

导弹姿态的自抗扰有限时间控制

周大旺¹, 赵国荣¹, 吴进华¹, 程春华²

(1. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001; 2. 海军航空工程学院 青岛校区, 山东 青岛 266041)

摘要: 针对导弹模型同时具有不确定性和执行机构饱和受限的问题, 首先针对模型不确定性, 将质心运动方程的非线性影响、耦合影响、外部环境干扰视为总干扰, 并设计扩展状态观测器对其进行实时估计; 然后针对舵偏角和角速度存在饱和受限的问题, 设计辅助系统和限幅微分器; 最后结合反演和有限时间稳定系统理论, 设计有限时间控制器, 以保证整个闭环系统在受限条件下能收敛到参考信号。数值仿真结果表明, 所设计的控制器与理论分析结果一致, 是可行而有效的。

关键词: 扩展状态观测器; 限幅微分器; 有限时间控制; 导弹

中图分类号: V412.1

文献标志码: A

Auto disturbance rejection of finite time controller for the control of missile's attitude

ZHOU Da-wang¹, ZHAO Guo-rong¹, WU Jin-hua¹, CHENG Chun-hua²

(1. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai 264001, China; 2. Qingdao Branch, Naval Aeronautical Engineering Institute, Qingdao 266041, China. Correspondent: ZHOU Da-wang, E-mail: zhoudawang10@163.com)

Abstract: The model of missile exists uncertainty and actuator saturation limited. For the uncertainty of model, the non-linear impact, coupled influence and external environmental disturbances are treated as the total disturbance, and the extended state observers are designed to estimate this total interference. For the actual rudder angle and the angular velocity system limitations, the auxiliary systems and the limiter differentiator are designed. Finally, based on the back-stepping and finite time control theory, a finite time controller is designed to ensure that the entire closed-loop system under limited conditions can converge to the reference signal. The numerical simulation results show that the designed controller is consistent with the theoretical analysis.

Keywords: extended state observers; commanded differentiators; finite time control; missile

0 引言

现代导弹对其飞行性能提出了更高的要求(例如大攻角), 使其飞行控制变得更加困难, 主要原因在于导弹模型的高度非线性^[1-2]。传统的飞行控制方法是基于小扰动理论设计的^[2-4], 这种线性化方法只在工作点小邻域内有效, 因此需要在飞行包络线中设计大量的工作点, 否则无法满足现代导弹的控制要求。在这种背景下, 为了提高导弹的闭环性能, 很多非线性的控制方法被人们用来设计导弹的控制律, 这些控制方法主要包括反馈线性化(例如非线性变换^[5]、非线性动态逆^[6]、解耦理论^[4])、反演^[7-9]、最优控制^[10]、自适应神经网络/模糊系统^[11-12]和鲁棒控制^[13]等。在设

计中, 这些方法都能直接考虑完全非线性的模型, 但也各自存在相应的不足。比如: 反馈线性化需要知道模型的精确知识; 反演只能处理仿射形式的非线性系统, 并且对虚拟控制量的求导极其复杂; 最优控制需要计算复杂的 Riccati 微分方程或代数方程; 自适应神经网络需要针对每个不确定项设计神经网络, 从而导致参数过多; 鲁棒控制需要知道不确定项的界等。总结这些方法可以发现: 文献[5-9]没有考虑模型的不确定性和执行机构受限; 文献[11,13-14]虽然考虑了模型的不确定性, 但是没有考虑执行机构饱和受限和外部干扰; 文献[15]利用 anti-windup 技巧研究了输入受限情况下的导弹纵向控制, 但是文中的模型只是线

收稿日期: 2014-05-09; 修回日期: 2014-07-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473306).

作者简介: 周大旺(1984—), 男, 博士生, 从事惯性导航、飞行控制的研究; 赵国荣(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事导航、制导与控制等研究。

性模型;文献[16]利用鲁棒设计思想处理控制增益的扰动有界项,同时分析了控制输入受限的问题,但未考虑控制输入和状态都受限的情形.上述这些文献都没有同时考虑不确定性以及执行机构饱和和受限条件下的非线性飞行控制问题.然而,导弹模型中的非线性动态、不确定性、外部干扰以及执行机构受限的问题是存在的,这些约束条件的存在使得设计高性能的控制器变得复杂而且具有挑战性.

本文受文献[15]的启发,为导弹系统设计受限条件下的自抗扰有限时间控制器.首先基于自抗扰技术设计导弹的扩展状态观测器;然后针对执行机构饱和和受限设计辅助系统和限幅微分器;最后结合反演和有限时间稳定系统理论,为其设计有限时间跟踪控制器,以保证整个闭环系统在受限条件下能够收敛到参考信号.

