

## 基于网络图的产品生产、运输、定价综合决策模型

方国敏<sup>1,2</sup>, 徐玖平<sup>1</sup>

(1. 四川大学 商学院, 成都 610064; 2. 成都信息工程大学 应用数学学院, 成都 610225)

**摘要:** 针对大型垄断厂商在商品生产、运输、定价决策中独立考虑生产定价和运输两个环节的弊端, 提出一种将产量决策、运输决策和定价决策3个环节作为一个系统进行考虑的综合决策模型. 借助利润网络图, 构建同时考虑生产及运输成本以及市场需求的商品生产、运输和定价综合决策模型, 并探讨模型的解法及其理论基础. 通过给出的应用案例表明, 相比传统决策模型, 利用综合决策模型可以提高15.50%的利润.

**关键词:** 生产决策; 运输问题; 定价决策; 利润网络图; 综合决策

**中图分类号:** F224; F272

**文献标志码:** A

## Production, transportation and pricing integrated decision-making model based on network graph

FANG Guo-min<sup>1,2</sup>, XU Jiu-ping<sup>1</sup>

(1. Business School, Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. College of Applied Mathematics, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China. Correspondent: XU Jiu-ping, E-mail: xujiuping@scu.edu.cn)

**Abstract:** For the drawbacks that research on production, transportation and pricing decision problems has typically focused on considering individual production/pricing problems, or on considering individual transportation problems, the integrated decision-making model is proposed. The production decisions, transportation decisions and pricing decision are considered as a system, and an integrated decision-making model considering simultaneously production cost, transportation cost and the market demand is proposed by using the profit network graph. The solution and its theoretical basis are discussed. An application example is given to illustrate that, by using the mode, the increase in total operating profit from tradition model is up to 15.50%.

**Keywords:** production decisions; transportation problem; pricing decision; profit network graph; integrated decision

### 0 引言

垄断厂商在制定产品的产量和价格决策时, 一个非常重要的目标是追求利润的最大化. 而研究最优产量和价格问题实际上可以归结为研究产品定价方法, 如线性定价、非线性定价和差别定价方法等问题<sup>[1]</sup>. 其中一类非常重要的差别定价方法——三度价格歧视备受学者的关注. 所谓三度价格歧视是指垄断厂商把购买者划分为两个或两个以上的类别, 对每类购买者收取不同的价格. 现有关于三度价格歧视研究的理论成果非常丰富, 其主要研究的问题是三度价格歧视下的产量、价格决策以及对社会福利的影响. 如余凌凌等<sup>[2]</sup>在成本已知的条件下, 讨论了需求不确定性下

的三度差别定价模型, 并利用计算机进行了模拟求解; 方国敏等<sup>[3]</sup>研究了随机需求条件下, 具有不同风险偏好类型厂商的三度价格歧视策略问题, 提出了不同风险喜好类型厂商的产品产量与价格决策模型; 滕颖等<sup>[4]</sup>分析了具有网络外部效应的寡头竞争市场厂商实施三度歧视定价的产量、价格和社会福利问题. 在国外, 三度价格歧视的研究更为活跃. Layson<sup>[5]</sup>研究了需求不确定条件下, 具有相关影响的需求市场的替代品的价格、产量和福利效果; Lopez等<sup>[6]</sup>研究了单一定价与三度价格歧视对产品产量、利润、消费者剩余的影响. Ikeda等<sup>[7]</sup>研究了存在不对称消费外部性的条件下两个市场三度价格歧视问题, 证明了三度价格

**收稿日期:** 2014-07-20; **修回日期:** 2015-02-10.

**基金项目:** 国家社会科学重大招标项目(12&ZD217); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(20130181120059); 四川省教育厅项目(14ZB0173).

**作者简介:** 方国敏(1976—), 女, 副教授, 博士生, 从事优化决策、网络均衡的研究; 徐玖平(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事工程管理决策、系统工程等研究.

