

## 基于区间特性和变量软约束的模型预测控制算法

孙超<sup>a</sup>, 周湛鹏<sup>a</sup>, 郝晓辰<sup>a</sup>, 王美琪<sup>b</sup>, 刘彬<sup>b</sup>, 赵朋程<sup>b</sup>

(燕山大学 a. 电气工程学院, b. 信息科学与工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:** 针对传统的区间模型预测控制算法的性能指标函数设计复杂, 以及被控变量进入区间后稳态轨迹变化幅度大的缺点, 提出一种区间特性和变量软约束的模型预测控制算法. 该算法仅利用期望输出区间的上下限, 通过预测输出与区间的等式关系构造区间跟踪偏差项, 同时利用预测输出和操作变量的增量二次型构造变量软约束项, 减小区间内的稳态轨迹的变化幅度, 上述两项合称为软约束区间跟踪性能指标项. 以回转窑模型为被控对象进行仿真, 表明了算法的有效性.

**关键词:** 模型预测控制; 区间跟踪; 稳态轨迹; 软约束

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

### Model predictive control algorithm based on interval characteristic and variable soft constraint

SUN Chao<sup>a</sup>, ZHOU Zhan-peng<sup>a</sup>, HAO Xiao-chen<sup>a</sup>, WANG Mei-qi<sup>b</sup>, LIU Bin<sup>b</sup>, ZHAO Peng-cheng<sup>b</sup>

(a. School of Electrical Engineering, b. School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China. Correspondent: SUN Chao, E-mail: ioeysu@hotmail.com)

**Abstract:** As the disadvantages of cumbersome designing for the performance index function of the traditional zone model predictive control algorithm and steady state trajectories vary a lot after the controlled variable comes into the interval, a novel model predictive control algorithm is proposed based on interval characteristic and variable soft constraint. This algorithm only utilizes the desired output interval limits to construct the interval tracking bias term by an equivalent relation between the predictive output and the interval. The variable soft control term is constructed through the the quadratic form of increase of the prediction output controlled variable and operating variable, which contributes to reducing the range of steady-state track in the interval, then the above two are collectively referred to as zone tracking performance index based on variables soft constraint. The simulation experiment is carried out by taking the rotary kiln model as the controlled object, which validates the effectiveness of the proposed algorithm.

**Keywords:** model predictive control; range tracking; steady-state trajectory; soft constraint

## 0 引言

随着模型预测控制在石油、化工等实际生产中的广泛应用, 区间预测控制作为一种更加高级的算法越来越受到人们的重视<sup>[1]</sup>. 由于工业过程规模日益庞大与生产者对控制要求日益严格的矛盾, 生产工艺条件应该存在一定的柔性. 生产过程中常常放松对部分被控变量(CV)的要求, 给定其允许的期望输出区间, 通过考虑输入输出约束、期望区间以及操作变量(MV)与CV协调综合设计性能指标使CV控制在期望输出区间上的任意一点<sup>[2-3]</sup>, 增加系统自由度, 实现

无静差控制.

鉴于区间控制的这些优点, 近些年一些学者作了更深入的研究. 杜树新<sup>[4]</sup>将设定区间的上、下限作为控制设定值, 根据实时的反馈输出值动态调度所构成的两个设定值控制器, 确保CV在设定区间范围内. 邹涛等<sup>[5]</sup>提出了一种带有输出区域目标特性的预测控制算法, 将目标和约束条件划分为设定值控制和区域控制两种模式, 基于逻辑判断方法完成两种模式的切换. 但上述两个文献的本质是设定值控制, 并非严格意义上的区间控制. González等<sup>[6]</sup>设计了一种稳定的

收稿日期: 2014-08-18; 修回日期: 2014-11-11.

基金项目: 中国博士后科学基金项目(2012M520596); 河北省科学技术研究与发展计划科技支撑项目(12215616D); 河北省科技型中小企业技术创新项目(13C1303351010).

作者简介: 孙超(1983—), 男, 副教授, 从事模型预测控制算法、智能系统的研究; 周湛鹏(1988—), 男, 硕士生, 从事模型预测控制算法的研究.