1 问题描述

1.1 导弹非线性模型^[2,14,17-18]

设 $X_1 = [\vartheta, \psi, \gamma]^T$ 为导弹姿态角, $X_2 = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ 为弹体相对地面坐标系转动角速度, $X_3 = [x, y, z]^T$ 为导弹位置, $X_4 = [V, \theta, \phi_c]^T$ 分别为导弹速度、弹道倾角和弹道偏角, $U = [\delta_x, \delta_y, \delta_z]^T$ 为舵偏角,则导弹方程组可以写成

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= F_1(X_1)X_2, \\ \dot{X}_2 &= F_2(X_1, X_2, X_3, X_4) + B(X_1, X_3, X_4)U, \\ \dot{X}_3 &= F_3(X_4), \\ \dot{X}_4 &= F_4(X_1, X_4). \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$F_1(X_1) = \begin{bmatrix} 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \\ 0 & \cos \gamma / \cos \vartheta & \sin \gamma / \cos \vartheta \\ 1 & \tan \vartheta \cos \gamma & \tan \vartheta \sin \gamma \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$F_2(X_1, X_2, X_3, X_4) = \begin{bmatrix} (J_y - J_z)\omega_y\omega_z/J_x \\ (J_z - J_x)\omega_z\omega_x/J_y \\ (J_x - J_y)\omega_x\omega_y/J_z \end{bmatrix} + \frac{1}{2}\rho V^2 S_{\text{ref}} L \times A_1, \quad (3)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} (m_x^\beta \beta + m_x^{\omega_x} \omega_x + m_x^{\omega_y} \omega_y)/J_x \\ (m_y^\beta \beta + m_y^{\dot{\beta}} \dot{\beta} + m_y^{\dot{\delta}_y} \dot{\delta}_y + m_y^{\omega_y} \omega_y + m_y^{\omega_x} \omega_x)/J_y \\ (m_z^\alpha \alpha + m_z^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + m_z^{\dot{\delta}_z} \dot{\delta}_z + m_z^{\omega_z} \omega_z)/J_z \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$F_3(X_4) = \begin{bmatrix} V \cos \theta \cos \phi_c \\ V \sin \theta \\ -V \cos \theta \sin \phi_c \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$F_4(X_1, X_4) = \begin{bmatrix} (P \cos \alpha \cos \beta - X - G \sin \theta)/m \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$A_2 = [P(\sin \alpha \cos \gamma_c + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_c) + Y \cos \gamma_c - Z \sin \gamma_c - G \cos \theta]/(mV), \quad (7)$$

$$A_3 = [P(\sin \alpha \sin \gamma_c - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_c) + Y \sin \gamma_c - Z \cos \gamma_c]/(mV \cos \theta), \quad (8)$$

$$B(X_1, X_3, X_4) = \frac{1}{2}\rho V^2 S_{\text{ref}} L \times A_4, \quad (9)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} m_x^{\delta_x}/J_x & m_x^{\delta_y}/J_x & 0 \\ 0 & m_y^{\delta_y}/J_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z^{\delta_z}/J_z \end{bmatrix}. \quad (10)$$

1.2 导弹控制问题描述

在导弹实际系统中,不是所有的状态都是可测的.为此,首先合理地给出下面的假设.

假设 1 在导弹模型中,只有状态 $[\vartheta, \psi, \gamma]^T$ 和 $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ 是可测的.

另外,系统(1)中的主要问题是存在不确定因素大气力矩系数 m_x^a 、 m_y^a 和 m_z^a .这些大气力矩系数与马赫数 M_a 有关,而 M_a 是由状态 X_1 、 X_2 、 X_3 和 X_4 决定的变量.因此,实际导弹系统中 m_x^a 、 m_y^a 和 m_z^a 不能精确地知道,并且大气力矩系统模型中也存在不确定性,从而导致系统(1)中 F_2 和 B 是未知的,这使得控制设计变得更加复杂.

综上所述,导弹的非线性控制问题可以描述成:设导弹非线性系统的控制输入是舵偏角 $U = [\delta_x, \delta_y, \delta_z]^T$,输出是导弹姿态角 $y_{\text{out}} = [\vartheta, \psi, \gamma]^T$,弹体相对地面坐标系转动角速度 $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$,控制目标是在 $|U| \leq U_{\text{max}}$ 和 $|\omega| \leq \omega_{\text{max}}$ 的限制下,使姿态角 y_{out} 跟踪参考信号 y_r .其中: U_{max} 是由舵机决定的; ω_{max} 是由导弹的抗稳定性能力决定的, ω_{max} 越小,滚动对导弹的稳定性影响越小.