歧视不仅增加了公司的利润,也增加了总的消费者剩余.

然而,现有的三度差别定价方法基本上仅局限于追求利润最大化,没有考虑运输成本,即以产品的生产成本和市场需求为基础,研究出最佳的生产量及各子市场的价格(但这只是整个决策过程的一个环节);然后,再研究最佳的运输方案,把追求运输成本最小视为另一个环节,交给物流运输领域去考虑.虽然现有的定价理论和物流运输理论<sup>[8-12]</sup>都能很好地分别找到各环节的最优方案,但对于一个大型的垄断企业而言,分别追求二者的最优并不一定是真正的最优.因为不考虑运输费用的利润最大和单独考虑运输费用的运费最小,均只能是局部的最优,不一定是整体的最优.这好比是将优化问题  $\max L(x) = f(x) - g(x)$  分解为两个优化问题  $\max f(x)$  和  $\min g(x)$ . 先求出第1个优化问题的最优点,即最佳的产量和销量,再求出第2个问题的最佳运输方案.显然这一方法是不科学的,因为第2个优化问题的最优点会受第1个优化问题的解的限制,从而两个问题的最优解并不一定是全局最优的,所以必须将二者结合起来考虑.目前,关于同时将产品生产定价与运输策略结合在同一个模型中进行研究的文献几乎未见到.现有关于研究协调生产与运输问题的文献<sup>[13-16]</sup>中所考虑的运输问题均假设连接任意一对起点到终点的路径只有一条,即文献中的运输问题只关注的是运输量,并不关注具体的运输路径问题,目标为生产(存储)成本与运输成本之和最小.

企业的生产经营优化要从系统角度出发,所以,本文把产量计划、运输计划和销售价格决策三者结合起来作为一个系统,在制定产量和销售价格决策时将运输成本考虑进来,在更具一般性的情况下,即厂商具有多个生产工厂,同时具有多个分配中心及多个独立需求的子市场的条件下,研究厂商的最佳决策.不仅要考虑每一个起点(生产工厂)与终点(子市场)对(O-D对)的运量,而且在每一个O-D对间有多条路径的条件下,考虑运输方式问题,目标为该系统的总利润最大.由于问题的复杂性和特殊性,在研究方法上,利用网络图形进行研究,这里的网络图的顶点为产品的生产工厂和销售子市场,边上的权值为分配到该路径上的利润值.

## 1 产品生产、运输、定价综合决策模型

### 1.1 问题描述

设垄断厂商有  $n_1$  个工厂 ( $O_1, O_2, \dots, O_{n_1}$ ), 其生产的同种产品经过  $n_2$  个分配中心 ( $M_1, M_2, \dots, M_{n_2}$ ) 运到  $n_3$  个子市场 ( $D_1, D_2, \dots, D_{n_3}$ ) 进行销售, 如图1所示.

