建基于 PCA 的群决策信息集结方法. 利用随机变量几何离差的概念对群决策个体判断进行集结.

3.1 PCA 概述

PCA 是一种多元统计分析技术, 利用正交线性变换将相关变量集合转换为一个较小的不相关变量集合, 即通过提取与原始数据集相关的一部分变量成分来降低一个数据集的维数^[13-14], 因此能满足权重未知群决策信息集结中提取大多数代表性决策信息的需求.

该方法提取原始数据的方差/协方差结构, 使用协方差矩阵的特征向量将数据变换到一个新的坐标系. 在该坐标系中, 初始数据绕坐标轴旋转, 则数据任意投影的最大方差位于第 1 个坐标 (即第一主成分), 第 2 大方差位于第 2 个坐标 (即第二主成分), 以此类推^[15]. 对于 m 个变量的 n 个观察值集合, PCA 通过保留低阶主成分、忽略高阶主成分, 将其减少成代表全部方差极大比重的 k 个主成分的 n 个观察值集合, 在降低数据维度的同时最大限度保留原始数据所含信息. PCA 适用于在大规模分析中减少数据, 揭示数据间原来并不明显的关系, 目前已广泛应用于生物学、医学、化学、地质学等领域, 但并未见在群决策信息集结方面的研究成果.

3.2 群决策信息集结

在一次决策过程中, 决策者们对 m 个成对比较中的每一个所作的判断都是相似的, n 位群决策成员中的每一位都是变量或者数据集中的一维. 决策者知识结构等方面的差异导致成对比较时给出的分值具有变异性, 但是由于所有决策者同时都基于同样的决策对象, 其分值又是相关的. PCA 的目标是确定代表大部分决策信息变异性的不相关主成分. 设决策成员 k 的权重为 $w_k \in (0, 1)$, 则 $\sum_{k=1}^n w_k = 1$. a_{ij}^k 表示决策成员 k 针对因素 i 和 j 作出的比较, 则其 WGM 值为

$$a_{ij} = \prod_{k=1}^n (a_{ij}^k)^{w_k}. \quad (5)$$

根据判断矩阵互反性, $a_{ji}^k = 1/a_{ij}^k$, 故有对称位置 WGM 值

$$a_{ji} = \prod_{k=1}^n (a_{ji}^k)^{w_k} = \prod_{k=1}^n (1/a_{ij}^k)^{w_k} = 1/a_{ij}. \quad (6)$$

为了在标准化时保留信息变异程度间的差异, 将原始决策信息进行对数变换处理. 对式 (5) 取自然对数, 则有

$$\ln a_{ij} = \ln \prod_{k=1}^n (a_{ij}^k)^{w_k} = \sum_{k=1}^n w_k \ln(a_{ij}^k). \quad (7)$$

式 (7) 为 $\ln(a_{ij}^k)$ 的加权算术平均 (WAM) 值.

同理, 由式 (6) 可得对称位置的相应值 $\ln(1/a_{ij})$.

对于对数形式的决策信息, 还原时将其对数取自然数幂进行逆变换即可得相应的 WGM 值.

根据以上理论分析, 下面给出 PCA 计算决策成员权重向量, 并对群决策信息进行集结的具体流程.

Step 1: 对初始群决策信息进行变换, 取其自然对数;

Step 2: 基于 PCA 算法计算其所有主成分并提取第一主成分, 即计算相应协方差矩阵最大特征值对应的特征向量, 该 m 维向量捕获了初始决策信息中的大多数变异性, 可作为加权几何集结的权重向量;

Step 3: 对所提取的主成分进行标准化后对决策信息进行加权集结, 并将结果进行逆变换得到最终的集结结果;

Step 4: 基于集结后的群决策信息产生因素 (方案) 权重集.

特别地, 该过程并不涉及关于成对比较分布的任何假定, 可为 WGM 集结群决策信息提供权重计算途径.

4 实例及仿真分析

4.1 实例分析

为了制订科学准确的保障决策计划, 以文献 [16] 中某大型电子对抗装备部件的状态评判为例. 在其服役状态进行综合评判时, 需要对状态影响因素的群决策信息进行集结, 进而得到因素层次排序.