区间 MPC 控制器, 该方法的代价函数中包含了输入输出的稳态经济目标, 但由于考虑了零值控制器, 不能达到局部最优. Lima 等<sup>[7]</sup>利用一种稳态区间可操作性方法设计了基于模型的约束控制器, 用来处理输入个数少于输出的多变量非方系统, 但会引起输入集合与输出集合的兼容性问题. Limon 等<sup>[8-9]</sup>通过使用名义预测输出、严格的约束和点到集合距离的概念作为偏差代价函数来实现区间控制. 王丁丁等<sup>[10]</sup>在代价函数中对于输出偏差选择不同的权重, 通过在线计算输出权重向量实现区间控制, 但是由于权重的频繁变化导致不同的线性控制器被激活, 增加了计算量, 不利于实时控制. Marchetti 等<sup>[11]</sup>使用无限时域的代价函数以得到稳定的区间控制, 使设定点成为控制问题中的附加变量, 并将其严格限制在区间的内部, 同时为确保控制优化问题可行, 在优化问题中引入适当的输出松弛变量, 使原本复杂的优化问题变得更加复杂.

上述预测控制只能将区域控制目标转化为系统的约束条件进行处理, 或者利用类设定值的方法实现区间控制, 同时性能指标函数设计复杂, 不能直接将期望区间作为控制目标设计优化问题. 虽然上述文献均设计了一系列目标函数以实现区间控制, 但是对于区间内部的稳态轨迹并没有实现优化, 可能导致其有较大范围的波动, 不利于生产条件的稳定. 鉴于此, 本文直接利用预测输出与区间的等式关系构造区间跟踪偏差项, 同时设计了变量软约束项减小区间内的稳态轨迹变化幅度, 提高系统的稳定性, 上述两项合称为基于区间特性和变量软约束的区间跟踪性能指标项. 以回转窑模型为被控对象进行仿真, 表明了所提出算法的有效性.

## 1 预测模型的建立

因为工业过程多为渐近稳定的过程, 所以可利用实际系统的阶跃响应系数作为预测模型<sup>[12]</sup>. 假设被控对象为一个  $m$  维输入  $n$  维输出的系统, 要求被控对象在信号激励作用之前处于稳态, 否则会影响测试结果的准确性. 依次在被控对象的输入端施加单位阶跃和单位脉冲信号, 记录每个输出开环响应直至趋于常数值, 获得被控对象的单位阶跃响应系数矩阵  $R$  和单位脉冲响应系数矩阵  $T$  如下:

$$R = [a_r^l]_{m \times n}, T = [g_r^l]_{m \times n},$$

$$l = 1, 2, \dots, n, r = 1, 2, \dots, m,$$

其中  $a_r^l$  和  $g_r^l$  分别为第  $r$  维输入对第  $l$  维输出的单位阶跃响应向量和单位脉冲响应向量. 假设被控对象受到未来  $M$  个连续控制增量的作用, 由卷积定理得到系统未来  $P$  步预测输出<sup>[13]</sup>, 有

$$\tilde{y}_l(k+j) = \tilde{y}_{l0}(k+j) +$$

$$\sum_{i=1}^{\min(M,j)} \sum_{r=1}^m a_{i,r}^l \Delta u_r(k+j-i), j = 1, 2, \dots, P. \quad (1)$$

进一步观察式(1), 可得到  $\tilde{y}$  与  $\Delta u$  的矩阵关系如下:

$$A = [A_{r,l}]_{m \times n},$$

$$A_{r,l} = \begin{bmatrix} a_{1,r}^l & & & & \\ a_{2,r}^l & a_{1,r}^l & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ a_{M,r}^l & a_{M-1,r}^l & \cdots & a_{1,r}^l & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ a_{P,r}^l & a_{P-1,r}^l & \cdots & a_{P-M+1,r}^l & \end{bmatrix},$$

其中  $A_{r,l}$  为由  $a_r^l$  组成的  $P \times M$  动态阶跃响应系数矩阵,  $l = 1, 2, \dots, n, r = 1, 2, \dots, m$ . 式(1)最终可以改写成向量形式为

$$\tilde{y}_{PM}(k) = \tilde{y}_{P0}(k) + A \Delta u_M(k). \quad (2)$$

其中:  $\tilde{y}_{PM}(k)$  为预测时域  $P$  步内  $n$  维预测输出;  $\tilde{y}_{P0}(k)$  为其预测初始值, 稳态启动时的初始值  $y_{P0}(k)$  取为零向量;  $\Delta u_M(k)$  为  $m$  维输入的未来  $M$  步控制增量. 式(2)的向量形式为

