文章编号:1001-0920(2015)09-1641-05

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.0854

## 一种非线性反馈反步递推算法的线性弱化

张显库,张国庆,陈秀嘉

(大连海事大学 航海学院, 辽宁 大连 116026)

**摘 要:**为了解决反步递推算法应用于船舶航向控制中输出能量大且非线性部分难以对消的实际问题,首先对原有 的反步递推算法进行线性弱化,然后利用正弦函数驱动的非线性反馈控制技术代替原有的线性误差反馈.理论分析 表明,该算法能够保证控制效果相当或更优的前提下,降低控制能量.以"育龙"轮为载体开展仿真实验,结果表明所 提出的新型非线性反馈控制律在鲁棒性、控制能量需求方面具有明显的优势. 关键词:船舶运动控制;航向保持;反步递推;非线性反馈;闭环增益成形

中图分类号: U661.32+1 文献标志码: A

# A kind of linear reduction of backstepping algorithm based on nonlinear feedback

#### ZHANG Xian-ku, ZHANG Guo-qing, CHEN Xiu-jia

(Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China. Correspondent: ZHANG Xian-ku, E-mail: zhangxk@dlmu.edu.cn)

**Abstract:** In order to solve the practical problems of large output energy of the controller and difficult nonlinear parameter cancellation in the backstepping scheme, a linear reduction of the nonlinear controller is incorporated by omitting its nonlinear terms. Then, a nonlinear feedback driven sine function is introduced to replace its original linear feedback, which can reduce the control energy with the same or even better control effects through theoretical analysis. The simulation experiment is carried out by considering "Yulong" training ship as the plant. Simulation results show that the proposed nonlinear feedback Backstepping controller is with obvious advantages in respects of robustness and the control energy requirement.

Keywords: ship motion control; course keeping; backstepping; nonlinear feedback; close-loop gain shaping

### 0 引 言

反步递推算法是解决非线性控制问题的一种典型方法,也是近几年船舶运动非线性控制领域中的研究热点<sup>[1]</sup>,出现了很多采用混合方法增加其适应性或鲁棒性的研究成果.如文献[2]将反步递推算法与鲁棒控制算法结合增强了算法的鲁棒性,并应用到船舶航向保持中,取得了较好的仿真结果;文献[3]使用反步递推算法和自适应控制策略设计了一种能够实现曲线段船舶路径跟踪的控制器,闭环系统能够实现在线调节控制器参数,补偿模型中不确定和干扰部分;文献[4-5]给出了反步递推算法与滑模控制相结合的算法,并成功应用到了船舶运动控制中;文献[6]给出了反步递推算法与神经网络结合的船舶运动控制应用成果;文献[7]也给出一种基于自适应反

步递推算法的船舶航向保持控制系统; 文献 [8] 研究 了水面船舶的跟踪控制, 采用了基于自适应反步递推 与模糊逻辑相结合的算法; 文献 [9] 将动态面控制与 具有 Nussbaum 增益函数的反步递推算法相结合, 产 生了一种自适应非线性控制策略, 并对具有参数不确 定性的非线性船舶航向保持问题进行了仿真研究.

非线性反馈技术本身并不能明显改变控制的输 出性能,但能以更小的控制能量获得同样的甚至更优 的控制效果<sup>[10]</sup>.本文针对使用反步递推算法对船舶 航向保持问题进行控制时控制能量大且控制器的非 线性函数对消问题展开研究,忽略非线性函数部分, 在控制器参数选择上确定一组具有鲁棒性的参数,保 证控制器的鲁棒性能,结合正弦函数驱动的非线性反 馈,降低控制器的输出能量.最后通过仿真实验验证

#### 收稿日期: 2014-05-30; 修回日期: 2014-10-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51109020); 大连海事大学优博培育基金项目(2014YB01).

**作者简介:** 张显库(1968-), 男, 教授, 博士生导师, 从事船舶运动控制、鲁棒控制等研究; 张国庆(1987-), 男, 博士生, 从事船舶运动控制的研究.

了所提出算法的有效性.

#### 1 反步递推算法

#### 1.1 反步递推算法原理

反步递推算法是针对不确定性系统的一种系统 化控制器综合方法,该算法建立在Lyapunov稳定性 理论基础之上,将系统分解成n个子系统(n为系统阶 数),从系统输出向控制输入分别针对每个子系统逐 步构建控制律或自适应律,设计原则在于保证每个子 系统的Lyapunov稳定性.事实上,设计过程中上一步 获得的虚拟控制律即为下一步设计的参考信号.因此, 第*n*步设计的控制律即为实际控制律,且能够有效保 证闭环控制系统的收敛性.

