

基于贡献率的离散 Hopfield 结构优化

乔俊飞¹, 李 荣^{1,2}, 韩红桂¹

(1. 北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124; 2. 北京农业职业学院 信息技术系, 北京 102442)

摘要: 针对离散 Hopfield 神经网络 (DHNN) 结构复杂的问题, 提出一种基于贡献率的结构优化算法. 该算法利用奇异值分解方法对连接权值进行设计, 进而利用贡献率的方法对 DHNN 进行结构优化. 优化后的网络降低了 DHNN 结构的复杂程度, 使网络具有类似生物神经网络的稀疏结构, 实现了 DHNN 网络结构的优化. 最后, 通过水质评价和数字识别对该算法进行验证, 表明了所提出算法的有效性和可行性, 同时, 还验证了其对于大规模 DHNN 的有效性和适用性.

关键词: 离散 Hopfield; 结构优化; 连接权值; 贡献率

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Structure optimization of discrete Hopfield based on contribution rate

QIAO Jun-fei¹, LI Rong^{1,2}, HAN Hong-gui¹

(1. School of Electric Information and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. Department of Information Technology, Beijing Vocational College of Agriculture, Beijing 102442, China.

Correspondent: LI Rong, E-mail: liron0602@sina.com)

Abstract: To solve the problem of complex structure for the discrete Hopfield neural network(DHNN), a structural optimization algorithm based on the contribution rate is proposed. The singular value decomposition method is used to design the connection weights. On the basis of the design, the contribution rate method is adopted to prune the connection weights. The structural complexity of the DHNN is reduced after structure optimization, and it makes the DHNN with sparse network structure which is similar to biological neural network realize the structure optimization. Finally, the water quality evaluation and digital recognition are used to verify the effectiveness and feasibility of the structural optimization algorithm, and also demonstrate the effectiveness and applicability of the proposed algorithm for large scale DHNN.

Keywords: discrete Hopfield; structure optimization; connection weights; contribution rate

0 引 言

离散 Hopfield 神经网络 (DHNN)^[1,2]是 1982 年由美国物理学家 Hopfield 提出的一种单层反馈神经网络. DHNN 是一种离散非线性动力学系统, 具有全连接反馈型的网络结构和联想记忆功能, 已广泛地应用于各个领域, 如: 图像分类^[3]、汉字识别^[4]、混合光谱分解^[5]、最大切割问题^[6]、旅行商问题^[7]等.

DHNN 是一种全连接的反馈神经网络, 网络结构比较复杂, 对于有 n 个神经元的 DHNN, 网络的连接权值将有 n^2 个. 由此可见, 随着神经元个数的增加, DHNN 的连接权值急剧增加, 网络结构的复杂程度也

会随之增加, 这样不利于建立大规模 DHNN. 同时, 由于生物神经网络是稀疏的网络结构, 全连接的网络结构有悖于实际的生物神经网络结构, 对 DHNN 网络结构的优化已引起了神经网络学者的关注. Oshima 等^[8]研究了网络结构对网络性能的影响, 对小世界网络、WS 模型^[9]等的存储能力和恢复时间进行了对比, 结果表明简化后的网络性能会降低. Bohland 等^[10]指出, 网络的连接方式会影响网络的性能, 采用一部分连接代替全连接, 可以具有一定的恢复性能, 但是不具备完全恢复的能力. Brot 等^[11]采用阈值自动机框架对 DHNN 的边缘连接权值进行增加和删除, 但是并

收稿日期: 2014-08-26; 修回日期: 2015-01-07.

基金项目: 国家自然科学基金杰出青年项目(61225016); 国家自然科学基金项目(61034008, 61203099); 北京市科技计划课题(Z141100001414005); 北京市科技专项课题(Z141101004414058); 北京市科技新星计划项目(Z131104000413007); 北京市教育委员会科研计划项目(KZ201410005002, KM201410005001).

作者简介: 乔俊飞(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、智能信息处理等研究; 李荣(1981—), 女, 博士生, 从事神经网络结构设计、智能信息处理的研究.