$$\tilde{y}_{PM}(k) = [\tilde{y}_{1,PM}(k) \cdots \tilde{y}_{n,PM}(k)]^T,$$

$$\tilde{y}_{l,PM}(k) = [\tilde{y}_l(k|k) \cdots \tilde{y}_l(k+P-1|k)]^T;$$

$$\tilde{y}_{P0}(k) = [\tilde{y}_{1,P0}(k) \cdots \tilde{y}_{n,P0}(k)]^T,$$

$$\tilde{y}_{l,P0}(k) = [\tilde{y}_{l0}(k|k) \cdots \tilde{y}_{l0}(k+P-1|k)]^T;$$

$$\Delta u_M(k) = [\Delta u_{1,M}(k) \cdots \Delta u_{m,M}(k)]^T,$$

$$\Delta u_{i,M}(k) = [\Delta u_i(k) \cdots \Delta u_i(k+M-1)]^T.$$

## 2 区间跟踪性能指标项的建立

一般设定值控制的目标函数分为预测输出与设定值的偏差项和 MV 软约束项<sup>[14-15]</sup>, 本文在该目标函数的基础上进行改进, 将设定值跟踪偏差项改为区间跟踪偏差项, 使 CV 能够跟踪期望区间. 为实现区间内稳态轨迹变化平稳, 在 MV 软约束项的基础上增添预测输出软约束项, 二者合称为变量软约束项. 本节将详细介绍区间跟踪偏差项和变量软约束项的构造方法, 并在理论上说明该设计方法的优势.

### 2.1 区间跟踪偏差项的设计

在概念上输出区间并不是输出约束, 输出约束是控制过程中必须满足的先决条件, 输出区间是 CV 期望区间, 可以暂时超出. 为保证 CV 能够跟踪期望区间, 现有算法一般利用区间权重或变量优化等方法设计性能指标, 使 CV 最终稳定在期望区间内部. 虽然这些方法都可以实现区间控制, 但是其性能指标中需要求解的优化变量个数明显多于设定值控制. 跟踪设定值的目标函数由预测输出与设定值偏差的平方和这一原理构成, 如果区间控制也利用这一原理, 则会大

大简化设计方法. 然而, 区间控制的目标值是一个区间数, 不能直接利用预测输出与区间直接相减构成的性能指标中的偏差项, 所以需要充分利用区间的特性来设计区间跟踪偏差性能指标. 具体设计过程如下.

利用预测输出与区间上下限的等式关系进行目标函数的构造, 区间跟踪偏差项性能指标设计见图 1. 图 1 中:  $y_H(k)$  和  $y_L(k)$  分别为  $k$  时刻系统期望区间的上下限,  $|y_H(k) - y_L(k)|$  为区间的宽度,  $\varepsilon$  为  $\tilde{y}_{PM}(k)$  超出区间的距离,  $\tilde{y}_{PM}(k)$  与  $y_H(k)$  和  $y_L(k)$  的距离分别表示为

$$dy_H(k) = |\tilde{y}_{PM}(k) - y_H(k)|, \quad (3)$$

$$dy_L(k) = |\tilde{y}_{PM}(k) - y_L(k)|. \quad (4)$$

如果预测输出在区间外, 则  $dy_H(k)$  与  $dy_L(k)$  的和等于  $|y_H(k) - y_L(k)|$  与两倍  $\varepsilon$  的和, 即

$$dy_H(k) + dy_L(k) = |y_H(k) - y_L(k)| + 2\varepsilon, \quad (5)$$

其中  $\varepsilon > 0$ . 若预测输出在区间内, 则  $dy_H(k)$  与  $dy_L(k)$  的和为  $|y_H(k) - y_L(k)|$ , 即

$$dy_H(k) + dy_L(k) = |y_H(k) - y_L(k)|. \quad (6)$$

当预测输出在区间内时, 预测输出与区间的距离为零,  $dy_H(k)$  与  $dy_L(k)$  的和也可以看作  $|y_H(k) - y_L(k)|$  与任意倍数的偏差  $\varepsilon$  的和, 该任意倍数取为  $\lambda$ , 即

$$dy_H(k) + dy_L(k) = |y_H(k) - y_L(k)| + \lambda\varepsilon, \quad (7)$$

其中  $\varepsilon = 0$ . 当  $\lambda = 2$  时, 式 (5) 与 (7) 可以统一写为 (5). 当  $\varepsilon > 0$  时, 表征  $\tilde{y}_{PM}(k)$  在区间外; 当  $\varepsilon = 0$  时, 式 (5) 也可以表示预测输出在区间内. 无论预测输出在区间内还是在区间外, 预测输出与区间的等式关系都可以用式 (5) 表示, 只需将条件改为  $\varepsilon \geq 0$ .