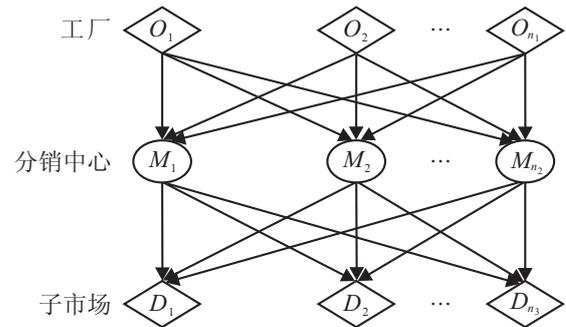


图1 多工厂、多市场运输路段结构图

不同的子市场具有不同的需求, 产品在不同的路径上具有不同的运输费用, 因此, 各工厂应该生产多少产品, 如何进行调运, 在子市场如何定价, 是决策者必须考虑的问题. 如果将子工厂、分配中心和子市场视为节点, 这一问题可以利用网络图形进行解决. 将连接一个工厂与一个子市场的一对节点称为一个O-D对. 显然对于每一个O-D对, 都存在多条连接路径. 记该网络为  $G(N, A)$ . 其中:  $N$  表示工厂、分配中心和子市场构成的节点集合,  $A$  表示连接工厂、分配中心和子市场的路径线段  $a_t$  的集合. 记  $I$  表示所有连接O-D的集合; 对于给定的  $i \in I$ ,  $P_i$  表示连接第  $i$  个O-D对的所有路径的集合;  $r_k \in P_i$  表示第  $i$  个O-D对中的一条路径, 称为第  $k$  条路径, 它由若干路径线段  $a_t$  组成;  $q_k$  表示第  $k$  条路径上分配的产品的运量. 向量  $q = (q_1, q_2, \dots, q_m)$  为该网络中的运输向量, 其中  $m$  为总路径数, 于是向量  $q$  为该模型的决策变量. 如果已知向量  $q$ , 则其他决策量(各工厂的产量、运输方案、各子市场上产品的分配量及价格)便可以相应确定.

### 1.2 利润网络图构建

为了获得该问题的利润网络图形, 首先计算出各条路径上的利润.

设函数  $c_t^1(\cdot)$  表示路段  $a_t$  上的运输费用函数, 则第  $k$  条路径上的总运输成本  $C_k^1(q_k)$  为该路径中的所有路段的成本之和, 即

$$C_k^1(q_k) = \sum_{a_t \in A} \delta_{tk} c_t^1(q_k);$$

$$\delta_{tk} = \begin{cases} 1, & a_t \in r_k; \\ 0, & a_t \notin r_k. \end{cases} \quad (1)$$

设函数  $c_j^2(\cdot)$  表示工厂  $O_j$  的生产成本函数, 如果第  $k$  条路径的起点为工厂  $O_j$ , 则分配到第  $k$  条路径上的生产成本  $C_k^2(q_k)$  为工厂  $O_j$  在产量为  $q_k$  时的生产成本, 即

$$C_k^2(q_k) = \sum_{j=1}^{n_1} \eta_{jk} c_j^2(q_k);$$

$$\eta_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{如果路径 } k \text{ 的起点为 } O_j; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (2)$$

设  $p_s = D_s(d_s)$  表示产品在子市场  $D_s$  上的价格函数, 其中  $d_s$  是产品在市场  $D_s$  上的需求量, 则分配到第  $k$  条路径上的收益  $R_k$  为在终点市场上销量为  $q_k$  时的收益, 它不仅与  $q_k$  有关, 还与其他路径上的运量有关, 所以应该是整个网络中的运输向量  $q$  的函数, 即

$$R_k(q) = \sum_{s=1}^{n_3} \sigma_{ks} p_s \cdot q_k; \quad (3)$$

$$\sigma_{ks} = \begin{cases} 1, & \text{如果路径 } k \text{ 的终点为 } D_s; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

因此, 第  $k$  条路径上的利润为

$$L_k(q) = R_k(q) - C_k^1(q_k) - C_k^2(q_k). \quad (4)$$

于是, 原问题便转化为如图 2 所示的利润网络图形. 虽然图 2 已略去了分配中心, 但是根据其路径组成完全可以还原整条运输路径.

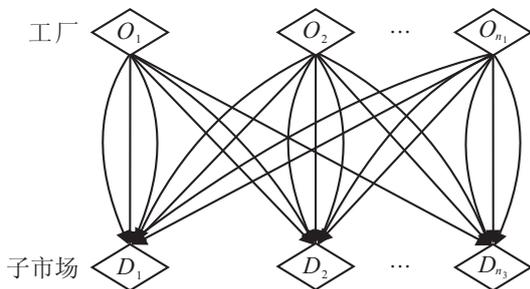


图 2 多工厂、多市场、多路径利润网络图

### 1.3 综合决策模型

垄断厂商的总利润可表示为

$$L(q) = \sum_{k=1}^m L_k(q) = \sum_{k=1}^m [R_k(q) - C_k^1(q_k) - C_k^2(q_k)]. \quad (5)$$