未涉及网络内部的连接权值. Stauffer等^[12]对 DHNN增加了新的神经元,将新增神经元与原有神经元进行稀疏连接,并对模式数量与网络性能之间的关系进行了说明,但增加神经元的网络恢复性能不太理想. Morelli等^[13]研究了一种网络拓扑结构,更接近于生物神经网络的稀疏结构,该网络恢复一个记忆模式即达到饱和,无法对多个存储信息进行恢复.由已有的研究成果可知,现有的结构优化模型的性能明显低于全连接的网络结构.主要原因是 DHNN为单层的反馈网络,对网络结构的优化主要采用对网络的连接权值进行修剪的方法.连接权值是通过学习算法和目标状态确定,存储着目标状态信息, DHNN的连接权值对网络性能起着重要作用.修剪一部分连接权值可以简化网络结构,但也会丢失一部分存储信息,直接影响到 DHNN 的网络性能.

鉴于以上问题,本文提出一种基于贡献率的 DHNN 结构优化算法,使优化后的 DHNN 降低网络结构的复杂程度,具有类似于生物神经网络的稀疏结构,同时使其保持全连接网络结构的性能.本文利用奇异值分解方法对学习算法进行设计,并在此基础上利用贡献率的方法对不重要的连接权值进行删除,对网络结构进行优化,使优化后的 DHNN 达到一种稀疏的网络结构.最后,将该结构优化算法进行实验验证,所得结果表明了该算法的有效性和可行性.

1 DHNN 全连接模型

DHNN 具有全连接的反馈网络结构,如图 1 所示. DHNN 在输入目标状态(训练样本)时,目标状态信息通过学习算法存储在 DHNN 的连接权值中,成为网络的稳定点.当输入测试样本时,网络从初始状态开始进行演化,并逐渐收敛到网络稳定点,即相应的目标状态.

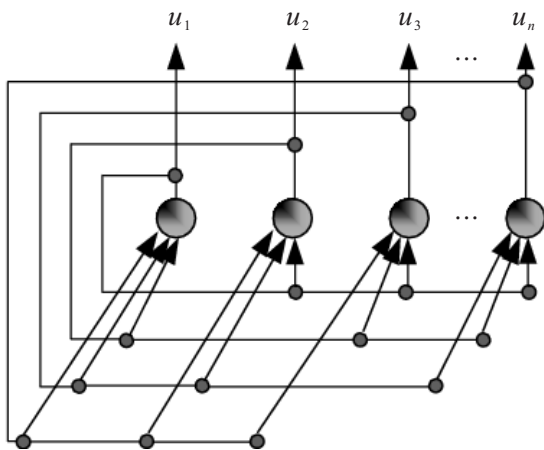


图 1 DHNN 全连接模型

假设 DHNN 有 n 个神经元,每个神经元都将其输出通过连接权值传递到其他神经元,同时每个神经

元又接收到其他神经元传来的信息.每个神经元具有 $+1$ 和 -1 两种状态,分别表示激活和抑制状态.

在 DHNN 中,每个神经元具有相同的功能,在 t 时刻,第 i 个神经元的状态用 $u_i(t)$ 表示.神经元之间的信息传递依靠连接权值,神经元 i 与神经元 j 之间的连接权值定义为 w_{ij} .因每个神经元的状态是将其其他神经元反馈作为输入,故 $t+1$ 时刻第 i 个神经元的状态 $u_i(t+1)$ 可表示为

$$u_i(t+1) = f\left(\sum_{j=1}^n w_{ij}u_j(t)\right), \quad (1)$$

其中 $f(\cdot)$ 为激励函数.由于 DHNN 的输出只有 $+1$ 和 -1 两种状态,在此激励函数采用如下符号函数:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases} \quad (2)$$

于是, $t+1$ 时刻, DHNN 的第 i 个神经元的输出 $u_i(t+1)$ 为

$$u_i(t+1) = \begin{cases} 1, & \sum_{j=1}^n w_{ij}u_j(t) \geq 0; \\ -1, & \sum_{j=1}^n w_{ij}u_j(t) < 0. \end{cases} \quad (3)$$

由于每个神经元具有相同的功能,网络的运行可以采用矩阵的形式.所有神经元的输出构成 DHNN 的状态向量 U ,可以表示为

$$U = [u_1, u_2, \dots, u_n]. \quad (4)$$

整个网络在 t 时刻的状态用 $U(t)$ 表示,则 DHNN 在 t 时刻的网络状态可以表示为

$$U(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]. \quad (5)$$

整个网络在 $t+1$ 时刻的输出状态为

$$U(t+1) = f(WU(t)), \quad (6)$$

其中 W 是连接权值矩阵.