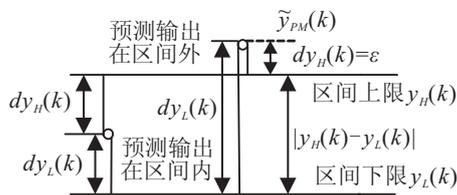


图 1 区间跟踪偏差项性能指标设计

因为  $\varepsilon$  为预测输出与区间的偏差, 利用式 (5) 的等式关系可以得出区间预测控制需要惩罚的偏差项, 加入权重构成区间跟踪偏差项为

$$J_1(k) = \left\| \frac{1}{2} (|\tilde{y}_{PM}(k) - y_H(k)| + |\tilde{y}_{PM}(k) - y_L(k)| - |y_H(k) - y_L(k)|) \right\|_Q^2, \quad (8)$$

其中  $Q = \text{diag}(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ ,  $Q_i = q_i I_{P \times P}$ . 当区间的上下限相等, 即  $y_H(k) = y_L(k)$  时, 式 (8) 演变为设定值控制的区间项, 由此可以看出设定值控制是区间控制的特例.

## 2.2 变量软约束项的设计

区间的作用是指, 当某 CV 进入区间后, 只要其预测值在区间内, 则滚动优化求解控制量时将不考虑该 CV 的轨迹变化, 所以传统的区间控制只能保证 CV 最终稳定在区间内部, 并没有对进入区间内部的 CV 进行优化. 如果被控对象是单入单出的, 则该项基本上不起作用, 但是对于多入多出系统, CV 进入区间后的稳态轨迹可能会由于控制的耦合关系导致其在区间内部变化幅度较大. 为此, 本文设计了预测输出软约束项, 规定稳态区间内部的 CV 轨迹为稳态轨迹, 通过最小化未来的预测输出增量达到优化稳态轨迹的目的.

将上述预测 CV 软约束项与 MV 软约束项合称为变量软约束项, 这样在求解控制量时不仅考虑了控制增量变化的剧烈程度, 而且抑制了区间内的轨迹波动, 达到稳态轨迹优化的效果. 为得到预测输出增量, 将式 (12) 中  $P$  个预测输出关系式依次两两相减得到预测输出增量, 有

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{y}_l(k+j|k) = & \Delta \tilde{y}_{l0}(k+j|k) + \\ & \sum_{i=1}^{\min(M,j)} \sum_{r=1}^m (a_{i,r}^l - a_{i,r-1}^l) \Delta u_r(k+j-i). \end{aligned} \quad (9)$$

为统一和简化形式, 引入系数向量  $a_{i,0}^l = [0, 0, \dots, 0]^T$ , 又由单位阶跃响应系数与单位脉冲响应系数之间的关系  $a_{i,r}^l = \sum_{k=1}^i g_{k,r}^l$ , 可以得到  $g_{i,r}^l = a_{i,r}^l - a_{i,r-1}^l$ . 同时利用  $\Delta \tilde{y}_l$  与  $\Delta u$  的关系得到动态脉冲矩阵

$$G = [G_{r,l}]_{m \times n},$$

$$G_{l,i} = \begin{bmatrix} g_{i,1}^l & & & \\ g_{i,2}^l & g_{i,1}^l & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{i,M}^l & g_{i,M-1}^l & \cdots & g_{i,1}^l \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{i,P}^l & g_{i,P-1}^l & \cdots & g_{i,P-M+1}^l \end{bmatrix}.$$

故预测输出增量的矩阵形式为

$$\Delta \tilde{y}_{PM}(k) = \Delta \tilde{y}_{P0}(k) + G \Delta u_M(k). \quad (10)$$

其中:  $\Delta \tilde{y}_{PM}(k)$  为需要抑制的预测输出增量,  $\Delta \tilde{y}_{P0}(k)$  为预测初值的输出增量. 最终加入权重与 MV 软约束项共同构成变量软约束项, 表示为

$$J_2(k) = \|\Delta \tilde{y}_{PM}(k)\|_A^2 + \|\Delta u_M(k)\|_R^2. \quad (11)$$