例1 非线性船舶模型为

$$\ddot{\psi} + \frac{K}{T} (\alpha \dot{\psi} + \beta \dot{\psi}^3) = \frac{K}{T} \delta.$$
(1)

其中:  $\psi$ 为船艏首向角,  $\delta$ 为舵角, K和T为船舶运动 操纵性指数,  $\alpha$ 和 $\beta$ 为非线性参数, 利用反步递推算法 设计模型的控制律u, 使船舶跟踪设定航向 $\psi_r$ .

为了方便处理, 令 $x_1 = \psi$ ,  $x_2 = r = \dot{\psi}$ , 系统输 出 $y \in R$ , 控制输入 $u = \delta$ ,  $f(x_2) = -\frac{K}{T}H(x_2)$ ,  $H(x_2)$  $= \alpha x_2 + \beta x_2^3$ , b = K/T, 可将非线性船舶模型改写为 如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_2) + bu, \\ y = x_1. \end{cases}$$
(2)

Step1 定义误差变量

$$e_1 = x_1 - \psi_r, \ e_2 = x_2 - \phi(e_1),$$

其中 $\phi(e_1)$ 为虚拟控制量,则

 $\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\psi}_r = x_2 - \dot{\psi}_r = e_2 + \phi(e_1) - \dot{\psi}_r.$  (3)  $\ddot{\psi} \dagger \phi(e_1) = \dot{\psi}_r - k_1 e_1, k_1 \in R^+, \ \vec{x} \ (3) \ \vec{\eta} \ \vec{n} \ \mathcal{K} \ \dot{\phi}_1$ 

$$= -k_1e_1 + e_2$$
. 基于此构造第1个 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2,$$
 (4)

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 + e_1 e_2. \tag{5}$$

Step 2 可求得

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\phi}(e_1) = f(x_2) + bu - \dot{\phi}(e_1).$$
 (6)

基于此构造第2个Lyapunov函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2,\tag{7}$$

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 + e_2 [e_1 + f(x_2) + bu - \dot{\phi}(e_1)].$$
(8)  
 $\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 + e_2 [e_1 + f(x_2) + bu - \dot{\phi}(e_1)].$ (8)

选择控制律

$$u = \frac{1}{b}(\dot{\phi}(e_1) - e_1 - f(x_2) - k_2 e_2), \ k_2 \in R^+, \quad (9)$$
即可保证  $\dot{V}_2 \leq 0.$  将式 (9) 代入 (8) 得

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 < 0, \ \forall e_1 \neq 0, e_2 \neq 0.$$
 (10)

根据 Lyapunov 定理, 所设计的控制律能使系统 渐近稳定在平衡点  $x_1 = \psi_r, x_2 = \dot{\psi}_r.$ 

根据上面各式可求得控制输出  

$$u = \frac{T}{K} \Big[ \frac{K}{T} H(x_2) - (1 + k_1 k_2)(x_1 - \psi_r) - (k_1 + k_2)(x_2 - \dot{\psi}_r) + \ddot{\psi}_r \Big].$$
(11)

#### 1.2 船舶航向保持非线性鲁棒控制

**定理1** 设船舶非线性 Nomoto 模型如式(1)所示,在非线性反步递推算法中,通过两步构造 Lyapunov 函数设计控制器的控制律u对于航向偏差  $e_1(e_1 = \psi_r - \psi)$ 的关系可表示为

$$u = \alpha \dot{\psi} + \beta \dot{\psi}^3 + \frac{K}{T} [(1 + k_1 k_2) e_1 + (k_1 + k_2)],$$
并且只要任意选定的两个控制器参数满足

$$k_p = 1 + k_1 k_2 = \frac{1}{3K} + \rho,$$
  
$$k_d = k_1 + k_2 = \frac{T}{3K}, \ 0 < \rho < 10,$$

则所设计的控制器同时具有鲁棒性能.