设状态评判时主要考虑部件故障频次、在役工作强度、环境敏感程度 3 个影响因素, 分别记为 F_1 、 F_2 、 F_3 . 由 5 位领域专家 DM1 ~ DM5 构成决策群体对各因素进行评分.

本例中, 群组规模 $n = 5$, 群决策因素数 $f = 3$, 则层次比较中共有 $m = f(f - 1)/2 = 3$ 次成对比较, 决策成员依据 Saaty 基本取值为每个成对比较赋值. 假定各成员决策赋值结果如表 3 所示.

表 3 决策实例判断集明细

Comparison	DM					GD	p	\bar{x}_G
	1	2	3	4	5			
F_1 vs. F_2	1	1/3	3	7	1/5	3.2026	0.5363	1.0696
F_1 vs. F_3	1/7	1/3	1/5	5	1	3.0984	0.4985	0.5439
F_2 vs. F_3	1/3	1/7	7	3	1/3	4.0293	0.7747	0.8027

记

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 3 & 7 & 1/5 \\ 1/7 & 1/3 & 1/5 & 5 & 1 \\ 1/3 & 1/7 & 7 & 3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

为“成员-决策”矩阵,其中:行代表所有决策成员为某一成对比较给出的判断信息,列代表决策成员DM1~DM5为各成对比较给出的决策信息.对各成对比较的判断集进行离差测试,测试结果见表3.可以发现各判断集的p值均大于设定的同质性水平,几何离差也较大,个体判断彼此间的变异性较大,不适用于通过几何均值集结.为此,可依据PCA方法进行集结.按照3.2节中的集结步骤,将矩阵A的自然对数定义为变换矩阵A'.通过计算A'协方差矩阵的各特征值及其对应的载荷向量得到其各主成分信息,提取其第一主成分,得到向量

$$[0.3576 \quad 0.1269 \quad 0.8535 \quad 0.0366 \quad 0.3553]^T$$

进行群决策信息的集结.因为该向量的1-2范数为1,与层次分析中1-1范数要求不符,所以将其标准化(每个向量元素平方)可得到

$$w =$$

$$[0.1279 \quad 0.0161 \quad 0.7284 \quad 0.0013 \quad 0.1263]^T,$$

该向量即为各成对比较集上每个决策成员的最终权重向量.因此,各成对比较判断集集结后的数值

$$z' = A'w = [0.5819 \quad -1.4367 \quad 1.1084]^T.$$

对z'的每个元素取自然数幂实现逆变换,获得集结后的原始数值

$$z^P = [1.7895 \quad 0.2377 \quad 3.0294]^T,$$

即为各因素的相对权重.因此,有层次比较互反判断矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 1.7895 & 0.2377 \\ 1/1.7895 & 1 & 3.0294 \\ 1/0.2377 & 1/3.0294 & 1 \end{bmatrix},$$

其规范化右主特征向量

$$v^P = [0.2458 \quad 0.3895 \quad 0.3647]^T$$

即为各因素最终的优先权排序.

本例中,若基于几何均值集结群决策信息可得到集结向量 z^G ,则可得到各因素最终的优先权向量 v^G ,与PCA集结信息得到的向量对比见表4.

表 4 决策实例集结向量与优先权向量对照表

判断集结向量	优先权向量
$z^P = [1.7895 \quad 0.2377 \quad 3.0294]^T$	$v^P = [0.2458 \quad 0.3895 \quad 0.3647]^T$
$z^G = [1.0696 \quad 0.5439 \quad 0.8027]^T$	$v^G = [0.2727 \quad 0.2968 \quad 0.4305]^T$

由表4可知,PCA集结法得到的因素排序为 $F_1 \succ F_3 \succ F_2$,而GM集结法得到的排序结果为 $F_1 \succ F_2 \succ F_3$.通过比较不难发现,两种集结法得到的因素优先权排序不尽相同.原因在于群组判断中存在较大的离差,GM集结法无法保证信息集结的同质性.

4.2 仿真分析

考虑当判断集不存在离差且决策者完全一致的极限情况下,矩阵A的每个m维列向量具有相同的得分,而第一主成分是一个元素值均为1/n的n维向量,即n维判断中的每个都指定为相同的权重.此时,WGM与初始GM完全相同,最终的优先权向量 v^P 与 v^G 亦相等.

