文章编号: 1001-0920 (2015) 08-1497-07 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2014.0888

基于NSGA-II的具有多目标子学科的协同优化方法

李海燕[a], 井元伟[b]

(东北大学 a. 计算中心，b. 信息科学与工程学院，沈阳 110004)

摘 要: 针对子学科具有物理目标的多目标协同优化问题, 研究基于NSGA-II的求解策略. 鉴于子学科个体满足约束可行性的进化过程与系统级分配期望值无关, 提出具有良好的可行性和多样性的初始种群生成方法, 以提高多目标子学科的计算效率和计算精度. 为了解决由一致性目标函数与物理目标函数的作用不同而造成的NSGA-II非支配级排序困难, 提出将子学科一致性目标函数转化为子学科自身约束的策略. 最后, 利用工程算例对所提出方法的有效性进行了验证.

关键词: 多学科设计优化；多目标协同优化；一致性目标函数转换；NSGA-II 算法

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A

Multi-objective collaborative optimization method based on NSGA-II for MDO problems with multi-objective subsystem

LI Hai-yan[a], *JING Yuan-wei*[b]

(a. Computing Center，b. College of Information Science and Engineering，Northeastern University，Shenyang 110004, China．Correspondent：LI Hai-yan，E-mail：lihaiyan@mail.neu.edu.cn)

Abstract: The multi-objective collaborative optimization method based on NSGA-II is proposed for multi-objective multidisciplinary design optimization problems with multi-objective subsystems. The evolutionary process in which the individuals meet the feasibility is irrelevant to the target point allocated by the system level in multi-objective subsystem optimization. In view of this characteristic, a method for producing initial population with good feasibility and diversity is proposed to improve the calculation efficiency and accuracy of multi-objective subsystem optimization. In the process of NSGA-II non-dominated sorting, the effect of the interdisciplinary incompatibility function differs from the physical objectives, which increases the difficulty in sorting the individuals. To avoid this problem, a strategy of transforming the incompatibility function into a disciplinary constraint is presented in the multi-objective subsystem optimization. Finally, the engineering example shows the effectiveness of the proposed approaches.

Keywords: multidisciplinary design optimization；multi-objective collaborative optimization；incompatibility function transformation；NSGA-II algorithm

0 引 言

飞机、风力发电机、汽车等复杂产品及其相关产业是我国的经济支柱之一, 随着国际竞争的日益加剧和科学技术的不断进步, 复杂产品的设计过程越来越复杂, 往往会涉及多个学科领域的相关知识. 多学科设计优化 (MDO) 技术能够有效解决大规模复杂工程系统的设计问题, 将复杂产品设计优化问题分解为若干子学科, 各子学科间的规划协调问题由MDO优化策略负责. MDO技术在航空航天等诸多领域, 得到了国内外学者的广泛关注[1-2]. MDO 算法是 MDO 研究领域的核心部分, 典型的多级优化算法主要有协同优化、并行子空间、两级集成系统综合和目标层解分析法等几种.

实际上, 许多MDO工程应用问题具有多目标性, 由于各目标之间通常存在相互矛盾和制约的关系, 要求各目标函数同时达到最优较难, 往往只能得到偏好解或Pareto解集. 协同优化方法 (CO) 因具有较高的学科自治性受到广泛关注, 成为一种较有前途的MDO优化算法[3-4]. 然而, 由于CO方法的两级优化结构和多目标优化算法的计算过程均具有一定的复杂

收稿日期: 2014-06-06；**修回日期:** 2014-11-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51305073, 51305074).

作者简介: 李海燕(1979−), 女, 副教授, 博士, 从事多学科协同优化、鲁棒优化方法的研究；井元伟(1956−), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统、远程通讯网络、通信控制等研究.

性, 目前关于多目标协同优化 (MOCO) 的研究文献尚不多见.

在基于偏好方法的 MOCO 问题研究方面, 文献 [5-6] 采用直接加权和方法, 将多目标问题转换为单目标优化问题后, 采用 CO 方法进行求解计算; 文献 [7] 采用目标规划方法和线性物理规划求解 MOCO 问题; 文献 [8] 采用模糊满意度原理求解 MOCO 问题. 基于偏好的方法受决策者偏好值的信息设置影响较大, 与基于多目标进化算法 (MOEA) 相比, 计算效率相对较高. 在基于 MOEA 方法研究方面, MOEA 与 CO 方法两级优化结构结合时所产生的计算过程复杂性, 增加了采用 MOEA 方法求解 MOCO 问题的难度. 文献 [9-10] 采用 MOEA 方法求解 MOCO 的系统级和学科级多目标优化问题, 给出了多目标子学科 Pareto 解集返回值的 4 种选择方法; 文献 [11] 针对汽车仪表板问题, 研究了基于多目标遗传算法的 MOCO 求解方法.