所以, 基于利润网络图形的生产、运输、定价综合决策模型为

$$\max_{q \in R_+^m} L(q) = \max_{q \in R_+^m} \left[ \sum_{k=1}^m \left[ \sum_{s=1}^{n_3} \sigma_{ks} p_s \cdot q_k - \sum_{a_t \in A} \delta_{tk} c_t^1(q_k) - \sum_{j=1}^{n_1} \eta_{jk} c_j^2(q_k) \right] \right]. \quad (6)$$

若获得了模型 (6) 的解向量  $q^*$ , 则工厂  $O_j$  的总产量  $Q_j = \sum_{k=1}^m \eta_{jk} q_k^*$ ; 子市场  $D_s$  的需求量  $d_s = \sum_{k=1}^m \sigma_{ks} q_k^*$ ; 子市场  $D_s$  的销售价格由子市场  $D_s$  上的价格函数  $p_s = D_s(d_s)$  确定. 运输方案由各路径线段  $a_t$  上安排的运量  $T_t$  确定, 且  $T_t = \sum_{k=1}^m \delta_{tk} q_k^*$ .

### 1.4 模型的求解

为了获取模型 (6) 的求解方法, 先给出如下相关定义和引理.

**定义 1**<sup>[17]</sup> 设  $X \subseteq R^n$  是非空凸集, 函数  $f : X \rightarrow R$  是实值函数. 称函数  $f$  是  $X$  上的凸函数, 如果对于  $\forall \lambda \in (0, 1)$ , 有  $f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y), \forall x, y \in X$ . 若函数  $-f$  是  $X$  上的凸函数, 则称函数  $f$  是  $X$  上的凹函数.

**引理 1**<sup>[18]</sup> 设  $X$  为  $R^n$  中的凸集, 函数  $f$  为可微的凸函数, 则对于  $\forall x, y \in X$ , 有

$$f(x) - f(y) \geq \nabla f(y)(x - y).$$

**定理 1** 如果需求函数  $P = f(Q)$  是  $R_+$  上的凹函数, 则收益函数  $R(Q)$  在  $R_+$  上也是凹函数.

**证明** 收益函数  $R(Q) = PQ = Qf(Q)$ , 因为  $P = f(Q)$  是凹函数, 所以对于  $\forall \lambda \in (0, 1), Q_1, Q_2 \in R_+$ , 有  $f(\lambda Q_1 + (1 - \lambda)Q_2) \geq \lambda f(Q_1) + (1 - \lambda)f(Q_2)$ . 进而有

$$\begin{aligned} R(\lambda Q_1 + (1 - \lambda)Q_2) &= \\ [\lambda Q_1 + (1 - \lambda)Q_2] f[\lambda Q_1 + (1 - \lambda)Q_2] &\geq \\ [\lambda Q_1 + (1 - \lambda)Q_2] [\lambda f(Q_1) + (1 - \lambda)f(Q_2)] &= \\ \lambda Q_1 f(Q_1) + (1 - \lambda)Q_2 f(Q_2) + & \\ \lambda(1 - \lambda)(Q_1 - Q_2)[f(Q_2) - f(Q_1)] &= \\ \lambda R(Q_1) + (1 - \lambda)R(Q_2) + & \\ \lambda(1 - \lambda)(Q_1 - Q_2)[f(Q_2) - f(Q_1)]. & \end{aligned}$$