1.3 必要的准备

定义 1 对于给定的正常数 M 和连续、非递减函数 $\text{sat}(\cdot) : R \rightarrow R$,如果满足:1) 对所有的 $x \neq 0$,有 $x \text{sat}(x, M) > 0$; 2) 对所有的 $x \in R$,有 $|\text{sat}(x, M)| \leq M$.则称 $\text{sat}(\cdot)$ 为 $(-M, M)$ 上的线性饱和函数.

引理 1 如果 $p \in (0, 2)$,则下面的不等式^[14,18]成立:

$$\left(\sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{p/2} \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^p. \quad (11)$$

引理 2 对于任意给定的初始条件 $x(0) = x_0$,如果系统的 Lyapunov 函数满足下面的不等式^[14,18]:

$$\dot{V}(x) + \lambda_1 V(x) + \lambda_2 V^\sigma(x) \leq 0. \quad (12)$$

其中: $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, 0 < \sigma < 1$. 则平衡点 $x = 0$ 是全局有限时间稳定的, 并且到达时间为

$$T \leq \frac{1}{\lambda_1(1-\sigma)} \ln \frac{\lambda_1 V^{1-\sigma}(x_0) + \lambda_2}{\lambda_2}, \quad (13)$$

其中 $V(x_0)$ 是 $V(x)$ 的初始值.

2 自抗扰有限时间控制器设计

首先利用自抗扰技术对被控对象构建扩展状态观测器; 然后利用有限时间控制理论设计控制器, 实现对被控对象的控制.

2.1 扩展状态观测器构建

针对系统(1)中 F_2 和 B 是未知的情况, 若采用文献[17]中的方法或自适应神经网络, 则需要知道 X_3 和 X_4 的信息, 而本文只已知 X_1 和 X_2 可测, 因此文献[17]中的方法或自适应神经网络不适用. 为解决该问题, 本文在设计中将 X_3 和 X_4 子系统视为 X_1 和 X_2 子系统的未知干扰.

由系统(9)可知, 实际系统中 B 是非奇异的, 在此定义一个新的变量

$$H(t) = F_2(X_1, X_2, X_3, X_4) + B(X_1, X_3, X_4)U - B_0U. \quad (14)$$

其中

$$B_0 = \frac{1}{2} \rho V_{\text{const}}^2 S_{\text{ref}} L \varphi|_{M_a=\text{const}}, \quad (15)$$

V_{const} 为 V 取值范围中的任意值, $\varphi|_{M_a=\text{const}}$ 定义为

$$\varphi|_{M_a=\text{const}} = \begin{bmatrix} m_x^{\delta_x}/J_x & m_x^{\delta_y}/J_x & 0 \\ 0 & m_y^{\delta_y}/J_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z^{\delta_z}/J_z \end{bmatrix} \Big|_{M_a=\text{const}}. \quad (16)$$

通过分析 B 和 B_0 的表达式可以看出, 它们的符号是一致的, 因为马赫数 M_a 的选取不会影响它们的符号. 通过选择恰当的常值马赫数 M_a , 可以计算出力矩系数 $m_x^{\delta_x}$ 、 $m_x^{\delta_y}$ 、 $m_y^{\delta_y}$ 和 $m_z^{\delta_z}$, 从而可以计算出 B_0 , 将所有不确定性归入到变量 $H(t)$ 中. 因此, 系统(1)可以写成

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= F_1(X_1)X_2, \\ \dot{X}_2 &= H(t) + B_0U(t). \end{aligned} \quad (17)$$

为了能实时获得 $H(t)$ 的估计值, 为 X_2 子系统设计如下扩展状态观测器:

$$\begin{cases} E_1 = Z_1 - X_2, \\ \dot{Z}_1 = Z_2 - F_{c_2}(E_1) + B_0U(t), \\ \dot{Z}_2 = -F_{c_2}(E_1). \end{cases} \quad (18)$$

其中

$$F_{c_1}(E_1) = \begin{bmatrix} f_{c_{11}}(z_{11} - x_{21}) \\ f_{c_{12}}(z_{12} - x_{22}) \\ f_{c_{13}}(z_{13} - x_{23}) \end{bmatrix},$$

$$F_{c_2}(E_1) = \begin{bmatrix} f_{c_{21}}(z_{11} - x_{21}) \\ f_{c_{22}}(z_{12} - x_{22}) \\ f_{c_{23}}(z_{13} - x_{23}) \end{bmatrix}.$$

这里 $f_{c_{ij}}(z_{1j} - x_{2j})$ ($i = 1, 2, j = 1, 2, 3$) 是所构建的恰当的非光滑函数.