在已有文献所给出的 MOCO 问题求解方法研究中, 多目标优化问题的研究大多集中于协同优化的系统级. 对于一些实际的 MDO 问题[6], 某些物理目标函数只能放在子学科内部处理. 已有文献对 MOCO 问题的研究作出了积极的贡献, 但对于子学科自身具有物理目标函数的 MDO 问题, 相关文献给出的研究成果甚少. 对于这类问题, 由于子学科的物理目标函数和子学科一致性目标函数的作用和重要性不同, 重点和难点在于如何有效解决子学科一致性目标函数的特殊性. 相关文献一方面未考虑子学科一致性目标函数与物理目标函数不同的特殊性, 另一方面对于由 MOEA 与 CO 两级优化结构结合所产生的较大计算量, 也未给予足够的关注.

本文以子学科具有物理目标函数的 MOCO 问题为研究对象, 结合多目标子学科优化结构的特点, 着重解决该类问题的以上两方面关键技术. 一方面, 针对多目标子学科一致性目标函数的特殊性, 提出将一致性目标函数转换为子学科自身约束的处理策略, 以解决子学科物理目标和子学科一致性目标函数的作用不同的问题; 另一方面, 从提高多目标子学科优化计算效率和计算精度的角度, 给出具有良好的可行性和多样性的初始种群生成方法, 以提高采用 NSGA-II 方法求解 MOCO 问题的计算效率.

1 子学科具有多目标性的协同优化方法

假设系统设计问题可分解为 n 个子学科, 子学科具有多目标性的 CO 问题可由如下数学表达式描述:

1) 系统级优化

$$\min F(\boldsymbol{z});$$

$$\text{s.t. } J_i^*(\boldsymbol{z})=\sum_{j=1}^{s_i}(z_j-x_{ij}^*)^2\leqslant\varepsilon,\ \varepsilon\geqslant 0,$$

$$i=1,2,\cdots,n. \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{z}$ 为系统级优化设计向量, z_j 为第 j 个系统级设计变量, s_i 为学科 i 的设计变量数, x_{ij}^* 为学科 i 的第 j 个设计变量的优化结果.

2) 子学科 i 优化

$$\min J_i(\boldsymbol{x}_i)=\sum_{j=1}^{s_i}(x_{ij}-z_j^*)^2,$$

$$\min\{f_{i1}(\boldsymbol{x}_i),f_{i2}(\boldsymbol{x}_i),\cdots,f_{in_s}(\boldsymbol{x}_i)\};$$

$$\text{s.t. } c_i(\boldsymbol{x}_i)\leqslant 0. \tag{2}$$

其中: $\boldsymbol{x}_i$ 为学科级 i 的设计向量, z_j^* 为系统级分配给学科级 i 的第 j 个设计变量期望值, $f_{i1}(\boldsymbol{x}_i)\sim f_{in_s}(\boldsymbol{x}_i)$ 为子学科 i 自身的物理目标函数, $c_i(\boldsymbol{x}_i)$ 为学科级约束.

对于多目标子学科, 子学科一致性目标函数 $J_i(\boldsymbol{x}_i)$ 与子学科自身的物理目标函数不同, 它不具有物理意义. 在标准 CO 两级优化框架中, 子学科不具有物理目标函数, 一致性目标函数的作用是在子学科可行域内, 寻找距系统级分配期望值距离最近的点. 一致性目标函数随着两级优化迭代的进行, 逐渐趋近于零. 因此, 子学科一致性目标函数不能与子学科物理目标函数按相同的方式处理.

2 基于 NSGA-II 的子学科具有多目标性的协同优化方法

对于子学科具有多目标性的 MOCO 优化问题, 由于子学科一致性目标函数具有特殊性, 本文将多目标子学科的优化过程作为研究的重点. 采用 NSGA-II 算法, 从初始种群的生成方法和多目标子学科一致性目标函数的转换策略两个方面来解决求解过程中的关键问题.

2.1 多目标子学科初始种群的生成方法

在多目标子学科的优化过程中, 个体首先应满足子学科的约束可行性, 然后满足学科间的一致性要求. 若每次子学科优化都采用随机生成的初始种群, 则通常会存在以下问题:

1) 计算量较大. 对于每次学科级优化, 系统级分配的期望值不同, 但由于个体满足子学科的约束可行性与系统级分配的期望值无关, 个体满足约束可行性的进化过程会产生许多重复的计算量.

2) 随机生成的初始种群可能具有较差的多样性和可行性. 在种群个体的进化过程中, 非支配级排序中的约束可行性阈值为零, 若初始种群的多样性较差, 则结果种群可能会出现所有个体相同且总体约束值

不为零的情况, 即不满足子学科的可行性要求.

为了解决上述两方面问题, 在子学科可行域内, 生成具有良好的可行性和多样性的初始种群. 每次子学科优化都利用该种群作为初始种群, 由于该种群在子学科可行域内, 避免了进化初期满足约束可行性的重复计算过程, 从而可提高多目标子学科优化的计算效率. 另外, 由于该种群具有良好的多样性, 可避免结果种群出现所有个体相同但不满足约束可行性的现象.