又因为需求函数  $P = f(Q)$  为非增函数, 所以, 对于  $\forall \lambda \in (0, 1), Q_1, Q_2 \in R_+$ , 有

$$\lambda(1 - \lambda)(Q_1 - Q_2)[f(Q_2) - f(Q_1)] \geq 0,$$

即对于  $\forall \lambda \in (0, 1), Q_1, Q_2 \in R_+$ , 有

$$R(\lambda Q_1 + (1 - \lambda)Q_2) \geq \lambda R(Q_1) + (1 - \lambda)R(Q_2).$$

所以, 收益函数  $R(Q)$  在  $R_+$  上是凹函数.  $\square$

**定理 2** 如果各子市场的需求函数是凹函数, 运输成本和生产成本是凸函数, 则厂商总利润为凹函数.

**证明** 设第  $i$  个子市场的需求函数  $P_i = f_i(Q_i)$ , 则垄断厂商的总收入函数为  $TR(Q) = \sum_{i=1}^n Q_i f_i(Q_i)$ . 由定理 1 知  $TR(Q)$  为凹函数, 所以, 总利润  $TL(Q) = TR(Q) - TC(Q)$  为凹函数.  $\square$

由引理 1 和定理 2, 易得如下定理:

**定理 3** 如果各子市场的需求函数是凹函数, 运输成本和生产成本是凸函数, 则基于网络图形的综合决策模型 (6) 的静态点也为全局最优点.

结合以上的讨论, 当需求函数是凹函数, 运输成本和生产成本是凸函数时, 求解模型 (6), 只需求出其静态解, 即  $\nabla L(q) = 0$  的解即可.

## 2 案例分析与比较

设某垄断厂商有 3 个工厂生产同一产品(单位: t), 需经过 3 个分配中心运往 3 个子市场进行销售, 其路径结构如图 3 所示, 即共有 9 个节点, 13 条路段和 14 条路径. 各路段的运输成本(单位: 万元)为  $c_k^1(q_k) = a_k q_k$ , 其中  $(a_1, a_2, \dots, a_{13}) = (20, 18, 16, 18, 22, 20, 13, 16, 20, 18, 14, 18, 20)$ . 各工厂的生产成本函数(单位: 万元)为  $c_1^2(Q) = Q^2 - 10Q + 100$ ,  $c_2^2(Q) = Q^2 - 16Q + 100$ ,  $c_3^2(Q) = Q^2 - 12Q + 100$ . 各子市场的价格函数为  $D_1(d_1) = 100 - d_1$ ,  $D_2(d_2) = 120 - 2d_2$ ,  $D_3(d_3) = 110 - 2d_3$ .

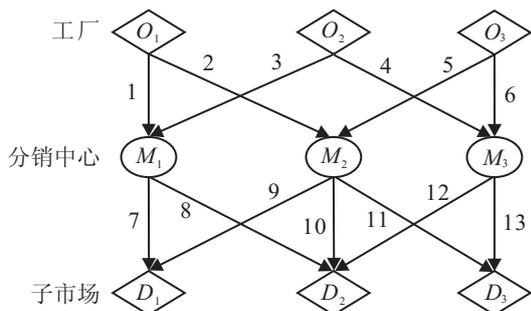


图 3 实例的路段结构图

下面用两种方法确定该实例的决策量, 一个是本文提出的综合决策方法, 另一个是将生产定价与运输分别考虑的传统决策方法, 并比较两种方法在利润方面的差异.

### 2.1 利用综合决策模型

各路径组成如表 1 所示.

表 1 实例的路径组成

$i$	$O$ - $D$ 对	$r_i$	路段集
1	$O_1$ - $D_1$	$r_1$	{1,7}
		$r_2$	{2,9}
2	$O_1$ - $D_2$	$r_3$	{1,8}
		$r_4$	{2,10}
3	$O_1$ - $D_3$	$r_5$	{2,11}
4	$O_2$ - $D_1$	$r_6$	{3,7}
		$r_7$	{3,8}
5	$O_2$ - $D_2$	$r_8$	{4,12}
		$r_9$	{4,13}
6	$O_2$ - $D_3$	$r_{10}$	{4,13}
		$r_{11}$	{5,10}
7	$O_3$ - $D_1$	$r_{12}$	{6,12}
		$r_{13}$	{5,11}
8	$O_3$ - $D_2$	$r_{14}$	{6,13}