其中

$$A = \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_m), \quad A_i = \lambda_i I_{M \times M};$$

$$R = \text{diag}(R_1, R_2, \dots, R_m), \quad R_i = r_i I_{M \times M}.$$

### 2.3 区间跟踪的性能指标

为使预测值尽可能平稳地跟踪设定区间, 利用式(10)和(11)共同构成如下目标函数:

$$J(k) = \left\| \frac{1}{2} (|\tilde{y}_{PM}(k) - y_H(k)| + |\tilde{y}_{PM}(k) - y_L(k)| - |y_H(k) - y_L(k)|) \right\|_Q^2 + \|\Delta\tilde{y}_{PM}(k)\|_A^2 + \|\Delta u_M(k)\|_R^2;$$

s.t.  $u_{\min} \leq u_M(k) \leq u_{\max},$

$$\min(u_{j,\min} - u(k), \Delta u_{j,\min}) \leq \Delta u_{j,PM}(k) \leq \min(u_{j,\max} - u(k), \Delta u_{j,\max}). \quad (12)$$

其中:  $q_i$ 、 $\lambda_i$  和  $r_i$  为区间跟踪偏差项、预测输出软约束项与控制量软约束项的比例系数, 其作用是调整三项在目标函数的比重, 以达到优化控制输出曲线的目的; 两个约束项是对 MV 和 MV 增量的约束, 是对实际系统的硬约束。

### 3 变量软约束区间跟踪 MPC 算法

假设一个  $m$  维输入  $n$  维输出的渐近稳定被控对象在控制初始阶段处于稳态, 针对此被控对象, 使用本文设计的区间跟踪性能指标结合 DMC 算法<sup>[16-17]</sup>, 按照状态的初始化、预测初值的更新和控制增量的求解 3 部分给出基于区间特性和变量软约束的区间跟踪 MPC 算法, 简称变量软约束区间跟踪 MPC (VSCRTMPC) 算法。

#### 3.1 算法概述

VSCRTMPC 算法可以分为系统状态的初始化、预测初值的更新和控制增量的求解。由于已经假设系统初始阶段处于稳态, 控制增量和预测初值全部为 0, 设反馈校正阶段用到的预测输出校正向量和移位矩阵分别为

$$H = [1, 1, \dots, 1]_{(P \times n) \times 1};$$

$$S = [S_1, S_2, \dots, S_n]^T, S_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \\ \vdots & \ddots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

状态初始化后, 被控对象在初始控制增量  $\Delta u(k)$  的作用下得到一组系统实际输出值  $y(k)$ , 通过反馈校正, 移位后得到  $\tilde{y}_{P0}(k)$ , 其为下一时刻预测初值。采用序列二次规划 (SQP)<sup>[18]</sup> 算法, 将求解式(12)得到的控制量作用于被控对象。整个控制流程按照上述步骤反复在线进行, 最终使系统稳定在期望区间内。

#### 3.2 算法的改进分析

SQP 算法通过求解 QP 子问题和根据选取的效益函数, 求得相应的搜索方向和最优步长, 并应用

BFGS 更新 Hessian 矩阵, 直至搜索出满足终止条件的最优解。在搜索最优解的过程中, 矩阵的维数大小直接关系到计算的复杂程度, 通过观察区间跟踪偏差项可知

$$J_1(k) = \left\| \frac{1}{2} (|\tilde{y}_{P0}(k) + A\Delta u_M(k) - y_H(k)| + |\tilde{y}_{P0}(k) + A\Delta u_M(k) - y_L(k)| - |y_H(k) - y_L(k)|) \right\|_Q^2.$$

传统的设定值跟踪目标项为

$$J_{\text{trad}} = \|\tilde{y}_{P0}(k) + A\Delta u_M(k) - y_{qu}(k)\|_Q^R,$$

其中  $y_{qu}(k)$  为区间内需要求解的参考轨迹变量。用 Co 表示需要求解的变量维数, 有

$$\text{Co}(J_1) = n \times M, \text{Co}(J_{\text{trad}}) = n \times M + m_q \times P,$$