为了简化设计, 将扩展状态观测器(18)设计成具有相同结构和参数的3个二阶扩展状态观测器, 形式如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_{1i} = z_{2i} - \beta_{01}(z_{1i} - x_{2i}) + \tilde{u}_i, \\ \dot{z}_{2i} = -\beta_{02}\text{fal}(z_{1i} - x_{2i}, \lambda, \mu), \end{cases} \quad i = 1, 2, 3;$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} z_{11} \\ z_{12} \\ z_{13} \end{bmatrix}, \quad Z_2 = \begin{bmatrix} z_{21} \\ z_{22} \\ z_{23} \end{bmatrix}, \quad B_0U = \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \tilde{u}_3 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

$\text{fal}(e, \lambda, \mu) =$

$$\begin{cases} |e|^\lambda \text{sgn}(e), & |e| > \mu; \\ |e|/\mu^{1-\lambda}, & |e| \leq \mu; \end{cases} \quad 0 < \lambda < 1, \mu > 0. \quad (20)$$

只要选择恰当的 $\beta_{01} > 0$ 、 $\beta_{02} > 0$ 、 λ 和 μ , 扩展状态观测器的输出 $Z_2(t)$ 就能以期望的速率逼近 $H(t)$ [20-21].

注1 与传统的观测器(线性或非线性)不一样, 扩展状态观测器不仅估计状态, 还需估计未知项 $H(t)$ 的动态. 可以将 $H(t)$ 视为系统的总扰动, 包括内部扰动和外部扰动, 其中内部扰动由系统的非线性特征、耦合影响、动态不确定性等因素组成, 而外部扰动则来自环境中的未知因素.

2.2 有限时间控制器设计

有限时间控制作为有效的反馈控制, 它具有良好的抗扰性能, 与传统的渐近稳定系统相比, 有限时间稳定系统在平衡点附近的收敛速率更快, 抗扰性能更强[22].

下面利用扩展状态观测器和反演为系统(17)设计有限时间跟踪控制器. 令待跟踪的信号为 X_{1d} 和 X_{2d} (X_{1d} 是参考信号, X_{2d} 是设计的命令信号), 则可以定义跟踪误差为

$$\tilde{X}_1 = X_1 - X_{1d}, \quad \tilde{X}_2 = X_2 - X_{2d}. \quad (21)$$

由于要考虑受限情况, 这里需构建跟踪误差补偿信号

$$\begin{cases} \dot{\chi}_1 = -C_1\chi_1 + (X_{2d} - X_{2d}^0), \\ \dot{\chi}_2 = -C_2\chi_2 + (U - U_0). \end{cases} \quad (22)$$

其中: C_i 为待设计的正定对角矩阵; X_{2d} 和 U 是实际作用于系统的控制量, 即满足限制条件的控制量; X_{2d}^0 和 U_0 是不考虑限制条件的控制量, 其中饱和函数 $U = \text{sat}(U_0, U_{\text{max}})$.

为了解决受限条件, 利用文献[15]的方法构建下面的限幅微分器来建立 X_{2d}^0 与 X_{2d} 二者间的关系. 限

幅微分器的形式如下:

$$\begin{cases} E = \text{sat}(X_{2d}^0, \omega_{\max}) - v_1, \\ \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_3 \\ 0 & -2I_3\varsigma\omega_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_3\omega_0^2 \end{bmatrix} E, \\ \begin{bmatrix} X_{2d} \\ \dot{X}_{2d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (23)$$

其中: $E \in R^{3 \times 1}$ 为微分器第 1 个状态 $v_1 \in R^{3 \times 1}$ 与微分器的限幅输入 $\text{sat}(X_{2d}^0, \omega_{\max})$ 的误差, $\varsigma = 1$, ω_0 为待设计的正数, I 为 3 维的单位矩阵, v_1, v_2 为微分器的状态.

下面根据式 (21) 和 (22) 定义补偿跟踪误差:

$$\hat{X}_1 = \tilde{X}_1 - \chi_1, \quad \hat{X}_2 = \tilde{X}_2 - \chi_2. \quad (24)$$

利用反演方法对式 (24) 的动态方程设计出虚拟控制 X_{2d}^0 和控制 U_0 , 使跟踪误差 $\tilde{X}_i \rightarrow \chi_i, i = 1, 2$.

Step 1 结合式 (21) 和 (22), 对 \hat{X}_1 微分, 得

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}_1 &= F_1(X_1)X_2 - \dot{X}_{1d} + C_1\chi_1 - \\ &F_1(X_1)(X_2 - X_{2d}^0) = \\ &F_1(X_1)(\hat{X}_2 + X_{2d} + \chi_2) - \dot{X}_{1d} + \\ &C_1\chi_1 - F_1(X_1)(X_2 - X_{2d}^0) = \\ &F_1(X_1)\hat{X}_2 + F_1(X_1)\chi_2 - \dot{X}_{1d} + \\ &C_1\chi_1 + F_1(X_1)X_{2d}^0. \end{aligned} \quad (25)$$