由式(1)可得, 各条路径上的总运输成本为

$$C_k^1(q_k) = b_k q_k,$$

其中  $(b_1, b_2, \dots, b_{14}) = (33, 38, 36, 36, 32, 39, 32, 36, 38, 42, 40, 38, 36, 40)$ . 由式(2)可得, 第  $k$  条路径上的总生

产成本为

$$C_k^2(q_k) = \begin{cases} c_1^2(q_k), & k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}; \\ c_2^2(q_k), & k \in \{6, 7, 8, 9\}; \\ c_3^2(q_k), & k \in \{10, 11, 12, 13, 14\}. \end{cases}$$

由式(3)可得, 第  $k$  条路径上的收益为

$$R_k(q) = \begin{cases} \left[100 - \sum_{k \in A_1} q_k\right] q_k, & k \in A_1; \\ \left[120 - 2 \sum_{k \in A_2} q_k\right] q_k, & k \in A_2; \\ \left[110 - 2 \sum_{k \in A_3} q_k\right] q_k, & k \in A_3. \end{cases}$$

其中  $A_i (i = 1, 2, 3)$  表示终点为子市场  $D_i$  的路径集, 且  $A_1 = \{1, 2, 6, 10\}$ ,  $A_2 = \{3, 4, 7, 8, 11, 12\}$ ,  $A_3 = \{5, 9, 13, 14\}$ .

由式(4)可得, 第  $k$  条路径上的利润为

$$L_k(q) = R_k(q) - C_k^1(q_k) - C_k^2(q_k).$$

所以, 实例对应的利润网络图形见图 4.

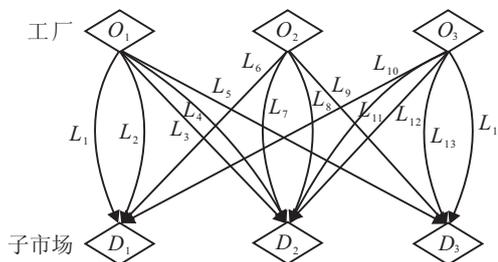


图 4 实例的利润网络图

由式(6)可得, 综合决策模型为

$$\begin{aligned} \max_{q \in R_+^{14}} L(q) = & \max_{q \in R_+^{14}} \left\{ \sum_{k \in A_1} \left[100 - \sum_{k \in A_1} q_k\right] q_k + \right. \\ & \sum_{k \in A_2} \left[120 - 2 \sum_{k \in A_2} q_k\right] q_k + \\ & \left. \sum_{k \in A_3} \left[110 - \sum_{k \in A_3} q_k\right] q_k - \right. \\ & \left. 2 \sum_{k=1}^5 (q_k^2 - 10q_k) - \sum_{k=6}^9 (q_k^2 - 16q_k) - \right. \\ & \left. \sum_{k=10}^{14} (q_k^2 - 12q_k) - 300 - \sum_{k=1}^{14} b_k q_k \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

由定理 3, 只需求出模型(7)的静态点即可. 利用 1stOpt1.5 软件得到模型(7)的一个近似解为

$$q^* = (6.3433, 0, 3.761, 1.7067, 3.489, 11.5431,$$

$$2.3578, 0, 4.8991, 1.8136, 0, 8.0245, 5.4619, 0).$$

所以, 各工厂的产量(单位: t)分别为

$$Q_1 = \sum_{k=1}^5 q_k = 15.3, \quad Q_2 = \sum_{k=6}^9 q_k = 18.8,$$

$$Q_3 = \sum_{k=10}^{14} q_k = 15.3.$$

各子市场的需求量、价格及其相应的收益见表 2 的综合决策部分, 垄断厂商的总利润为 1829.759 万元. 各路段上的运量见表 3 的综合决策部分.