证明 根据反步递推算法,选 $\psi_r$ 为阶跃函数,则 控制律(11)可变为

$$u = H(x_2) + \frac{T}{K} [(1 + k_1 k_2)e_1 + (k_1 + k_2)\dot{e}_1] = H(x_2) + \frac{T}{K}v.$$
(12)

设

$$k_p = 1 + k_1 k_2 = 1 + \frac{k_1 T}{3K} - k_1^2 = \frac{1}{3K} + \rho,$$
  

$$k_d = k_1 + k_2 = \frac{T}{3K},$$
(13)

将式(13)代入(12),有

$$u = H(x_2) + \frac{T}{K} \left[ \left( \frac{1}{3K} + \rho \right) e_1 + \frac{T}{3K} \dot{e}_1 \right] = H(x_2) + \frac{T}{K} v,$$
(14)

其中

$$\rho = \frac{k_1 T}{3K} - k_1^2 + 1 - \frac{1}{3K}.$$

将式(14)代入(2)可发现,基于反步递推算法的 非线性控制律的本质是将非线性函数 $H(r) = \alpha r$ + $\beta r^3$ 对消后加上一个线性的控制律v,例如式(14)中 的v为PD控制律,其PD控制参数也可用其他算法 (如一阶闭环增益成形算法)求得<sup>[1]</sup>.式(2)的非线性 Nomoto模型忽略其非线性后得到的线性 Nomoto 为

$$G_{\psi\delta}(s) = \frac{K}{s(Ts+1)},$$

则根据文献[1]给出的一阶闭环增益成形算法求出的 线性的鲁棒控制律为

$$v = \frac{1}{GT_1s}e_1 = \frac{Ts+1}{KT_1}e_1 = \left(\frac{1}{KT_1} + \frac{T}{KT_1}s\right)e_1 = \frac{1}{KT_1}e_1 + \frac{T}{KT_1}\dot{e}_1,$$
(15)

其中T1可近似取为系统带宽频率的倒数.

根据文献[1], 在式(15)的比例项上加上一个正 数 ρ(ρ < 10), 可改善船舶运动控制的动态性能, 即

$$v = \left(\frac{1}{KT_1} + \rho\right)e_1 + \frac{T}{KT_1}\dot{e}_1.$$
 (16)

比较式(14)和(16),式(14)的线性部分等于(16)所示 鲁棒控制器参数 $T_1 = 3$ 的情况,相当于将海浪高 频干扰挡在有效频带以外(海浪的频谱范围为0.3 ~1.25 rad/s).根据闭环增益成形算法,定理1给出的 控制律能保证系统稳定并具有鲁棒性能.  $\Box$ 

#### 2 非线性反馈反步递推算法的线性弱化

在使用反步递推算法设计船舶航向保持非线性 鲁棒控制器的过程中,两步构造 Lyapunov 函数的过 程中任意选择的两个正数 k<sub>1</sub> 和 k<sub>2</sub> 是一个镇定参数集 合,在这个集合中一定存在一组参数,使设计的控制 器同时具有鲁棒性能.从而,上述定理给出了这组参 数的确定方法,两个参数的选取与船舶模型的两个最 基本的操纵性指数有关.但是,该定理在实际的应用 过程中存在如下 2 个问题:

 1)控制器与模型的非线性函数对消是困难的,在 海况干扰、装载和航速变化等模型摄动情况下,模型 中的非线性参数是时变的;

2) 控制器的输出能量较大.

对于问题1),本文采用忽略控制律中非线性函数 对消部分,将非线性反步递推算法弱化为线性的控制 器,利用选择的一组控制器参数使系统具有鲁棒性能 的特点,保证控制器的效果,这样控制律变为

$$u = \frac{1}{K} [(1 + k_1 k_2) e_1 + (k_1 + k_2) \dot{e}_1] = \frac{1}{K} (k_p e_1 + k_d \dot{e}_1).$$
(17)

对于问题 2), 采用文献 [10] 提出的正弦函数驱动 的非线性反馈技术来解决. 正弦函数驱动的非线性反 馈非线性控制是设计一个控制律  $u = f(e_1) \sin e_1$ , 目 的在于以更小的控制能量获得同样的控制效果甚至 更优的控制效果. 非线性反馈技术本身并不能改变控 制的输出性能, 但能保证在控制律不变的情况下减少 控制的能量, 即以牺牲更少的能量达到同样的控制效 果, 文献 [10] 给出了其理论分析.

本文给出的控制律即使弱化为线性控制律,也会因为非线性反馈的引入,使得最后的控制律仍然属于非线性控制范畴.最后的控制结构如图1所示,其中 ω 为系统频率,因为海浪频率为0.3 ~ 1.25 rad/s,为了避免高频海浪干扰的影响,ω 要取小于1的数值.