选取虚拟控制量 X_{2d}^0 时先不考虑 \hat{X}_2 , 则 X_{2d}^0 可以设计为

$$X_{2d}^0 = F_1^{-1}(X_1)(-C_1\tilde{X}_1 - F_1(X_1)\chi_2 + \dot{X}_{1d} - \varepsilon_1 \text{sig}(\hat{X}_1)^r). \quad (26)$$

其中: $\text{sig}(\hat{X}_1)^r = [|\hat{X}_{11}|^r \text{sgn}(\hat{X}_{11}), |\hat{X}_{12}|^r \text{sgn}(\hat{X}_{12}), |\hat{X}_{13}|^r \text{sgn}(\hat{X}_{13})]^T, 0 < r < 1$ 为待设计的正数, C_1, ε_1 为待设计的正定对角矩阵.

注 2 在式 (2) 中, 只有当 $\vartheta = \pm 90^\circ$ 时, $F_1(X_1)$ 才有可能为奇异的, 因此本文控制设计中限定倾角 ϑ 的范围为 $(-90^\circ, 90^\circ)$, 即意味着本文中 $F_1(X_1)$ 始终是非奇异的. 在现实导弹系统中, 只有垂直发射时导弹的倾角才有可能达到 90° , 对于倾斜发射的导弹, 没有要求其倾角达到 90° , 因此本文的限定是合理的.

结合式 (26), 则 (25) 可以写成

$$\dot{\hat{X}}_1 = -C_1\hat{X}_1 - \varepsilon_1 \text{sig}(\hat{X}_1)^r + F_1(X_1)\hat{X}_2. \quad (27)$$

选取 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \hat{X}_1^T \hat{X}_1, \quad (28)$$

微分得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \hat{X}_1^T \dot{\hat{X}}_1 = \\ &\hat{X}_1^T (-C_1\hat{X}_1 - \varepsilon_1 \text{sig}(\hat{X}_1)^r + F_1(X_1)\hat{X}_2) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^3 (C_{1i} \hat{X}_{1i}^2 + \varepsilon_{1i} |\hat{X}_{1i}|^{r+1}) + \hat{X}_1^T F_1(X_1) \hat{X}_2 \leq \\ & - C_{1\min} \|\hat{X}_1\|^2 - \varepsilon_{1\min} \sum_{i=1}^3 |\hat{X}_{1i}|^{r+1} + \\ & \hat{X}_1^T F_1(X_1) \hat{X}_2. \end{aligned} \quad (29)$$

其中: $C_{1\min} = \min(C_{1i}), \varepsilon_{1\min} = \min(\varepsilon_{1i})$.

Step 2 结合式 (21) 和 (22), 对 \hat{X}_2 微分, 得

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}_2 &= H(t) + B_0 U - \dot{X}_{2d} + C_2 \chi_2 - B_0(U - U_0) = \\ & H(t) - \dot{X}_{2d} + C_2 \chi_2 + B_0 U_0. \end{aligned} \quad (30)$$

可以设计如下控制律:

$$\begin{aligned} U_0 &= B_0^{-1}(-F_1(X_1)\hat{X}_1 - C_2\tilde{X}_2 + v_2 - \\ &Z_2 - \varepsilon_2 \text{sig}(\hat{X}_2)^r). \end{aligned} \quad (31)$$

其中: $\text{sig}(\hat{X}_2)^r = [|\hat{X}_{21}|^r \text{sgn}(\hat{X}_{21}), |\hat{X}_{22}|^r \text{sgn}(\hat{X}_{22}), |\hat{X}_{23}|^r \text{sgn}(\hat{X}_{23})]^T, 0 < r < 1$ 为待设计的正数, C_2, ε_2 为待设计的正定对角矩阵, v_2, Z_2 分别为微分器 (23) 和扩展状态观测器 (18) 的状态.

将式 (31) 代入 (30), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}_2 &= -F_1(X_1)\hat{X}_1 - C_2\tilde{X}_2 - \varepsilon_2 \text{sig}(\hat{X}_2)^r + \\ &(H(t) - Z_2), \end{aligned} \quad (32)$$

选取 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \hat{X}_2^T \hat{X}_2, \quad (33)$$