2 DHNN 结构优化

DHNN 的结构优化,主要是针对连接权值进行优化,通过对连接权值的设计,删除不重要的连接权值,从而使 DHNN 的网络结构实现优化. DHNN 结构优化主要包括两个部分: DHNN 结构优化模型的建立和结构优化算法的实现.

2.1 DHNN 结构优化模型

DHNN 的结构优化主要针对连接权值进行优化,将 DHNN 中不重要的连接权值删除,如图 2 所示.其中:虚线表示要删除的连接权值,实线表示保留的连接权值.

由于本文选取的 DHNN 是对称的网络结构,为了保持网络的稳定性,删除其中的一个连接权值时,

其对称位置的连接权值也将删除. 例如, 神经元 1 与神经元 n 之间的连接权值为 w_{1n} , 当删除 w_{1n} 时, 因 $w_{1n} = w_{n1}$, 所以 w_{n1} 也将被删除, 如图 2 所示.

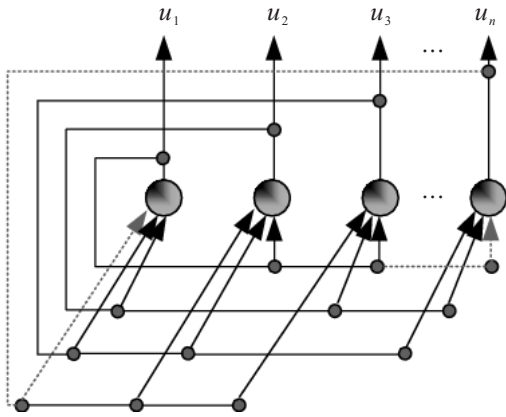


图 2 DHNN 结构优化示意图

2.2 DHNN 结构优化算法

DHNN 的目标状态通过学习算法将其存储在连接权值中, 连接权值一经确定不再改变, 测试样本通过网络演化逐渐收敛到某个稳定点. 连接权值在 DHNN 的运行演化中起着重要的作用, 设计学习算法以确定合适的连接权值至关重要.

DHNN 的连接权值存储了目标状态的信息. 对于有 n 个神经元的 DHNN, 每个神经元对应 n 个连接权值, 存储着相应的信息. 每个神经元中有一部分连接权值存储着较少的信息, 即对输出的贡献较小, 删除这些贡献较小的连接权值可以简化 DHNN 网络结构, 降低网络结构的复杂程度, 实现网络结构优化. 因此, 本文利用奇异值分解的方法对 DHNN 的连接权值进行设计, 在此基础上利用贡献率的方法修剪连接权值.

假设有 k 个目标状态, 定义为 T_1, T_2, \dots, T_k , 这些目标状态将通过学习算法存储在连接权值中. 首先, 将目标状态分别转化为 DHNN 可识别的离散值; 然后, 将转化后的 k 个目标状态存储在矩阵 H 中, H 包含了所有的目标状态, 即网络的稳定点. 令

$$H = [T_1^T, T_2^T, \dots, T_k^T]. \quad (7)$$

为了满足对 DHNN 结构优化的需要, 利用奇异值分解的方法提取矩阵 H 中的重要信息. 奇异值分解可以将较为复杂的矩阵用小矩阵来描述其重要特性. 利用奇异值分解的方法对式 (7) 进行分解, 有

$$H = PVQ^T. \quad (8)$$

其中: P 、 Q 为两个正交的矩阵, V 为伪对角矩阵.

P 中的向量为 H 的奇异向量, 保留了 H 中的重要信息. 为了保证测试样本最终收敛到稳定点, 设计 T_1, T_2, \dots, T_k 为网络的稳定点. 在这里定义对角矩阵 D 为

$$D = \text{diag}[d_1, d_2, \dots, d_n]. \quad (9)$$

其中: $d_i \geq 0$ 为设定的特征值, $i = 1, 2, \dots, n$.