2.1.1　提高初始种群的可行性

利用种群中所有个体的平均约束值给出种群可行性定义, 此时种群可行性量度为

$$\varphi_{\text{fea}}=\frac{\sum\limits_{j=1}^{\text{popsize}}\varphi_{\text{con}}(\boldsymbol{x}_j)}{\text{popsize}}. \tag{3}$$

其中: popsize 为种群的个体数目, $\varphi_{\text{con}}(\boldsymbol{x}_j)$ 为个体 $\boldsymbol{x}_j$ 的总体约束值.

为了提高结果种群的可行性, 在进化过程中, 借鉴遗传算法中变异算子的作用, 通过在每代(除最后一代) 中引入一定比例的新个体来避免出现种群中所有个体相同的现象. 当种群不再出现所有个体相同的现象后, 随着进化代数的增加, 种群的可行性会越来越好, 最终达到可行性要求. 同时, 新个体的引入还可增强种群的多样性.

2.1.2　提高初始种群的多样性

利用各设计变量的相对变化值之和表示种群中个体的分布情况, 据此给出种群多样性量度为

$$\varphi_{\text{div}}=\sum_{i=1}^{m}\frac{\Delta x_i}{x_i^U-x_i^L}. \tag{4}$$

其中: x_i^U 和 x_i^L 分别为第 i 个设计变量的上下限, Δx_i 为种群中第 i 个设计变量的最大值与最小值的差值, m 为子学科设计变量的个数.

在提高种群多样性方面, 可通过调整非支配级排序中个体的可行性阈值来实现. 个体的可行性阈值会影响结果种群的多样性和可行性, 较大的阈值会提高结果种群的多样性, 同时也会降低结果种群的可行性. 为了在保证结果种群可行性的前提下, 提高结果种群的多样性, 可采取逐渐减小个体可行性阈值的办法.

在进化初期, 设置较大的个体可行性阈值来提高结果种群的多样性; 在进化后期, 将个体可行性阈值变为 0 来保证结果种群的可行性. 随进化代数的增加, 逐渐减小的个体可行性阈值为

$$\phi_{\text{con1}}=T_{\text{con}}\Big(\sum_{j=1}^{\text{popsize}}\varphi_{\text{con}}(\boldsymbol{x}_j)\Big)\Big/\text{popsize}; \tag{5}$$

$$T'_{\text{con}}=1-\gamma\cdot\text{gen}/\text{maxgen},\ \gamma>1; \tag{6}$$

$$T_{\text{con}}=\begin{cases}T'_{\text{con}},\ T'_{\text{con}}\geqslant 0;\\ 0,\ T'_{\text{con}}<0.\end{cases} \tag{7}$$

其中: T_{con} 为阈值调节参数, γ 为控制参数, gen 为当前进化代数, maxgen 为最大进化代数. 设置每代保留的最低可行个体数及其相应的阈值为

$$n'_{\text{con}}=\left\lceil\alpha\cdot\text{popsize}\cdot\frac{\text{maxgen}-\text{gen}}{\text{maxgen}}\right\rceil,\ \alpha<0.1. \tag{8}$$

$$n_{\text{con}}=\begin{cases}n'_{\text{con}},\ n'_{\text{con}}\geqslant 0;\\ 0,\ n'_{\text{con}}<0.\end{cases} \tag{9}$$

$$\phi_{\text{con2}}=\begin{cases}\text{constr}(n_{\text{con}},\text{constrainpos}),\ n_{\text{con}}>0;\\ 0,\ n_{\text{con}}=0.\end{cases} \tag{10}$$

其中: constr 为按当代个体可行性阈值递增顺序排序后的种群, constrainpos 为个体可行性阈值的排放位置. 个体可行性阈值 ϕ_{con} 取 ϕ_{con1} 和 ϕ_{con2} 中的较大者, 即

$$\phi_{\text{con}}=\max\{\phi_{\text{con1}},\phi_{\text{con2}}\}. \tag{11}$$

个体可行性阈值采用式 (11) 所给出的值, 在进化后期, 可行性阈值 ϕ_{con} 的值会变为 0. 由式 (6) 可知, 由于 $\gamma>1$, 当 $\text{gen}\geqslant\text{maxgen}/\gamma$ 时, 有

$$T'_{\text{con}}\leqslant 0. \tag{12}$$

将式 (12) 的结果代入 (7) 和 (5), 有

$$\phi_{\text{con1}}=0. \tag{13}$$

由式 (8) 可知, 当 $\text{gen}>\text{maxgen}\cdot\Big(1-\dfrac{1}{\alpha\cdot\text{popsize}}\Big)$ 时, 有

$$n'_{\text{con}}\leqslant 0. \tag{14}$$

将式 (14) 的结果代入 (9) 和 (10), 有

$$\phi_{\text{con2}}=0. \tag{15}$$

将式 (13) 和 (15) 代入 (11), 有

$$\phi_{\text{con}}=0. \tag{16}$$

阈值 ϕ_{con} 的值为 0, 能够保证在进化后期阶段尽快搜索到可行解.