#### 图 1 基于非线性反馈的反步递推船舶航向保持控制结构

事实上,线性反馈控制的任务是设计一个控制律

其中 f(e) 是关于反馈误差的非线性函数; 非线性反馈 控制是设计一个控制律

$$u = f(e)g(e),$$

其中 g(e) 是非线性反馈函数, 用来进行非线性反馈转换. 从理论上讲, u = f(e)g(e) 一定等价于 u = h(e)e, 但有时 h(e) 的演绎非常复杂, 难以获得, 而非线性反馈控制的设计思想是在已经有了 f(e) 的前提下, 通过选择非线性反馈驱动函数 g(e) 来代替原线性反馈变量 e, 以达到节能的效果.

#### 3 仿真实验及结果分析

仿真软件采用 Simulink 工具箱. 实验的被控对象 为大连海事大学的"育龙"实习船,该船仿真参数如 表1所示,实验方案采用非线性反步递推控制器直接 控制非线性 Nomoto 模型,得到名义模型的控制仿真 结果; 然后忽略传统反步递推控制器中非线性函数对 消部分,在线性弱化的基础上使用非线性反馈控制技 术(即使用正弦函数处理航向误差信号),得出名义模 型的对比控制仿真结果;最后加上舵机特性和6级风 浪干扰,得到有海况干扰和模型摄动的仿真结果,以 验证控制器的鲁棒性能.

表1 "育龙"轮实习船仿真参数

船舶基本参数	两柱间长 L/m	126
	吃水 d/m	8.0
	重心坐标 $x_G/m$	-3.38
	舵叶面积 $A_R/m^2$	18.8
	船宽 B/m	20.8
	排水量 ∇/t	14 635.1
	方形系数 C <sub>b</sub>	0.681
	初始船速 V/kn	15
	· · · · · · ·	
	旋回性指数 $K/s^{-1}$	0.48
	旋回性指数 $K/s^{-1}$ 最大舵速 $\dot{\delta}_{max}/(\deg \cdot s^{-1})$	0.48 $\pm 5$
船舶揭知性余数	旋回性指数 $K/s^{-1}$ 最大舵速 $\dot{\delta}_{max}/(\deg \cdot s^{-1})$ $\alpha$	$0.48 \pm 5$ 9.16
船舶操纵性参数	旋回性指数 $K/s^{-1}$ 最大舵速 $\dot{\delta}_{max}/(\deg \cdot s^{-1})$ $\alpha$ 追随性指数 $T/s$	$0.48 \pm 5$ 9.16 216.58
船舶操纵性参数	旋回性指数 $K/s^{-1}$ 最大舵速 $\dot{\delta}_{max}/(\deg \cdot s^{-1})$	0.48 ±5 9.16 216.58 35
船舶操纵性参数	旋回性指数 $K/s^{-1}$ 最大舵速 $\dot{\delta}_{max}/(\deg \cdot s^{-1})$ 追随性指数 $T/s$ 最大舵角 $\delta_{max}/\deg$	0.48 $\pm 5$ 9.16 216.58 35 10.814.3
船舶操纵性参数 取 $\rho = 4.82$ 时,	旋回性指数 $K/s^{-1}$ 最大舵速 $\dot{\delta}_{max}/(\deg \cdot s^{-1})$ $\alpha$ 追随性指数 $T/s$ 最大舵角 $\delta_{max}/\deg$ $\beta$ $k_p$	$\begin{array}{c} 0.48 \\ \pm 5 \\ 9.16 \\ 216.58 \\ 35 \\ 10.814.3 \\ 5.51 \end{array}$

风的干扰等效描述为一个白噪声与代表相应风级的等效舵角的合成,根据文献[1,11-15],6级风且风弦角为30 deg时等效舵角为δ<sub>wind</sub> = 3 deg, 浪的干扰用白噪声驱动的典型二阶振荡环节描述,最后的仿真框图如图2所示.

未加风浪干扰及舵机特性(相当于模型摄动)的 名义模型仿真结果如图3所示,设定航向为40 deg.从 图3可以看出,输出曲线上升时间为70 s,无超调、无 静差,但控制能量即最大舵角为99446 deg,稳定后舵 角平均为6.45 deg,操舵频率为24.3 Hz,显然最大舵角 和操舵频率都远远超出了航海实践的允许范围.



图 2 Simulink 仿真框图





图4仍为名义模型的仿真结果,但控制器进行了 线性弱化,并使用了正弦函数驱动的非线性反馈, $\omega =$ 0.8. 分析图4可知, 最大舵角降为167.3 deg, 稳定后舵 角平均为0deg,操舵频率降为0.14Hz,虽然控制能量 大幅度降低,但最大舵角仍然超出了航海实践允许的 范围.