对式 (33) 微分, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -C_{1\min} \|\hat{X}_1\|^2 - \varepsilon_{1\min} \sum_{i=1}^3 |\hat{X}_{1i}|^{r+1} + \\ &\hat{X}_1^T F_1(X_1) \hat{X}_2 + \hat{X}_2^T \dot{\hat{X}}_2 = \\ &-C_{1\min} \|\hat{X}_1\|^2 - \varepsilon_{1\min} \sum_{i=1}^3 |\hat{X}_{1i}|^{r+1} + \\ &\hat{X}_2^T (-C_2\tilde{X}_2 - \varepsilon_2 \text{sig}(\hat{X}_2)^r + (H(t) - Z_2)) \leq \\ &-C_{1\min} \|\hat{X}_1\|^2 - \varepsilon_{1\min} \sum_{i=1}^3 |\hat{X}_{1i}|^{r+1} - \\ &C_{2\min} \|\tilde{X}_2\|^2 - \varepsilon_{2\min} \sum_{i=1}^3 |\tilde{X}_{2i}|^{r+1} \leq \\ &-C_{1\min} (\|\hat{X}_1\|^2 + \|\tilde{X}_2\|^2) - \\ &\varepsilon_{1\min} \sum_{i=1}^3 (|\hat{X}_{1i}|^{r+1} + |\tilde{X}_{2i}|^{r+1}) + \\ &\hat{X}_2^T (H(t) - Z_2). \end{aligned} \quad (34)$$

其中: $C_{2\min} = \min(C_{2i}), \varepsilon_{2\min} = \min(\varepsilon_{2i}), C_{\min} = \min(C_{i\min}), \varepsilon_{\min} = \min(\varepsilon_{i\min})$. 由引理 1 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -2C_{\min} V_2 - 2^{(r+1)/2} \varepsilon_{\min} V_2^{(r+1)/2} + \\ &\hat{X}_2^T (H(t) - Z_2). \end{aligned} \quad (35)$$

当扩展状态观测器的估计误差 $H(t) - Z_2$ 收敛到 0 时, 由引理 2 可知闭环系统 (17) 将在有限时间内使 $\hat{X}_1 = 0, \hat{X}_2 = 0$. 由文献 [2,14] 可知, 所设计的扩展状

态观测器的估计误差 $H(t) - Z_2$ 会收敛到零点的残集内. 因此, 可以通过恰当地选取 $C_i, \varepsilon_i, i = 1, 2$, 使得当 V_2 不在平衡点的某个有界邻域内时有 $\dot{V}_2 \leq 0$, 从而可以保证 \hat{X}_1, \hat{X}_2 在有限时间内到达 $\hat{X}_1 = 0, \hat{X}_2 = 0$ 的邻域, 并停留在该邻域内. 由式 (24) 可知, \hat{X}_1, \hat{X}_2 分别由 \tilde{X}_1, \tilde{X}_2 和 χ_1, χ_2 构成; 由式 (22) 可知, 当系统趋于稳态时, 有 $U - U_0 = 0, X_{2d} - X_{2d}^0 = 0$, 即 χ_1, χ_2 收敛到 0. 因此, 可以得出 \tilde{X}_1, \tilde{X}_2 在有限时间内到达 $\tilde{X}_1 = 0, \tilde{X}_2 = 0$ 的邻域, 并且停留在该邻域内.

通过上面的分析, 可以得到下面的结论.

定理 1 考虑系统 (1), 可通过设计扩展状态观测器 (18)、限幅微分器 (23)、跟踪误差补偿系统 (22) 以及虚拟控制信号 (26) 和控制信号 (31), 使系统的输出 X_1 在 $|U| \leq U_{\max}, |X_2| \leq \omega_{\max}$ 的限制条件下, 能在有限的时间内到达参考信号 X_{1d} 的邻域内, 该邻域的大小由参数 $C_i, \varepsilon_i (i = 1, 2)$ 决定.

3 仿真分析

以某型导弹为例, 应用上面设计的控制器进行仿真研究. 仿真条件: 参考输出轨迹 $X_{1d} = [\vartheta_r, \psi_r, \gamma_r]^T = [5^\circ, 10^\circ, -4^\circ]^T$; 导弹发射时初始姿态角和滚转角速度为 $[\vartheta(0), \psi(0), \gamma(0)]^T = [15^\circ, 0^\circ, 0^\circ]^T, [\omega_x(0), \omega_y(0), \omega_z(0)]^T = [0, 0, 0]^T$; 其他参数设置为 $C_1 = C_2 = 1.5I_3, \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.1I_3, r = 0.1, \varsigma = 1, \omega_0 = 50, \beta_{01} = 100, \beta_{02} = 1500, \lambda = 0.25, \mu = 0.1$; 微分器和扩展状态观测器以及跟踪误差补偿系统的初始值都设置为 0; 舵机最大偏转角度为 25° , 导弹的滚转角速度限制为 0.2 rad/s .