2.2　一致性目标函数的转换策略

在多目标子学科优化中, 相比于物理目标函数, 一致性目标函数具有特殊性. 在标准 CO 的两级优化结构中, 子学科一致性目标函数的作用是在子学科可行域内, 寻找距系统级分配期望值距离最近的点. 对于具有物理目标的子学科, 是在这些距离最近的点中寻找物理目标的最优值. 每一次子学科优化结束时, 子学科一致性目标函数值为某一具体值, 可利用该值将一致性目标函数转换为约束.

为此, 本文将一致性目标函数转化为约束形式, 放在子学科自身的约束中. 根据子学科一致性目标函数的表示式, 给出转换为约束形式的表达式为

$$\sum_{j=1}^{s_i}(x_{ij}-z_j{}^*)^2 - J_{\rm cons} \leqslant 0. \tag{17}$$

式 (17) 所表示的约束是一个以系统级分配期望值为中心、圆心或球心等, 以 $\sqrt{J_{\rm cons}}$ 为半径的线段、圆或球等几何区域. 将式 (17) 加入子学科自身的约束后, 多目标子学科优化的可行域会变小, $J_{\rm cons}$ 的取值一方面影响了子学科优化的可行域减小的程度, 另一方面影响了子学科的优化结果距系统级分配期望值的距离.

随着两级优化过程的迭代进行, 一致性目标函数的作用是逐渐减少系统级分配期望值与子学科优化结果之间的距离, 以增强各子学科间的一致性. 在标准 CO 的两级优化结构中, 子学科优化是在其自身可行域内, 寻找距系统级分配期望值距离最近的点. 当子学科具有物理目标函数时, CO 问题转变为 MOCO 问题, 为了能够继续保证优化结果仍为距系统级分配期望值距离最近的点, 可利用系统级分配期望值距该子学科可行域的距离 $d_{\rm dist}$ 给出 $J_{\rm cons}$ 的值, $d_{\rm dist}$ 的计算式为

$$\min d_{\rm dist} = \sum_{j=1}^{s_i}(x_{ij}-z_j{}^*)^2,$$
$$\text{s.t. } c_i(\boldsymbol{x}_i) \leqslant 0. \tag{18}$$

在每次学科级优化过程中, 对于多目标子学科需进行两次优化, 第 1 次优化的目的是计算系统级分配期望值距该子学科可行域的距离 $d_{\rm dist}$, 第 2 次优化为多目标子学科优化的求解过程. 此时, 根据系统级分配期望值距子学科可行域的最近距离 $d_{\rm dist}$, 给出 $J_{\rm cons}$ 的值为

$$J_{\rm cons} = d_{\rm dist}. \tag{19}$$

将式 (19) 代入 (17), 可得多目标子学科一致性目标函数的转换形式为

$$\sum_{j=1}^{s_i}(x_{ij}-z_j{}^*)^2 - d_{\rm dist} \leqslant 0. \tag{20}$$

为了提高子学科物理目标函数的优化性能, 引用协同优化系统级一致性等式约束的松弛因子 ε, 将其加入到子学科一致性目标函数的转换式中, 此时转换式为

$$\sum_{j=1}^{s_i}(x_{ij}-z_j{}^*)^2 - d_{\rm dist} \leqslant \varepsilon,\ \varepsilon \geqslant 0. \tag{21}$$

将式 (21) 加入多目标子学科的约束中, 多目标子学科优化的形式变为

$$\min\{f_{i1}(\boldsymbol{x}_i), f_{i2}(\boldsymbol{x}_i), \cdots, f_{in_s}(\boldsymbol{x}_i)\};$$
$$\text{s.t. } c_i(\boldsymbol{x}_i) \leqslant 0,$$
$$\sum_{j=1}^{s_i}(x_{ij}-z_j{}^*)^2 - d_{\rm dist} \leqslant \varepsilon. \tag{22}$$

其中 $d_{\rm dist}$ 的值由式 (18) 给出.

2.3 NSGA-II 中遗传算子的选取

对于具有物理目标的子学科, 将一致性目标函数转换为约束. 转换后, 对于具有多目标性的子学科, 采用物理目标函数作为适应度函数, 选择操作采用基于锦标赛的选择法. 交叉操作采用模拟二进制杂交算子, 其数学计算式为

$$x'_{1,ik} = 0.5[(1+\rho_k)x_{1,ik} + (1-\rho_k)x_{2,ik}], \tag{23}$$
$$x'_{2,ik} = 0.5[(1-\rho_k)x_{1,ik} + (1+\rho_k)x_{2,ik}]. \tag{24}$$

其中: $x_{1,ik}$、$x_{2,ik}$ 为父个体; $x'_{1,ik}$、$x'_{2,ik}$ 为子个体; k 为第 k 个设计变量; ρ_k 为一随机数, 可利用概率密度函数给出.

变异操作采用多项式变异算子, 其数学计算为

$$x'_k = x_k + (x_k^U - x_k^L)\xi_k. \tag{25}$$

其中: x_k 为父个体, x'_k 为子个体, x_k^U 和 x_k^L 分别为上限和下限, ξ_k 为满足多项式分布的变异系数.