表 2 两种决策方法下各子市场的需求量、价格与收益

市场	综合决策		
	$D_1$	$D_2$	$D_3$
需求量/t	19.7	15.85	13.8499
价格/(万元/t)	80.3	88.3	82.3002
收益/万元	1581.9	1399.56	1139.85
市场	传统决策		
	$D_1$	$D_2$	$D_3$
需求量/t	32.3	21.15	18.65
价格/(万元/t)	67.7	77.7	72.7
收益/万元	2186.7	1643.4	1355.9

表 3 两种决策方法下各弧段上的运输量安排

路段	运量/t	
	综合决策	传统决策
1	10.1043	22.7
2	5.1957	0
3	13.9009	25.7
4	4.899	0
5	7.2755	23.7
6	8.0245	0
7	17.8864	27.25
8	6.1188	0
9	1.8136	5.05
10	1.7067	0
11	8.9509	0
12	8.0245	0
13	4.889	0

### 2.2 利用传统决策模型

下面利用分别确定生产、定价计划和运输计划的传统方法确定上述问题的决策方案. 首先确定各厂的生产计划与各市场的分配量及价格, 模型为

$$\begin{aligned} \max L = & (100 - d_1)d_1 + (120 - 2d_2)d_2 + \\ & (110 - 2d_3)d_3 - (Q_1^2 - 10Q_1) - \\ & (Q_2^2 - 16Q_2) - (Q_3^2 - 12Q_3) - 300. \\ \text{s.t. } & \begin{cases} d_1 + d_2 + d_3 = Q_1 + Q_2 + Q_3; \\ d_j \geq 0, j = 1, 2, 3; \\ Q_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases} \end{aligned}$$

求解上述规划模型, 得到各工厂的产量(单位: t)分别为

$$Q_1 = 22.7, Q_2 = 25.7, Q_3 = 23.7.$$

各子市场的需求量、价格及其相应的收益见表 2 的传统决策部分. 在产销一定且平衡的条件下, 利用

运输问题的表上作业法可得运输方案为

$$q^* = (22.7, 0, 0, 0, 0, 4.55, 21.15, 0, 0, 5.05, 0, 0, 18.65, 0).$$

各路段上的运量见表 3 的传统决策部分, 厂商的总利润为 1584.2 万元.

实例表明, 利用综合决策模型比利用传统决策模型可以提高 15.50% 的利润. 由于传统决策在第 1 阶段忽略了运输成本, 使得各工厂的产量大于综合决策方法的产量. 反之, 综合决策方法把生产成本与运输成本及市场分配放在一个模型中进行综合决策, 虽然各工厂的产量偏低, 但各子市场的价格相对更高, 运输成本更低, 使得最终的利润更高.

### 3 结 论

本文针对垄断厂商具有多个工厂生产同种产品, 经过多个分配中心将产品运到多个子市场的三度价格歧视问题, 在需求函数、生产成本和运输成本已知的条件下, 利用利润网络图, 建立了同时考虑产品定价与运输问题的综合决策模型, 并在需求函数是凹函数, 运输成本和生产成本是凸函数的性质下, 探讨了解法的理论基础, 最后通过实例说明了如何利用模型确定厂商的最佳产量、运输方案和价格, 并与传统决策方法在提高利润率方面进行了比较. 然而, 需求函数、生产成本和运输成本均已知, 这是一种非常理想的状态, 不确定性才是更符合现实的经济管理活动. 因此, 作者将在如下两个方向作进一步的研究: 一是在需求和成本不确定, 即随机或模糊条件下, 针对上述问题作进一步的研究; 二是将单产品推广为多产品, 考虑存储费用的综合决策方法.