为了保证连接权值的对称性, 设计 DHNN 的连接权值矩阵为

$$W = PDP^T. \quad (10)$$

通过奇异值分解方法得到连接权值矩阵 W . 由于每个神经元的输入是由多个输入组成的, 每个连接权值中存储的目标状态信息不同, 每个连接权值对神经元的最终输出的贡献也有所不同. 本文利用贡献率的方法修剪连接权值. 针对每个神经元, 将其贡献较小的连接权值删除, 保留剩余连接权值. DHNN 的贡献率定义为 l , 第 i 个神经元的贡献率可以表示为

$$l_i = \frac{|w_{ij}|}{\sum_{j=1}^n |w_{ij}|}. \quad (11)$$

在这里定义贡献率参数 e , e 为常数, $0 \leq e < 1$. 针对第 i 个神经元, 设定参数 e , 当贡献率 $l_i \leq e$ 时, 删除此时对应的连接权值 w_{ij} , 即令 $w_{ij} = 0$, 同时删除对应的 w_{ji} ; 当贡献率 $l_i > e$ 时, w_{ij} 保留, 相应的 w_{ji} 也不变. 具体的实现如下:

$$w_{ij} = \begin{cases} w_{ji} = 0, & l_i \leq e; \\ w_{ji} \text{ (保持不变)}, & l_i > e. \end{cases} \quad (12)$$

可以通过设定不同的 e 值来删除连接权值, e 值越大删除的连接权值越多, DHNN 的结构变化越大. 当删除的连接权值过多时, DHNN 将丢失过多的信息而不具有全连接 DHNN 的性能.

通过奇异值分解方法对 DHNN 学习算法进行设计, 得到 DHNN 的连接权值, 将目标状态的信息存储到连接权值矩阵 W 中. 利用贡献率的方法对 DHNN 的连接权值进行修剪, 对贡献率较小的连接权值进行删除, 从而可降低网络结构的复杂程度, 实现 DHNN 的网络结构优化.

3 实验与分析

为了验证基于贡献率的 DHNN 结构优化算法的可行性和有效性, 本文选取两个实验进行验证: 实验 1 以水质评价为例验证 DHNN 结构优化算法的可行性和有效性; 实验 2 以数字识别为例验证对于大规模 DHNN 的有效性和适用性.

3.1 实验 1

水质评价可以准确地反映出水环境的质量和污染状况, 是水环境管理的基础工作之一. 水质评价对我国水环境的治理有着重要的作用, 文献 [14-15] 提出了水环境治理的重要性. 由于 DHNN 已广泛应用于各类水质评价中, 本文选取水质评价进行验证.

水质评价标准由溶解氧、BOD₅、COD、非离子氨、大肠菌群、挥发酚、氟化物、铬(六价)确定,根据评价指标将水质分为5个等级,如表1所示.

表1 水质评价标准

指标	I	II	III	IV	V
溶解氧/(mg/l)	7.5	6	5	3	2
BOD ₅ /(mg/l)	<3	3	4	6	10
COD/(mg/l)	2	4	8	10	15
非离子氨/(mg/l)	0.02	0.02	0.02	0.2	0.2
大肠菌群/(个/l)	200	1000	2000	5000	10000
挥发酚/(mg/l)	0.002	0.002	0.005	0.01	0.1
氟化物/(mg/l)	<1.0	1.0	1.0	1.5	1.5
铬(六价)/(mg/l)	0.01	0.05	0.05	0.05	0.1

根据表1中的评价标准,将水质评价标准进行离散化^[16].以第I类评价标准为例,达到第I类评价标准的用+1表示,未达到第I类评价标准的用-1表示.因此,第I类评价标准可以表示为

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

为了直观地表示,将离散化的水质评价标准用图3表示.其中:“■”表示达到相应的评价标准,“☆”表示未达到相应的评价标准.