3 四辊轧机机座结构参数的优化设计

对于板带轧机而言, 轧机工作机座刚度是最重要的性能指标之一, 该问题所涉及的目标函数和约束描述如下:

1) 7 个目标函数.

① 上、下横梁由弯矩产生的弯曲变形之和为

$$f_1(\boldsymbol{x}) = 1.91\times10^{-6}(x_1+0.59)^3\Big(\frac{1}{x_4x_3^3}+\frac{1}{x_6x_5^3}\Big)\times \Big\{1-\frac{3}{4}\Big[1+\frac{(x_3+x_5+4.3)x_4x_2^3x_6x_5^3}{(x_1+0.59)x_2x_1^3(x_4x_3^3+x_6x_5^3)}\Big]^{-1}\Big\}. \tag{26}$$

② 上、下横梁由剪力产生的弯曲变形之和为

$$f_2(\boldsymbol{x}) = 3.704\times10^{-6}(x_1+0.59)\Big(\frac{1}{x_3x_4}+\frac{1}{x_5x_6}\Big). \tag{27}$$

③ 立柱的拉伸变形为

$$f_3(\boldsymbol{x}) = 5.119\times10^{-6}\times\frac{1}{x_1x_2}. \tag{28}$$

④ 支承辊由弯曲力矩产生的弯曲变形之和为

$$f_4(\boldsymbol{x}) = 0.967\,1\times10^{-6}[8(x_2+0.656)^3-0.64(x_2+0.656)+0.064+8(x_2+0.256)^3\times(218.8x_7^4-1)]/x_7^4. \tag{29}$$

⑤ 支承辊由剪力矩产生的弯曲变形之和为

$$f_5(\boldsymbol{x}) = 1.533\times10^{-5}[(x_2+0.656)-0.2+(x_2+0.256)(14.79x_7^2-1)]/x_7^2. \tag{30}$$

⑥ 工作辊与支承辊辊身间弹性压扁之和为

$$f_6(\boldsymbol{x}) = 0.263 \times 10^{-4} \ln[0.590\,4 \times 10^5(x_7 + 0.28)]. \tag{31}$$

⑦ 机架重量为

$$f_7(\boldsymbol{x}) = 15.6 \times [2.15x_1x_2 + (x_3x_4 + x_5x_6)(x_1 + 0.295)]. \tag{32}$$

2) 15个约束条件.

① 支承辊辊身直径约束为

$$g_1(\boldsymbol{x}) = x_7 - 0.42 \leqslant 0. \tag{33}$$

② 支承辊与工作辊直径的关系为

$$g_2(\boldsymbol{x}) = 0.336 - x_7 \leqslant 0. \tag{34}$$

③ 轧辊接触强度条件为

$$g_3(\boldsymbol{x}) = 0.829 \times 10^6 \times \sqrt{1 + 0.28/x_7} - 1.61 \times 10^6 \leqslant 0. \tag{35}$$

④ 支承辊辊身与辊颈交界处辊颈危险断面的弯曲强度条件为

$$g_4(\boldsymbol{x}) = 0.167\,8 \times 10^6(x_2 + 0.256) - 0.125 \times 10^6 \leqslant 0. \tag{36}$$

⑤ 机架立柱拉伸、弯曲复合强度条件为

$$g_5(\boldsymbol{x}) = \frac{500}{x_1x_2} + \frac{750(x_1 + 0.59)}{x_1^2x_2} \times \frac{1}{\Big[1 + \frac{(x_3 + x_5 + 4.3)x_4x_3^3x_6x_5^3}{(x_1 + 0.59)x_2x_1^3(x_4x_3^3 + x_6x_5^3)}\Big]} - 0.055 \times 10^6 \leqslant 0. \tag{37}$$

⑥ 机架上、下横梁的弯曲强度条件为

$$g_6(\boldsymbol{x}) = \frac{1.5 \times 10^3(x_1 + 0.59)}{x_4x_3^2} \times \Big\{1 - \frac{1}{2\Big[1 + \frac{(x_3 + x_5 + 4.3)x_4x_3^3x_6x_5^3}{(x_1 + 0.59)x_2x_1^3(x_4x_3^3 + x_6x_5^3)}\Big]}\Big\} - 0.055 \times 10^6 \leqslant 0, \tag{38}$$

$$g_7(\boldsymbol{x}) = \frac{1.5 \times 10^3(x_1 + 0.59)}{x_6x_5^2} \times \Big\{1 - \frac{1}{2\Big[1 + \frac{(x_3 + x_5 + 4.3)x_4x_3^3x_6x_5^3}{(x_1 + 0.59)x_2x_1^3(x_4x_3^3 + x_6x_5^3)}\Big]}\Big\} - 0.055 \times 10^6 \leqslant 0. \tag{39}$$