### 参考文献(References)

- [1] 唐小我, 马永开. 需求不确定情形下的产量和价格的确定[J]. 中国软科学, 2003(2): 62-67.  
(Tang X W, Ma Y K. Production determining and pricing under uncertain demand[J]. China Soft Science, 2003(2): 62-67.)
- [2] 余凌凌, 唐小我, 马永开. 需求不确定下三度价格歧视模型及算法[J]. 电子科技大学学报, 2004, 33(3): 319-321.  
(Yu L L, Tang X W, Ma Y K. Model of third-degree price discrimination in uncertain demand and simulation[J]. J of University of Electronic Science and Technology of China, 2004, 33(3): 319-321.)
- [3] 方国敏, 刘全. 基于风险偏好的随机需求三级价格歧视决策[J]. 统计与决策, 2012(15): 32-35.  
(Fang G M, Liu Q. Three-degree price discrimination decision of stochastic demand based on risk preference[J]. Statistics and Decision, 2012(15): 32-35.)

- [4] 滕颖, 唐小我. 具有网络外部效应的三度价格歧视研究[J]. 控制与决策, 2008, 23(3): 251-257.  
(Teng Y, Tang X W. Third-degree price discrimination with network externality[J]. Control and Decision, 2008, 23(3): 251-257.)
- [5] Layson S K. Third-degree price discrimination with interdependent demands[J]. J of Industrial Economics, 1998, 46(4): 511-524.
- [6] Lopez E J, Molina D J. Third-degree price discrimination: Apology not necessary[J]. Atlantic Economic J, 2010, 38(4): 383-397.
- [7] Ikeda T, Nariu T. Third-degree price discrimination in the presence of asymmetric consumption externalities[J]. J of Industry, Competition and Trade, 2009, 9(3): 251-261.
- [8] 王征, 胡祥培, 王旭坪. 带二维装箱约束的物流配送车辆路径问题[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(12): 2328-2341.  
(Wang Z, Hu X P, Wang X P. Vehicle routing problem in distribution with two-dimensional loading constraint[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2011, 31(12): 2328-2341.)
- [9] 刘建国. 多经销商竞争的整车物流联合运输策略[J]. 中国管理科学, 2011, 19(5): 58-63.  
(Liu J G. Strategy on combined transport of vehicle logistics for multi-franchisers competition[J]. Chinese J of Management Science, 2011, 19(5): 58-63.)
- [10] 张潜, 高立群, 刘雪梅, 等. 定位-运输路线安排问题的两阶段启发式算法[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 773-777.  
(Zhang Q, Gao L Q, Liu X M, et al. A two-phase heuristic approach to the location routing problem[J]. Control and Decision, 2004, 19(7): 773-777.)
- [11] 靳鹏, 左春荣, 杨善林, 等. 下料问题与运输问题联合优化建模[J]. 中国管理科学, 2013, 21(2): 91-97.  
(Jin P, Zuo C R, Yang S L, et al. Cutting stock problem and transportation problem collaboration optimization modeling[J]. Chinese J of Management Science, 2013, 21(2): 91-97.)
- [12] 黄敏, 崔妍, 林婉婷, 等. 带有费用折扣的多任务第4方物流路径优化问题[J]. 控制与决策, 2013, 28(7): 997-1001.  
(Huang M, Cui Y, Lin W T, et al. Multi-task fourth party logistics routing problem with cost discount[J]. Control and Decision, 2013, 28(7): 997-1001.)
- [13] Chandra P, Fisher M L. Coordination of production and distribution planning[J]. European J of Operational Research, 1994, 72(3): 503-517.
- [14] Melo R A, Wolsey L A. Optimizing production and transportation in a commit-to-delivery business model[J]. European J of Operational Research, 2010, 203(3): 614-618.
- [15] Koc U, Toptal A, Sabuncuoglu I. A class of joint production and transportation planning problems under different delivery policies[J]. Operations Research Letters, 2013, 41(1): 54-60.
- [16] Eksioglu S D, Romeijn H E, Pardalos P M. Cross-facility management of production and transportation planning problem[J]. Computers and Operations Research, 2006, 33(11): 3231-3251.
- [17] Rockafellar R T. Convex analysis[M]. Princeton: Princeton University Press, 1969: 25.
- [18] Stephen B, Lieven V. Convex optimization[M]. London: Cambridge University Press, 2004: 69.

(责任编辑: 李君玲)