由式 (13) 可以计算出, 在所设计的初始值和参数情况下, 预计到达参考轨迹邻域内的时间为 3.80 s . 图 1 为姿态角的轨迹, 显然本文设计的方案能够很好地使导弹的姿态跟踪上给定的角度. 从图 1 可以看出, 大约在 $T_r = 3.5 \text{ s}$ 时导弹的姿态便已经收敛到给定姿态的邻域内, 这正好满足式 (13) 中 $T_r \leq 3.80 \text{ s}$, T_r 表示系统到达稳态的时间. 图 2 为角速度轨迹, 从图 2 可以看出角速度满足 0.2 rad/s 的限制. 图 3 为所设计的舵偏角度信号 U_0 和实际作用于导弹系统的舵偏角度信号 U . 从图 3 可以看出, U_{01} 一直在限幅范围内, 所以它与 δ_x 重合, 而 U_{02}, U_{03} 有一段时间超出了限幅. 扩展状态观测器对不确定性 $H(t)$ 的估计见图 4. 由图 4 可以看出, 选择 $\beta_{01} = 100, \beta_{02} = 1500, \lambda = 0.25, \mu = 0.1$ 时, 扩展状态观测器的状态 Z_2 能在有限的时间内收敛到 $H(t)$ 实际值的邻域内. 限幅微分器的性能如图 5 所示. 由图 5 可以看出, 限幅微分器无超调地跟踪上了 X_{2d}^0 的饱和和限值, 在限幅微分器的作用下, 导弹角速度 X_2 没有超出限幅值 0.2 rad/s .

由上述仿真结果可得如下结论: 参数 $C_i, \varepsilon_i (i = 1, 2)$ 的选取非常重要, 它决定了系统跟踪效果的好坏,

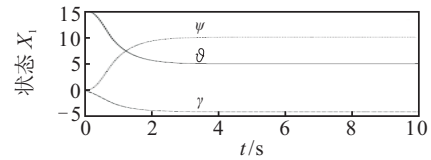


图 1 姿态角

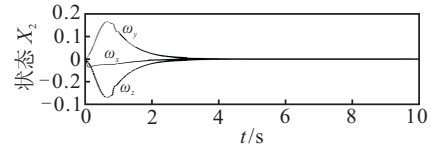


图 2 角速度

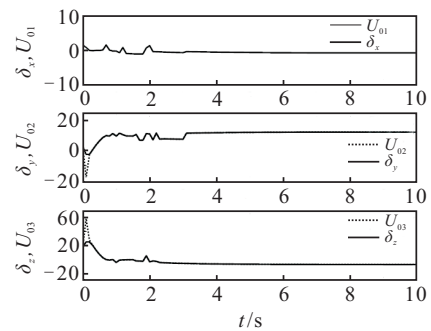


图 3 控制输入舵偏角

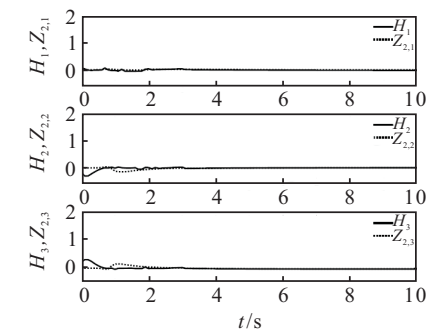


图 4 不确定性及扩展状态观测器估计

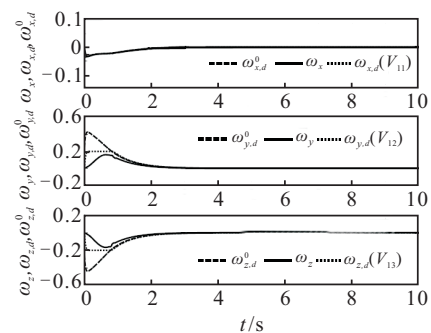


图 5 虚拟控制量 X_{2d}^0 、指令信号 X_{2d} 和状态 X_2

取较大值时能保证跟踪误差收敛到足够小的邻域, 但同时又不能取得太大, 太大可能会导致控制量过大.

4 结 论

本文研究了导弹非线性系统的飞行姿态控制, 将导弹质心运动的动力学方程和导弹质心运动的运动学方程的非线性影响、耦合影响、外部环境干扰对导弹质心转动的总影响视为总干扰 $H(t)$, 然后为其设计了扩展状态观测器实时估计该总干扰 $H(t)$. 考虑到实

际导弹系统中, 舵偏角和角速度存在限制, 设计了辅助系统和限幅微分器. 最后结合反演和有限时间稳定系统理论, 为其设计了有限时间跟踪控制器, 保证了整个闭环系统在受限条件下能收敛到参考信号. 与以往文献相比, 所提出的设计方案的优点是: 1) 利用扩展状态观测器实时估计了总的未知非线性动态 $H(t)$; 2) 有限时间反馈控制律提高了系统的性能; 3) 该方案只需知道部分状态信息; 4) 考虑了控制输入和状态同时受限的影响. 仿真结果表明了本文方案的有效性.