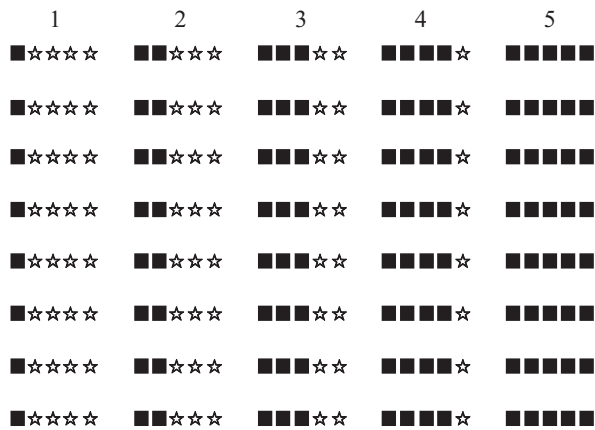


图3 评价标准示意图

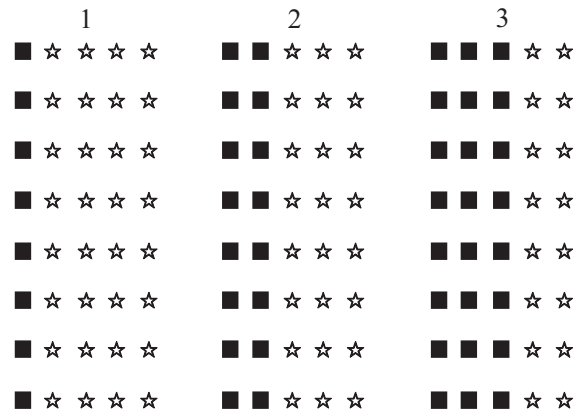
利用DHNN结构优化算法将水质评价标准作为目标状态存储到网络中,得到相应的连接权值.利用贡献率方法删除各个神经元中不重要的连接权值,得到稀疏的网络结构.以某监测点的实测数据为例进行

测试,如表2所示,所得结果验证了该结构优化算法的有效性和可行性.

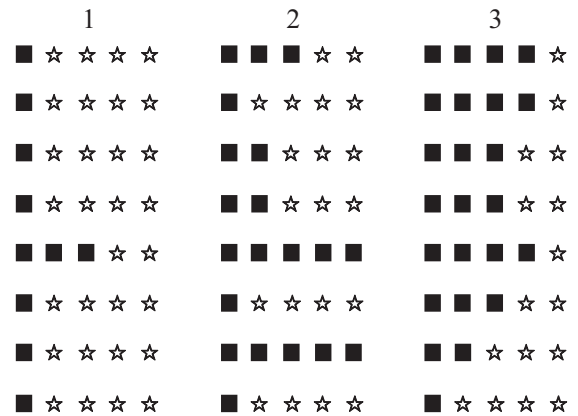
表2 实测数据

指标	1	2	3
溶解氧/(mg/l)	8.9	5.0	3.5
BOD ₅ /(mg/l)	0.6	2.8	6.0
COD/(mg/l)	1.2	4.6	8.1
非离子氨/(mg/l)	0.013 2	0.023	0.05
大肠菌群/(个/l)	2390	12000	5000
挥发酚/(mg/l)	0.001	0.001	0.005
氟化物/(mg/l)	0.138	4.399	1.0
铬(六价)/(mg/l)	0.002	0.002	0.002

根据水质评价标准,将表2中的测试样本分别转化为相应的离散形式.将测试样本分别输入到DHNN网络中,经过网络的演化迭代,测试样本逐渐收敛.为了验证DHNN结构优化算法,分别在不同贡献率参数e值下,对DHNN结构优化进行验证.以0.05为间隔选取不同的e值,得到如图4所示的水质评价结果.



(a) 0 ≤ e ≤ 0.5



(b) e ≥ 0.55

图4 水质评价结果

由图4可以看到不同的贡献率参数e值下的DHNN结构优化结果.当e=0时,为全连接的DHNN,

即优化前的 DHNN. 随着贡献率参数 e 值逐渐增大, 删除的连接权值也在不断地增加, DHNN 结构的稀疏程度也随之增加. 但结构优化后的 DHNN 仍然可以对水质进行正确评价, 如图 4(a) 所示. 当 e 值达到 0.55 时, 未能对水质做出正确评价, 如图 4(b) 所示.