$m_q$  为采用区间控制的 CV 个数。由于  $\text{Co}(J_{\text{trad}}) - \text{Co}(J_1) = m_q \times P > 0$ , 一般工业工程中预测步数较大, 改进算法目标函数求解的变量个数远少于传统的目标函数。BFGS 修正公式

$$B_{k+1} = B_k - \frac{B_k s_k s_k^T B_k}{s_k^T B_k s_k} + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k}$$

的维数与求解变量的维数相等。其中

$$s_k = x_{k+1} - x_k, y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k).$$

$B_k$  矩阵维数越大, 搜索所需要时间越长, 所以该目标函数的求解时间比传统的区间控制求解有很大优势。

### 4 算法验证

为了验证本文设计目标函数的有效性, 选取某公司二线水泥回转窑的数学模型作为被控对象进行实验分析, 其 CV 选为回转窑窑尾的氮氧化物 ( $\text{NO}_x$ ) 含量和一氧化碳 (CO) 含量, MV 选为高温风机转速和窑头喂煤量。由于回转窑的烧成带温度对水泥的烧成质量起着至关重要的作用, 该温度需要严格控制在设定值上, 不能直接测量, 用  $\text{NO}_x$  含量作为第 1 个 CV 间接反映烧成带温度。由于窑尾 CO 含量只要控制在一定范围内均可以表示窑头的喂煤充分燃烧, 只需要将其作为第 2 个 CV 控制在指定的期望区间内即可。

工业现场中, 喂煤量的操作范围在 8.6~9.4 t/h 之间, 高温风机转速在 760~830 rpm 之间, CO 含量理想区间为 0%~0.3%,  $\text{NO}_x$  含量需控制在 601 ppm, 同时 CO 和  $\text{NO}_x$  含量也可根据工艺需求随时改变设定区间和设定值的大小。该回转窑的过程增量模型在工作点附近可以近似为线性模型, 现场数据采样时间为 10 s, 采集数据的 DCS 设备如图 2 所示。根据所得数据, 经过多次不同阶跃信号输入辨识, 得到动态模型参数如表 1 和表 2 所示。

由表 1 和表 2 可以得到两入两出的传递函数矩阵模型为



图 2 现场 DCS 设备

表 1 NO<sub>x</sub> 排放线性动态模型参数

操作变量	高温风机	喂煤量
阶跃输入	2~3.9	3~4.2
比例系数 $K$	0.12	-0.47
时间常数 $T/s$	42	60
延迟时间 $\tau/s$	8	18
NO <sub>x</sub> 初值/ppm	600	610

表 2 CO 排放线性动态模型参数

操作变量	高温风机	喂煤量
阶跃输入	2~3.9	3~4.2
比例系数 $K$	-7.82	8.6
时间常数 $T/s$	20	89
延迟时间 $\tau/s$	8	16
NO <sub>x</sub> 初值/ppm	0.4	0.31

$$G_U(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.12e^{-8s}}{42s + 1} & \frac{-0.47e^{-18s}}{60s + 1} \\ \frac{-7.82e^{-8s}}{20s + 1} & \frac{8.6e^{-16s}}{89s + 1} \end{bmatrix}$$

过程参数设计如下: 记喂煤量增量为  $\Delta u_1$ , 约束范围为  $[-0.2, 0.2]$ , 高温风机转速增量为  $\Delta u_2$ , 约束范围为  $[-2, 2]$ , CO 和 NO<sub>x</sub> 含量分别为  $y_1$  和  $y_2$ . 采样时间取为 20s, 预测时域为系统阶跃响应渐近稳定的时域, 经测试可得预测步数为 24, 控制步数可取 10. CO 含量上下限分别为 0.3 和 0, 初值为 0.4, NO<sub>x</sub> 含量设定值为 601.8, 初值为 600. 目标函数中的权重参数  $q_i = 1, \lambda_i = 1, r_1 = 0.05, r_2 = 0.01$ .

实验对比验证如下: 从设计的过程看, 本文比文献 [11] 的目标函数的复杂程度低, 且需要求解的优化变量个数较少, 在仿真中通过算法求解时间和迭代次数比较来表明该优点; 变量软约束项的作用是通过对比 CV 进入区间后的稳态轨迹的变化幅度大小, 表明该项抑制稳态轨迹波动的有效性. 两种算法的目标函数求解均利用 SQP 方法, 仿真对比结果如图 3 和图 4 所示.