为了研究不同离差水平下PCA方法的变化,本节进行仿真实验分析,对依据两种集结方法得到的优先权向量 v^P 与 v^G 及对应的几何离差进行仿真.通过仿真模型产生研究数据,为了使研究数据真实体现几何离差的“观点多样性”特点,每次为成对比较赋值时,指定从Saaty基本取值的连续子集范围中选取,并且保证该范围中的最小值和最大值都能被选中,以得

到事实上的观点多样性. Saaty基本取值的连续子集涵盖的数值称为分布范围,记为 ξ ,分析可知其取值范围为1~9.对于每个确定的 ξ ,存在 $(9 - \xi + 1)$ 种可能的连续子集.如 $\xi = 7$,则存在3种连续子集, $\{1/9, 1/7, 1/5, 1/3, 1, 3, 5\}$, $\{1/7, 1/5, 1/3, 1, 3, 5, 7\}$, $\{1/5, 1/3, 1, 3, 5, 7, 9\}$.

选取仿真参数如下:

- 1) 因素(方案)数 $f = 3, 4, 5, 6$;
- 2) 群决策成员数目 $n = 4, 5, 7, 10, 15, 25$;
- 3) 成对比较数目 $m = f \times (f - 1) / 2 = 3, 6, 10, 15$;
- 4) 分布范围 $\xi = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

仿真实验中,对于一个给定的 f, n, ξ 组合,从基本取值中对m维成对比较中的每一个随机产生n维个体判断的向量,从而构成m行n列的“成员-决策”矩阵;同时确保这些数值总是从Saaty基本取值的某连续子集范围中选取,且必定选中该范围的两个极值.不同成对比较所对应的 ξ 连续子集可能是不同的,如 ξ 值为3时, F_1 和 F_2 的判断值可能从 $\{3, 5, 7\}$ 中取值,而 F_1 和 F_3 的判断值可能从 $\{1/3, 1, 3\}$ 中取值.PCA

法和 GM 法分别产生的优先权向量 v^P 和 v^G 的计算类似 4.1 节实例所示. 根据选取的仿真参数, 实验中总计包含 $|f| \times |n| \times |\xi| = 4 \times 6 \times 8 = 192$ 个独立的参数组合, 每对组合中又包含 m 个彼此独立的成对比较. 为了消除随机产生的数据带来的偶然性影响, 对每个参数组合及成对比较, 重复运行 10 000 次仿真, 并计算这些实验的均值.

对优先权向量 v^P 与 v^G 进行比较分析时, 对于群决策因素(方案)数为 f 的情况, 向量 v^P 与 v^G 均属于 R_+^f , 其 1-1 范数为 1, 因此两向量间的距离度量与 f 取值有关, 这里采用欧氏距离对其进行度量, 即

$$d = \sqrt{\sum_{i=1}^f |v_i^P - v_i^G|^2}.$$

若距离 d 越小, 则优先权向量 v^P 与 v^G 间的差异越小, 二者越接近.

将仿真实验得到的数据根据 f 取值的不同绘制成如图 2 所示的 4 幅曲线图. 图 2 中, 纵坐标代表基于两种方法集结群组判断后得到的优先权向量 v^P 与 v^G 间的距离度量, 横坐标代表产生优先权向量的“成员-决策”矩阵中群组判断的 m 维几何离差向量, 这里用幅值度量其大小, 每幅图中不同的曲线反映了在各给定 n 值下, 优先权向量间距离 $distance$ 与几何离差向量幅值 $dispersion$ 的对应关系. 为了保持直观性, 所有曲线图均采用相同的坐标刻度.

由图 2 的仿真实验结果可知:

1) 对于某一给定的 f 以及群决策成员数目 n , 成对比较的群组判断集几何离差幅值(以下简称离差)越小, 两种集结法得到的优先权向量间的距离 d 越小, v^P 与 v^G 越接近.