不同贡献率参数 e 值下的连接权值删除率与水质评价正确率的对比见表 3. 随着贡献率参数 e 值的增加, 当 $e = 0.5$ 时, 连接权值的删除率达到 80%, 但是对水质评价的正确率为 100%. 随着贡献率参数 e 值的增加, 连接权值的删除率也在增加. 当贡献率参数 $e = 0.55$ 时, 连接权值的删除率达到 97.5%, 大部分的连接权值被删除, 连接权值上存储的目标状态信息也随之丢失, 所以, 无法对水质做出正确评价.

表 3 水质评价结果对比

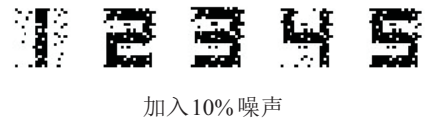
贡献率参数 e	连接权值删除率/%	水质评价正确率/%
0.00	0	100
0.10	40	100
0.20	40	100
0.30	40	100
0.40	40	100
0.50	80	100
0.55	97.5	0

综上所述, 基于贡献率的 DHNN 结构优化算法, 所建立的稀疏 DHNN 可以对水质进行正确评价, 不影响水质评价结果, 且 DHNN 结构更加简单, 更加接近于实际的生物神经网络结构, 从而表明了该结构优化算法的有效性和可行性.

3.2 实验 2

由实验 1 的结果可以看出该结构优化算法的有效性和可行性, 尤其当 80% 的连接权值被删除后, 仍可以正确地进行水质评价. 为了进一步验证对于大规模 DHNN 的有效性和适用性, 本文以数字识别为例, 采用具有 400 个神经元的 DHNN 进行验证.

DHNN 的主要功能是联想记忆, 可以对存在噪声的数字很好地识别. 本文选取 1~5 五个数字, 每个数字加入 10% 的随机噪声, 采用全连接 DHNN 和优化后的 DHNN 对其进行恢复. 以 0.05 为间隔选取不同的贡献率参数 e 值, 对 DHNN 进行结构优化, 对应的结果如图 5 所示. 由图 5 可以看出, 当 $e = 0$ 时, DHNN 是全连接的网络结构, 网络可以很好地进行数字识别. 随着 e 值的不断增加, 随之删除的连接权值也越来越多, 但仍可对含有 10% 噪声的数字进行识别, 如图 5(a) 所示. 当 $e \geq 0.25$ 时, 结构优化后的 DHNN 无法正确地对所有的数字进行识别, 如图 5(b) 所示.



加入 10% 噪声



结果

(a) $0 \leq e \leq 0.2$



加入 10% 噪声



结果

(b) $e \geq 0.25$

图 5 数字识别结果

对不同贡献率参数 e 值下的连接权值删除率和数字识别的正确率进行对比, 如表 4 所示. 当 $e = 0.2$ 时, 连接权值的删除率达到 67.84%, 仍可以对含有 10% 噪声的数字进行识别. 当 $e \geq 0.25$ 时, 连接权值的删除率达到 74.24%, 存储在连接权值的目标状态信息有所丢失, 所以无法正确地对所有的数字进行识别, 数字识别的正确率下降到 97.6%. 随着 e 的继续增加, 删除率没有变化, 是因为不重要的连接权值已经删除, 剩余的连接权值无法继续删除, 所以数字识别的正确率维持在 97.6%.

表 4 数字识别结果对比

贡献率参数 e	连接权值删除率/%	识别结果正确率/%
0.00	0	100
0.05	5.12	100
0.10	21.76	100
0.15	32	100
0.20	67.84	100
0.25	74.24	97.6
0.40	74.24	97.6

综上所述, 采用结构优化算法对 DHNN 进行结构优化, 优化后的 DHNN 可以对数字进行正确识别. 该结构优化算法对于大规模 DHNN 同样适用, 采用该算法可以有效地建立大规模的稀疏 DHNN, 实现 DHNN 的结构优化.