图5为加了6级风浪干扰、舵机特性和舵角限制 后的仿真结果,最大舵角降为35 deg,稳定后舵角平均 为5.53 deg, 操舵频率为3.4 Hz, 这些参数都在航海实 践允许的范围内. 当模型加上6级风浪干扰后, 艏向 角输出除稳定值有±0.8 deg的波动外,其他性能没有 恶化. 通过改进, 基于非线性反馈的反步递推算法已 变成航海实践可用的控制算法.



#### 结 论 4

本文利用正弦函数驱动的非线性反馈结合线性 弱化的反步递推算法构成一种新的非线性反步递推 算法,成功解决了常规反步递推算法非线性函数难以 有效对消及控制能量大的两个难题,以"育龙"轮为例

对船舶航向保持问题进行了仿真,研究结果表明本文 方法效果明显.为了航海节能,后续的研究可进一步 降低操舵频率.

#### 参考文献(References)

 张显库. 船舶运动简捷鲁棒控制[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 1-10.

(Zhang X K. Ship motion concise robust control[M]. Beijing: Science Press, 2012: 1-10.)

[2] 张显库, 郭晨, 杜佳璐. 船舶航向不对称信息理论与非线
 性逆推鲁棒控制算法[J]. 交通运输工程学报, 2006, 6(2):
 47-50.

(Zhang X K, Guo C, Du J L. Asymmetric information theory and nonlinear backstepping robust control algorithm of ship navigation[J]. J of Traffic and Transportation Engineering, 2006, 6(2): 47-50.)

- [3] Dovgobrod G M. Development of an adaptive algorithm for ship motion control on a nonlinear path[J]. Gyroscopy and Navigation, 2012, 3(1): 41-46.
- [4] Harl N, Balakrishnan S N. Impact time and angle guidance with sliding mode control[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2012, 20(6): 1436-1449.
- [5] Liu Cheng, Zou Zao-jian, Li Tie-shan. Ship autopilot control based on combined backstepping and sliding-mode technique[J]. ICIC Express Letters, Part B: Applications, 2013, 4(1): 225-230.
- [6] Ren Jun-sheng, Liu Lu. Adaptive neural network control for ship steering system using filtered backstepping design[J]. J of Applied Sciences, 2013, 13(10): 1691-1697.
- [7] Witkowska A, Smierzchalski R. Designing a ship course controller by applying the adaptive backstepping method[J]. Int J of Applied Mathematics and Computer Science, 2012, 22(4): 985-997.

- [8] Chen X T, Tan W W. Tracking control of surface vessels via fault-tolerant adaptive backstepping interval type-2 fuzzy control[J]. Ocean Engineering, 2013, 70(2): 97-109.
- [9] Du Jia-lu, Abraham A, Yu Shuang-he, et al. Adaptive dynamic surface control with Nussbaum gain for coursekeeping of ships[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2014, 27(1): 236-240.
- [10] 张显库. 用航向偏差的正弦函数驱动的自动舵控制算 法[J]. 中国航海, 2011, 34(1): 1-4.
  (Zhang X K. Control algorithm for autopilot driven by sine of course deviation[J]. Navigation of China, 2011, 34(1): 1-4.)
- [11] 张显库, 金一丞. 控制系统建模与数字仿真[M]. 第2版. 大连: 大连海事大学出版社, 2013: 124-130.
  (Zhang X K, Jin Y C. Control system modeling and dygital simulation[M]. 2nd ed. Dalian: Dalian Maritime University Press, 2013: 124-130.)
- [12] Zhang Xian-ku, Jia Xin-le. Simplification of H mixed sensitivity algorithm and its application[J]. Automatic Control and Computer Sciences, 2002, 36(3): 28-33.
- [13] Zhang Xian-ku, Zhang Guo-qing. Stabilization of pure unstable delay systems by the mirror mapping technique[J]. J of Process Control, 2013, 23(10): 1465-1470.
- [14] Zhang Guo-qing, Zhang Xian-ku. Concise robust adaptive path-following control of underactuated ships using DSC and MLP[J]. IEEE J of Oceanic Engineering, 2014, 2014, 39(4): 685-694.
- [15] Zhang Xian-ku, Zhang Guo-qing. Researches on williamson turn for very large carriers[J]. Naval Engineers J, 2013, 125(4): 113-119.

(责任编辑:孙艺红)