⑦ 立柱和上、下横梁横截面高度和宽度尺寸约束考虑下述8项: $h_1 > b_1$, $h_2 > b_2$, $h_3 > b_3$, $b_1 \geqslant B'$ (B' 是在立柱断面宽度方向上为安装轴承所需最小宽度, 取 $B' = 0.26$), $b_2 > 0$, $b_3 > 0$, $h_2/b_2 \leqslant 2.5$, $h_3/b_3 \leqslant 2.5$, 故有

$$g_8(\boldsymbol{x}) = x_2 - x_1 \leqslant 0, \tag{40}$$

$$g_9(\boldsymbol{x}) = x_4 - x_3 \leqslant 0, \tag{41}$$

$$g_{10}(\boldsymbol{x}) = x_6 - x_5 \leqslant 0, \tag{42}$$

$$g_{11}(\boldsymbol{x}) = 0.26 - x_2 \leqslant 0, \tag{43}$$

$$g_{12}(\boldsymbol{x}) = -x_4 \leqslant 0, \tag{44}$$

$$g_{13}(\boldsymbol{x}) = -x_6 \leqslant 0, \tag{45}$$

$$g_{14}(\boldsymbol{x}) = x_3 - 2.5x_4 \leqslant 0, \tag{46}$$

$$g_{15}(\boldsymbol{x}) = x_5 - 2.5x_6 \leqslant 0. \tag{47}$$

7个目标函数涉及立柱、横梁和支承辊3个子系统(子学科), 其中目标函数 $f_1 \sim f_6$ 属于子系统自身的物理目标函数, 文本将 $f_1 \sim f_6$ 放在相应的子系统内部计算, 机架重量 f_7 放在系统级计算. 此时, 该问题的MOCO系统级为

$$\begin{aligned} &\min F(\boldsymbol{z}) = f_7(\boldsymbol{z}); \\ &\text{s.t. } J_i^*(\boldsymbol{z}) \leqslant \varepsilon,\ i = 1, 2, 3. \end{aligned} \tag{48}$$

立柱子系统为

$$\begin{aligned} &\min f_{11}(\boldsymbol{x}_1) = J_1(\boldsymbol{x}_1), \\ &\min f_{12}(\boldsymbol{x}_1) = f_3(\boldsymbol{x}_1); \\ &\text{s.t. } g_j(\boldsymbol{x}_1) \leqslant 0,\ j = 5, 8, 11. \end{aligned} \tag{49}$$

横梁子系统为

$$\begin{aligned} &\min f_{21}(\boldsymbol{x}_2) = J_2(\boldsymbol{x}_2), \\ &\min f_{22}(\boldsymbol{x}_2) = f_1(\boldsymbol{x}_2), \\ &\min f_{23}(\boldsymbol{x}_2) = f_2(\boldsymbol{x}_2); \\ &\text{s.t. } g_j(\boldsymbol{x}_2) \leqslant 0,\ j = 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 15. \end{aligned} \tag{50}$$

支承辊子系统为

$$\begin{aligned} &\min f_{31}(\boldsymbol{x}_3) = J_3(\boldsymbol{x}_3), \\ &\min f_{32}(\boldsymbol{x}_3) = f_4(\boldsymbol{x}_3), \\ &\min f_{33}(\boldsymbol{x}_3) = f_5(\boldsymbol{x}_3), \\ &\min f_{34}(\boldsymbol{x}_3) = f_6(\boldsymbol{x}_3); \\ &\text{s.t. } g_j(\boldsymbol{x}_3) \leqslant 0,\ j = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \tag{51}$$

3.1　多目标子学科的初始种群生成

采用本文提出的一致性目标函数转换策略, 将多目标子学科的一致性目标函数转换为子学科自身约束. 转换后, 立柱子系统转换为单目标优化问题, 横梁子系统和支承辊子系统仍为多目标优化问题.

采用NSGA-II算法求解横梁子系统和支承辊子系统的多目标优化问题, 为了提高计算效率和计算精度, 首先需要生成具有良好的可行性和多样性的初始种群. 在初始种群生成过程中, 采用第2.1节提出的加入新个体和设置个体动态可行性阈值的方式, 以提

高结果种群的可行性和多样性. 对于横梁子系统和支承辊子系统, 所生成的结果种群的可行性和多样性如表 1 所示. 为了便于分析比较加入新个体和设置个体动态可行性阈值的有效性, 表 1 给出了常规方法 (未加入新个体且个体可行性阈值为 0) 所生成的结果种群的可行性和多样性.

表 1 可行性和多样性对比

生成策略	种群特性	横梁子系统	支承辊子系统
加入新个体且动态阈值	可行性($\varphi_{\rm fea}$)	0.000 0	0.000 0
	多样性($\varphi_{\rm div}$)	5.717 6	1.131 6
常规方法	可行性($\varphi_{\rm fea}$)	0.080 1	0.000 0
	多样性($\varphi_{\rm div}$)	$1.881\,3 \times 10^{-14}$	0.790 3

由表 1 可见, 对于横梁子系统, 常规方法生成的结果种群的可行性度量值不为 0, 即不满足可行性要求; 种群多样性度量值几乎为零, 表明该种群中的个体基本相同. 当采用本文提出的加入新个体和设置个体动态可行性阈值策略时, 种群的可行性度量值变为 0, 满足可行性要求, 同时种群的多样性也显著提高. 这表明每代所引入的新个体有效避免了出现所有个体相同且不满足可行性的情况, 而个体可行性动态阈值的设置进一步提高了种群的多样性.