4 结 论

本文提出了一种基于贡献率的 DHNN 结构优化算法, 可以有效地解决全连接 DHNN 结构复杂的问题. 该算法利用奇异值分解方法对网络的连接权值

进行设计,在此基础上,利用贡献率方法将每个神经元中贡献较小的连接权值删除,对DHNN结构进行优化,使结构优化后的DHNN具有类似生物神经网络的稀疏结构,降低网络结构的复杂程度,实现DHNN网络结构的优化.本文采用水质评价对结构优化算法的有效性和可行性进行了验证;同时,采用数字识别对于大规模DHNN的有效性和适用性进行了验证,由此得到如下结论:

1) 基于贡献率的结构优化算法,可以有效地对DHNN进行结构优化,降低网络结构的复杂程度,使其达到稀疏的网络结构,与全连接的DHNN对比,优化后的网络能有效地保证网络的性能.

2) 对大规模DHNN进行结构优化,可以建立大规模稀疏DHNN,降低大规模网络结构的复杂程度,使其具有类似生物神经网络的稀疏结构,实现网络结构优化.

参考文献(References)

- [1] Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities[J]. Proc of the National Academy of Sciences, 1982, 79(8): 2554-2558.
- [2] Hopfield J J. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons[J]. Proc of the National Academy of Sciences, 1984, 81(10): 3088-3092.
- [3] Pajares Gonzalo, Guijarro María, Ribeiro Angela. A Hopfield neural network for combining classifiers applied to textured images[J]. Neural Networks, 2010, 23(1): 144-153.
- [4] Pengsheng Zheng, Wansheng Tang, Jianxiong Zhang. A simple method for designing efficient small-world neural networks[J]. Neural Networks, 2010, 23(2): 155-159.
- [5] Mei Shaohui, He Mingyi, Shen Zhiming. Optimizing Hopfield neural network for spectral mixture unmixing on GPU platform[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 11(4): 818-822.
- [6] Ghatee Mehdi, Niksirat Malihe. A Hopfield neural network applied to the fuzzy maximum cut problem under credibility measure[J]. Information Sciences, 2013, 229: 77-93.
- [7] 高海昌, 冯博琴, 朱利. 智能优化算法求解TSP问题[J]. 控制与决策, 2006, 21(3): 241-247.
(Gao H C, Feng B Q, Zhu L. Reviews of the meta-heuristic algorithms for TSP[J]. Control and Decision, 2006, 21(3): 241-247.)
- [8] Oshima Hiraku, Odagaki Takashi. Storage capacity and retrieval time of small-world neural networks[J]. Physical Review E, 2007, 76(3): 036114(1)-036114(6).
- [9] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of "small-world" networks[J]. Nature, 1998, 393 (6684): 440-442.
- [10] Bohland J W, Minai A A. Efficient associative memory using small-world architecture[J]. Neurocomputing, 2001, 38: 489-496.
- [11] Brot Hilla, Muchnik Lev, Goldenberg Jacob, et al. Feedback between node and network dynamics can produce real-world network properties[J]. Physica A, 2012, 391(24): 6645-6654.
- [12] Stauffer D, Aharony A, Costa L F, et al. Efficient Hopfield pattern recognition on a scale-free neural network[J]. European Physical Journal B, 2003, 32(3): 395-399.
- [13] Morelli L G, Abramson G, Kuperman M N. Associative memory on a small-world neural network[J]. European Physical J: B, 2004, 38(3): 495-500.
- [14] Han Honggui, Qiao Junfei. Nonlinear model-predictive control for industrial processes: An application to wastewater treatment process[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2014, 61(4): 1970-1982.
- [15] Qiao Junfei, Han Honggui. Modelling and identification of nonlinear dynamic systems using a novel self-organizing RBF-based approach[J]. Automatica, 2012, 48(8): 1729-1734.
- [16] 李荣, 乔俊飞, 韩红桂. 一种改进型离散Hopfield学习算法[J]. 控制与决策, 2014, 29(2): 241-245.
(Li R, Qiao J F, Han H G. An improved learning algorithm for discrete Hopfield[J]. Control and Decision, 2014, 29(2): 241-245.)

(责任编辑: 李君玲)