参考文献(References)

- [1] Houria Siguerdidjane, Emmanuel Devaud. Nonlinear missile autopilot design based on angle of attack normal form[J]. *European J of Control*, 2000, 6(2): 154-64.
- [2] Huang Yi, Xu Kekang, Han Jingqing, et al. Flight control design using extended state observer and non-smooth feedback[C]. *Proc of the 40th IEEE Conf on Decision and Control*. Orlando, 2001: 223-228.
- [3] Simoes A M, Apkarian P, Alazard D, et al. Lateral flight control design for a highly flexible aircraft using nonsmooth optimization[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2011, 15(4): 314-322.
- [4] Tain-Sou Tsay. Decoupling the flight control system of a supersonic vehicle[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2007, 11(7): 553-562.
- [5] Meyer G, Su R, Hunt L R. Application of nonlinear transformation to automatic flight control[J]. *Automatica*, 1984, 20(1): 103-107.
- [6] Lane S H, Stengel R F. Flight control design using nonlinear inverse dynamics[J]. *Automatic*, 1988, 24(4): 471-483.
- [7] Chao-Yong Li, Wu-Xing Jing, Chang-Sheng Gao. Adaptive backstepping-based flight control system using integral filters[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2009, 13(2/3): 105-113.
- [8] 胡云安, 李海燕. 基于神经网络的非仿射块控非线性系统动态反演控制[J]. *控制与决策*, 2012, 27(1): 65-70.
(Hu Y A, Li H Y. NN-based dynamic feedback backstepping control for nonaffine block nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(1): 65-70.)
- [9] 胡云安, 耿宝亮, 赵永涛. 严格反馈非线性系统预设性能 backstepping 控制器设计[J]. *控制与决策*, 2014, 29(8): 1509-1512.
(Hu Y A, Geng B L, Zhao Y T. Prescribed performance backstepping control of strict feedback nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(8): 1509-1512.)
- [10] Xing Lidan, Zhang Kenan, Chen Wanchun, et al. Optimal control and output feedback considerations for missile with blended aero-fin and lateral impulsive thrust[J]. *Chinese J of Aeronautics*, 2010, 23(4): 401-408.
- [11] Aydogan Savran, Ramazan Tasaltin, Yasar Becerikli. Intelligent adaptive nonlinear flight control for a high performance aircraft with neural networks[J]. *ISA Trans*, 2006, 45(2): 225-247.
- [12] Shi Xiaoping, Yuan Guoping, Li Long. Adaptive fuzzy attitude tracking control of spacecraft with input magnitude and rate constraints[C]. *Proc of the 31st Chinese Control Conf*. Hefei, 2012: 842-846.
- [13] Chanhong Song, Sang-Jae Kim, Seung-Hwan Kim, et al. Robust control of the missile attitude based on quaternion feedback[J]. *Control Engineering Practice*, 2006, 14(7): 811-818.
- [14] Xia Y, Zhu Z, Fu M. Back-stepping sliding mode control for missile systems based on an extended state observer[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(1): 93-102.
- [15] Jay Farrell, Marios Polycarpou, Manu Sharrna. Adaptive backstepping with magnitude, rate, and bandwidth constraints: Aircraft longitude control[C]. *Proc of the American Control Conf*. Denver, 2003: 3898-3904.
- [16] Mou Chen, Shuzhi Sam Ge, Beibei Ren. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints[J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 452-465.
- [17] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000: 36-48.
(Qian X F, Lin R X, Zhao Y N. *Missile flight aerodynamics*[M]. Peking: Beijing Institute of Technology Press, 2000: 36-48.)
- [18] Zhiqiang Gao. Active disturbance rejection control: A paradigm shift in feedback control system design[C]. *Proc of the American Control Conf*. Minneapolis, 2006: 2399-2405.
- [19] Jay Farrell, Manu Sharma, Polycarpou M. Backstepping-based flight control with adaptive function approximation[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(6): 1089-1102.
- [20] 程春华, 胡云安, 吴进华, 等. 非仿射系统的自适应观测器自抗扰控制[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(2): 148-158.
(Cheng C H, Hu Y A, Wu J H, et al. Auto disturbance rejection controller for non-affine nonlinear systems with adaptive observers[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(2): 148-158.)
- [21] 程春华, 胡云安, 吴进华. 非仿射纯反馈非线性系统的自抗扰控制[J]. *自动化学报*, 2014, 40(7): 1528-1536.
(Cheng C H, Hu Y A, Wu J H, et al. Auto disturbance controller of on-affine nonlinear pure feedback systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(7): 1528-1536.)
- [22] Haibin Sun, Shihua Li, Shumin Fei. A composite control scheme for 6DOF spacecraft formation control[J]. *Acta Astronautica*, 2011, 69(7/8): 595-611.

(责任编辑: 曹洪武)