对于支承辊子系统, 从可行性的角度, 两种生成策略所产生的可行性度量值均满足种群可行性要求, 未出现所有个体相同且可行性不满足的现象; 从多样性的角度, 相比于常规方法, 动态阈值方法所产生的结果种群具有更好的多样性.

通过对两种生成策略所产生的结果种群的特性分析可知, 常规方法所产生的种群会出现可行性度量值不满足的情况, 且种群多样性也有待提高. 本文提出的加入新个体且设置个体可行性动态阈值的种群生成策略, 不但改善了种群的可行性, 而且提高了种群的多样性. 因此, 本文所给出的初始种群生成方法能够为横梁和支承辊子系统多目标优化问题提供具有良好可行性和多样性的初始种群.

3.2 优化结果分析

子学科一致性目标函数转换为子学科自身约束后, 对于具有多目标性的横梁和支承辊子系统, 采用已生成的具有良好可行性和多样性的初始种群. 系统级选用 4 个起始点分别进行计算, 4 个起始点的设计如表 2 所示.

为了避免起始点对系统级的优化性能产生影响, 系统级优化采用两阶段优化策略, 分别采用表 2 中的起始点进行计算, 计算结果如表 3 所示.

表 2 起始点设计

Initial point	x_1/m	x_2/m	x_3/m	x_4/m	x_5/m	x_6/m	x_7/m
1	0.348 0	0.260 0	0.707 7	0.319 7	0.508 1	0.383 8	0.420 0
2	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0
3	0.500 0	1.000 0	0.500 0	1.000 0	0.500 0	1.000 0	0.500 0
4	0.036 8	0.685 3	1.110 8	1.278 1	0.948 5	0.850 1	0.350 5

表 3 优化结果

Initial point	f_1/mm	f_2/mm	f_3/mm	f_4/mm	f_5/mm	f_6/mm	f_7/t
1	$2.959\,0 \times 10^{-5}$	$2.580\,2 \times 10^{-5}$	$3.341\,1 \times 10^{-5}$	$5.707\,4 \times 10^{-4}$	$1.553\,8 \times 10^{-4}$	$2.792\,2 \times 10^{-4}$	12.708 0
2	$3.105\,0 \times 10^{-5}$	$2.423\,0 \times 10^{-5}$	$3.436\,3 \times 10^{-5}$	$5.825\,5 \times 10^{-4}$	$1.565\,1 \times 10^{-4}$	$2.792\,2 \times 10^{-4}$	12.202 3
3	$3.104\,2 \times 10^{-5}$	$2.422\,2 \times 10^{-5}$	$3.439\,8 \times 10^{-5}$	$5.794\,4 \times 10^{-4}$	$1.563\,0 \times 10^{-4}$	$2.792\,6 \times 10^{-4}$	12.197 3
4	$3.103\,5 \times 10^{-5}$	$2.420\,5 \times 10^{-5}$	$3.430\,7 \times 10^{-5}$	$6.805\,4 \times 10^{-4}$	$1.605\,5 \times 10^{-4}$	$2.776\,8 \times 10^{-4}$	12.208 4

由表 3 可见, 4 个起始点的计算结果差别很小, 可认为未受到起始点的影响. 优化结果所产生的学科间一致性, 是验证 MDO 问题求解方法合理性的重要标准, 为了进一步验证多目标子学科一致性目标函数转换策略的有效性, 需要计算优化结果所产生的学科间一致性. 该问题所涉及的 3 个子学科的设计变量不同, 所采用的学科间不一致性信息值定义为

$$k = J_1(\boldsymbol{x}_1^*, \boldsymbol{z}_1^*) + J_2(\boldsymbol{x}_2^*, \boldsymbol{z}_2^*) + J_3(\boldsymbol{x}_3^*, \boldsymbol{z}_3^*). \tag{52}$$

其中: $\boldsymbol{x}_1^*$、$\boldsymbol{x}_2^*$、$\boldsymbol{x}_3^*$ 为 3 个子学科的优化结果; $\boldsymbol{z}_1^*$、$\boldsymbol{z}_2^*$、$\boldsymbol{z}_3^*$ 为系统级传递给 3 个子学科的设计向量期望值; J_1、J_2、J_3 为 3 个子学科的一致性目标函数. 该问题已将子学科一致性目标函数转换为子学科约束, 故 J_1、J_2、J_3 的值需要在学科间不一致信息值的计算式中计算.

为了对比分析学科间一致性的计算精度, 给出两种计算方法下所形成的学科间一致性. 第 1 种计算方法采用子学科具有物理目标的 MOCO 方法, 为了进一步验证多目标子学科优化过程中初始种群的作用, 该方法又分为两种方式, 一种方式采用所生成的具有良好可行性和多样性的初始种群, 另一种方式采用随机种群; 第 2 种计算方法采用标准 CO 方法进行计算, 为此将各子学科的物理目标函数均放在系统级, 并采用直接加权和方式将所有目标函数转换为一个目标函数[12], 此时各子学科的目标函数仅为子学科一致性目标函数. 表 4 为 4 个起始点情况下, 由式 (52) 所给出的学科间不一致性信息值.