2) 当几何离差极限趋于 0 时, 各判断间不存在离差, 成员-决策矩阵的每个 m 维列向量表示所有比较具有同样的得分, 此时 PCA 法给出的 n 维决策成员权重向量 w 的每个元素均等于 $1/n$, 即 m 维比较中的决策成员具有相同权重 $1/n$, 故图中距离 d 收敛到 0, 优先权向量 v^P 与 v^G 相等.

3) 对于某一给定的 f , 在同样的离差水平下, 决策成员数目越多 (n 值越大), 优先权向量间的距离 d 越小, 即对于具有相同离差的群组判断集, 判断数目越多, 个体判断的影响越小, 优先权向量 v^P 与 v^G 越接近.

4) 对于某一给定的 f , 判断集的离差越小, 群决策成员数目 n 对距离 d 的影响越小; 反之, 判断集的离差越大, n 对 d 的影响越大.

5) 群决策成员数目较多时(如 $n = 25$), 距离 d 会随着离差单调增加, 增加到一定程度时到达峰值, 之后再随着离差单调下降. f 值越大, 峰值越低, 峰值对应的离差越大.

6) 对于某一给定的群决策成员数目 n , f 值越大, 某判断集离差水平对应的距离 d 越小, 即决策专家一定的情况下, 因素数(方案数)越多, 其优先权向量 v^P 与 v^G 越接近.

总之, 图 2 所示的仿真实验表明, 当离差较小或

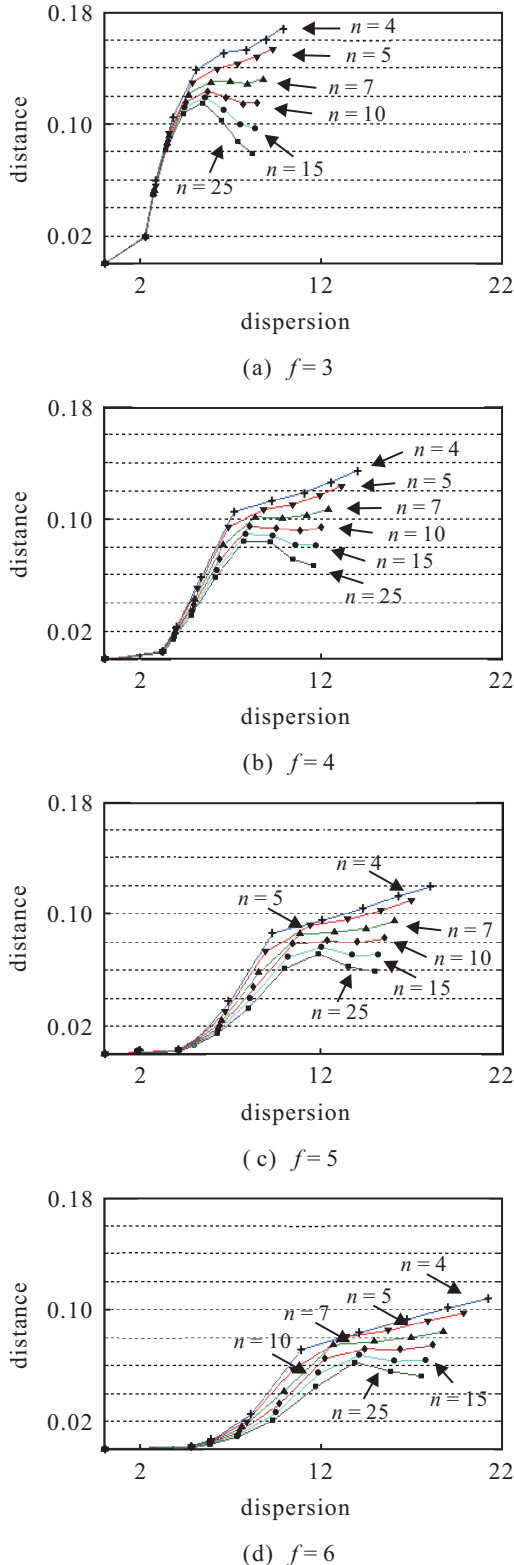


图 2 不同 f 条件下几何离差与两种集结法所得优先权向量间距离的关系

不存在时, 基于 PCA 和 GM 集结法所得的优先权向量 v^P 与 v^G 收敛. 因此, PCA 用于基于几何离差的权重未知群决策信息的集结开发是可行的.