#### 4.1 目标函数算法的复杂度

实验通过记录每个采样周期内调用 SQP 算法所需时间和每次求解目标函数的循环迭代次数来对比两种目标函数设计复杂度. 图 3 中, 纵坐标代表每个采样周期调用 SQP 算法所需时间, 本文方法和文献 [11] 的求解时间标注分别用 VSCRTMPC 和 liter11 表示. 开始求解两种目标函数时, 二者时间都较长, 这是由于在初始阶段, 计算机为程序分配内存需要一部分时间, 但本文方法在求解时间上仍然有很大优势; 随着

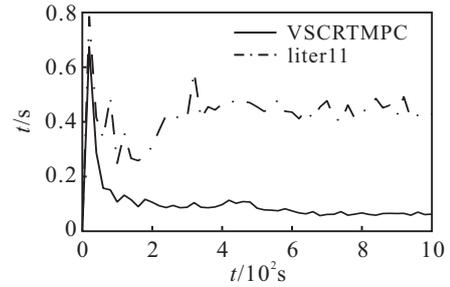


图 3 两种控制方法的求解时间曲线

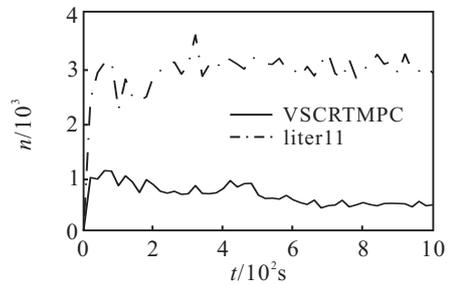


图 4 两种控制方法的迭代次数

时间推移, 二者时间有所下降, 然而基于 VSCRTMPC 求解目标函数时, 时间下降得更快, 最终稳定在 0.1s 附近, 文献 [11] 在求解上虽然也有减小, 但是幅度较小, 最后在 0.4s 上下范围内波动. 这是由于在此段时间内, 计算的时间大部分用来求解变量, 说明优化问题中优化变量个数越少, 求解时间便更短.

由图 4 可以看出, 在迭代次数上, 利用 SQP 求解 VSCRTMPC 设计的目标函数时, 每次搜索迭代次数从一开始的 1000 下降到 500 左右, 文献 [11] 基本稳定在 3000 左右浮动, 这是由于求解的变量个数减少, 迭代较少的次数便可以使目标函数值达到最小. 所以本文从求解时间和迭代次数两方面验证了上述分析中算法复杂度较低, 即目标函数设计简便.

#### 4.2 抑制稳态轨迹波动

通过如图 5 所示的控制平台进行验证.

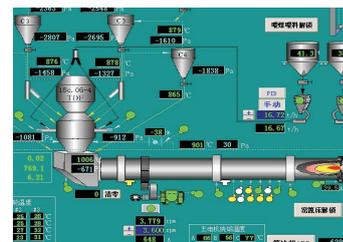


图 5 窑尾控制平台界面

由图 6 可见, 设定值经过 3 次变化两种方法都能很好地跟踪设定值, 二者曲线基本重合, 表明改进的目标函数不影响原有的设定值控制. 由图 7 可见, 设定区间经过 3 次变化, 两种控制方法最终都能稳定在期望区间的内部或者边界, 但是 VSCRTMPC 方法的 CO 含量在进入区间后变化幅度明显小于 liter11. 由于区间大小的突然变化, 文献 [11] 进入区间后波动频

繁,最终稳定在某一数值左右. VSCRTMPC 算法的变量曲线波动较小,使整个控制过程更加稳定. 所以变量软约束项的引入能够起到抑制 CV 在区间内波动的作用.