表 4 学科间不一致性信息值

优化方法	子学科具有物理目标的MOCO		CO
	具有良好的可行性和多样性种群	随机种群	
起始点1	7.6964×10^{-4}	0.2131	1.8230×10^{-4}
起始点2	5.3801×10^{-4}	0.2514	2.4072×10^{-5}
起始点3	4.1395×10^{-4}	0.2214	5.3598×10^{-4}
起始点4	4.0472×10^{-4}	0.1925	5.7000×10^{-4}

由表4可见, 对于第1种计算方法, 当多目标子学科优化采用具有良好的可行性和多样性的初始种群时, 优化结果的学科间不一致信息值非常小, 数量级为10^{-4}, 可近似看作零, 即可以满足学科间一致性要求. 同时, 与采用标准CO方法所产生的学科间不一致信息值在同一个数量级, 可进一步表明多目标子学科一致性目标函数转换策略的合理性. 当多目标子学科优化采用随机初始种群时, 优化结果所产生的学科间不一致信息值较大, 不满足学科间一致性要求. 这表明初始种群生成方法能够提高学科间的一致性, 进而提高自身具有物理目标函数的MOCO方法的计算精度.

4 结 论

针对子学科具有物理目标的多目标MDO问题, 重点研究了基于NSGA-II的多目标子学科优化过程. 从提高MOCO方法计算效率和计算精度的角度, 提出了具有良好可行性和多样性的初始种群生成方法. 针对子学科一致性目标函数与物理目标函数作用和意义不同的特殊性, 提出了将多目标子学科一致性目标函数转换为子学科约束的转换策略. 通过与常规种群生成方法的比较, 验证了所给出的初始种群生成方法能够产生具有良好可行性和多样性的初始种群; 通过对3种计算方式下优化结果所产生的学科间不一致信息值的分析比较, 验证了所提出子学科一致性目标函数转换策略的有效性, 同时也表明了具有良好可行性和多样性的初始种群可以提高多目标子学科优化的计算精度.

在多目标子学科一致性目标函数转换策略问题研究中, 研究的重点是维持MOCO问题的各学科间的一致性. 如何在保证各学科间一致性的前提下, 提高子学科物理目标的优化性能是下一步的研究方向.

参考文献(References)

[1] Balesdent M, Bérend N, Dépincé P, et al. A survey of multidisciplinary design optimization methods in launch vehicle design[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2012, 45(5): 619-642.

[2] Leifsson L, Ko A, Masonw H, et al. Multidisciplinary design optimization of blended-wing-body transport aircraft with distributed propulsion[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 25(1): 16-28.

[3] Kroo I, Altus S, Braun R, et al. Multidisciplinary optimization methods for aircraft preliminary design[C]. The 5th AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. Panama, 1994: 697-707.

[4] 王威, 范文慧, 肖田元, 等. 多学科混合变量协同设计优化方法研究[J]. 控制与决策, 2011, 26(8): 1243-1247.
(Wang W, Fan W H, Xiao T Y, et al. Study of mix-variable collaborative design optimization[J]. Control and Decision, 2011, 26(8): 1243-1247.)

[5] Wang W M, Peng Y H, Hu J, et al. Collaborative robust optimization under uncertainty base on generalized dynamic constraints network[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 38(2): 159-170.

[6] Xia Z F, Liu Y, Fan W H, et al. Study on robust collaborative optimization with mixed-discrete variables of complex products[C]. Int Conf on Systems and Informatics. Yantai: IEEE, 2012: 745-748.

[7] McAllister C D, Simpson T W, Hacker K, et al. Integrating linear physical programming within collaborative optimization for multiobjective multidisciplinary design[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2005, 29(3): 178-189.

[8] Huang H Z, Tao Y, Liu Y. Multidisciplinary collaborative optimization using fuzzy satisfaction degree and fuzzy sufficiency degree model[J]. Soft Computing, 2008, 12(10): 995-1005.

[9] Vikrant A, Shapour A. A genetic algorithms based approach for multidisciplinary multiobjective collaborative optimization[C]. The 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conf. Portsmouth, 2006: 630-646.

[10] Rabeau S, DépincéP, Bennis F. Collaborative optimization of complex systems: A multidisciplinary approach[J]. Int J on Interactive Design and Manufacturing, 2007, 1(4): 209-218.

[11] Wang P, Wu G Q. Multidisciplinary design optimization of vehicle instrument panel based on multi-objective genetic algorithm [J]. Chinese J of Mechanical Engineering, 2013, 26(2): 304-312.

[12] 白小涛, 李为吉. 利用协同优化方法实现复杂机械系统的设计优化[J]. 机械设计, 2006, 23(3): 31-33.
(Bai X T, Li W J. Using cooperated optimization method to realize the designing optimization of complex mechanical system[J]. J of Machine Design, 2006, 23(3): 31-33.)

(责任编辑：郑晓蕾)