5 结 论

本文基于群组判断几何离差对群决策信息的同质性集结进行了研究. 针对离差测试中离差较大, 不适于几何平均集结且修正复杂度较高的决策信息, 采用主成分分析法 (PCA) 进行加权集结. 通过仿真实验, 对 PCA 法与几何平均法集结得到的因素 (方案) 权重向量在不同的离差水平下的关系进行了研究. 仿真结果表明, 基于 PCA 的群组判断加权集结可以捕获群决策成员间的最大差异, 不依赖主观分析确定决策成员的权重信息, 集结离差较大的群组判断信息, 弥补了几何平均集结法在较高离差水平下违反 Pareto 最优性的不足.

参考文献(References)

- [1] 徐玖平, 陈建中. 群决策理论与方法及实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 29-30.
(Xu J P, Chen J Z. The theory and method of group decision making with its realization[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 29-30.)
- [2] 孙世权, 高淑萍, 梁原, 等. 基于数据整合技术的多属性群决策方法[J]. 系统工程和电子技术, 2012, 34(10): 2094-2097.
(Sun S Q, Gao S P, Liang Y, et al. Method of multiple attributive group decision making based on data fusion[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(10): 2094-2097.)
- [3] 陈可, 陈晓红. 一种基于区间数判断矩阵的加权 AIP 群决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(9): 1402-1405.
(Chen K, Chen X H. A new method of AIP group decision-making with decision-makers weight based on interval judgment matrices[J]. Control and Decision, 2009, 24(9): 1402-1405.)
- [4] Condon E, Golden B, Wasil E. Visualizing group decisions in the analytic hierarchy process[J]. Computers and Operations Research, 2003, 30(10): 1435-1445.
- [5] Groselj P, Zadnik Stirn L. Acceptable consistency of aggregated comparison matrices in analytic hierarchy process[J]. European J of Operational Research, 2012, 223(2): 417-420.
- [6] Aczel J, Saaty T L. Procedures for synthesizing ratio judgments[J]. J of Mathematical Psychology, 1983, 27(1): 93-102.
- [7] Ramanathan R, Ganesh L S. Group preference aggregation methods employed in the AHP: An evaluation and an intrinsic process for deriving member's weightages[J]. European J of Operational Research, 1994, 79(2): 249-265.
- [8] Saaty T L, Vargas L G. Dispersion of group judgments[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2007, 46(7/8): 918-925.
- [9] Zhu B, Xu Z S. Stochastic preference analysis in numerical preference relations[J]. European J of Operational Research, 2014, 237(2): 628-633.
- [10] Zhu B, Xu Z S. Analytic hierarchy process-hesitant group decision making[J]. European J of Operational Research, 2014, 239(3): 794-801.
- [11] Hosoo Lee, Yongdo Lim, Takeaki Yamazaki. Multi-variable weighted geometric means of positive definite matrices[J]. Linear Algebra and its Applications, 2011, 435(2): 307-322.
- [12] 宋建社, 曹小平, 曹耀钦, 等. 装备维修信息化工程[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 97-101.
(Song J S, Cao X P, Cao Y Q, et al. Equipment maintenance information engineering[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005: 97-101.)
- [13] Abdi H, Williams L J. Principal component analysis[J]. Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, 2010, 2(4): 433-459.
- [14] Syms C. Principal component analysis[J]. Earth Systems and Environmental Sciences, 2008, 218(9): 2940-2949.
- [15] Jolliffe I T. Principal component analysis, series: Springer series in statistics[M]. New York: Springer, 2002: 79-81.
- [16] 张仲敏, 李俊山, 宋凭, 等. 一种基于 FAHP 的多 Agent 电子对抗装备状态智能评判方法[J]. 兵工学报, 2014, 35(4): 516-522.
(Zhang Z M, Li J S, Song P, et al. An Intelligent Decision Approach Based on Fuzzy Analytic Hierarchy Process for Service Status of Electronic Countermeasures Equipment Using Multi-agent[J]. Acta Armamentarii, 2014, 35(4): 516-522.)

(责任编辑: 齐 霖)