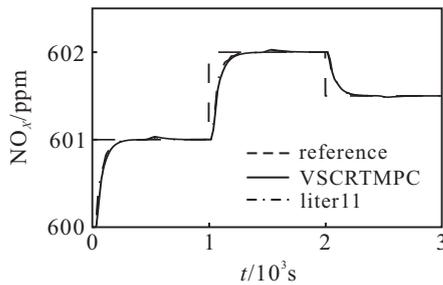


图 6 两种控制方法的  $\text{NO}_x$  含量变化曲线

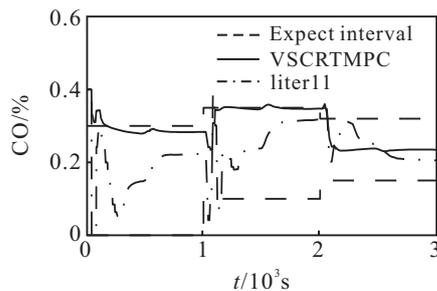


图 7 两种控制方法的 CO 变化曲线

## 5 结 论

本文针对传统的区间预测控制算法设计复杂和区间内稳态轨迹变化幅度大的缺点,提出了一种软约束区间预测控制算法. 相比其他文献设计的区间控制目标函数,本文根据区间与预测输出的等式关系构造区间跟踪项,不仅大大减小了设计的繁琐程度,而且降低了求解优化变量的维数,减少了运算求解时间. 通过最小化预测输出增量设计的变量软约束项可以减小 CV 变化幅度,优化区间内的稳态轨迹. 仿真结果表明,改进的性能指标函数可以有效解决区间控制的上述问题,提高控制器性能.

## 参考文献(References)

- [1] Qin S J. A survey of industrial model predictive control technology[J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(7): 733-764.
- [2] Ferramosca A, Limon D. MPC for tracking zone regions[J]. *J of Process Control*, 2010, 20(4): 506-516.
- [3] Rishi Amrit, James B Rawlings, David Angeli. Economic optimization using model predictive control with a terminal cost[J]. *Annual Reviews in Control*, 2011, 35(2): 178-186.
- [4] 杜树新. 工业废水 pH 值的智能区间控制[J]. *仪器仪表学报*, 2004, 25(2): 202-204.  
(Du S X. Set range intelligent controller for ph neutralization of industrial wastewater[J]. *Chinese J of Scientific Instrument*, 2004, 25(2): 202-204.)
- [5] 邹涛, 李少远. 带有输出区域控制目标特性的多变量预测控制算法[J]. *控制与决策*, 2005, 20(2): 203-206.  
(Zou T, Li S Y. Multi-variable predictive control with output zone goals[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(2): 203-206.)
- [6] González A H, Odloak D. A stable MPC with zone control[J]. *J of Process Control*, 2009, 19(1): 110-122.
- [7] Lima F V, Georgakis C. Design of output constraints for model-based non-square controllers using interval operability[J]. *J of Process Control*, 2008, 18(6): 610-620.
- [8] Alvarado I, Limon D. Output feedback Robust tube based MPC for tracking of piece-wise constant references[C]. *Proc of the 46th IEEE Conf on Decision and Control*. New Orleans: IEEE, 2007: 12-14.
- [9] Ferramosca A, Limon D. Robust MPC for tracking zone regions based on nominal predictions[J]. *J of Process Control*, 2012, 22(10): 1966-1974.
- [10] 邹涛, 王丁丁. 从区间模型预测控制到双层结构模型预测控制[J]. *化工学报*, 2013, 64(12): 4474-4483.  
(Zou T, Wang D D. From zone model predictive control to double-layered model predictive control[J]. *J of Chemical Industry and Engineering*, 2013, 64(12): 4474-4483.)
- [11] González A H, Marchetti J L, Odloak D. Robust model predictive control with zone control[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2009, 3(1): 121-135.
- [12] Limon D, Alvarado I, Alamo T, et al. MPC for tracking of piece-wise constant references for constrained linear systems[J]. *Automatica*, 2008, 44(9): 2382-2387.
- [13] Wang Guicheng, Ma Jinjin, Zhang Min. Model predictive control for fermentation process[C]. *The 25th Chinese Control and Decision Conf*. Guiyang: IEEE, 2013: 4445-4449.
- [14] Ferramosca A, Limon D, Alvarado I, et al. MPC for tracking with optimal closed-loop performance[J]. *Automatica*, 2009, 45(8): 1975-1978.
- [15] Jiang T, Yin D, Li D, et al. Circulating fluidized bed coal-saving optimization control method[C]. *Intelligent Computing for Sustainable Energy and Environment*. Berlin: Springer Heidelberg, 2013: 303-312.
- [16] Shen Wenhao, Chen Xiaoquan, Pons M N, et al. Model predictive control for wastewater treatment process with feedforward compensation[J]. *Chemical Engineering J Volume*, 2009, 155(1/2): 161-174.
- [17] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993: 49-58.  
(Xi Y G. Predictive control[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1993: 49-58.)
- [18] Zhu Xiaojing, Pu Dingguo. A restoration-free filter SQP algorithm for equality constrained optimization[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2013, 219(11): 6016-6029.

(责任编辑: 郑晓蕾)