

累积量测序列的区间云变换及识别

关欣, 孙贵东, 衣晓, 郭强

(海军航空工程学院 电子信息工程系, 山东 烟台 264001)

摘要: 目标多属性序列类数据不能直接与数据库中的区间类数据融合识别, 对此, 提出一种基于云变换的序列-区间异类数据识别算法. 对目标多属性序列数据进行频数计算形成频率分布函数, 并进行虚警检测, 实施云变换形成云簇, 提取云簇特征, 再根据 $3En$ 准则形成云滴区间, 实现了序列型数据的区间化表示. 进一步, 利用一种区间多属性识别判定准则进行识别判定, 得到识别结果, 解决了序列-区间异类数据的识别问题. 仿真实验结果验证了该算法对序列-区间异类数据识别的有效性.

关键词: 目标识别; 云变换; 序列数据; 区间数

中图分类号: TN95

文献标志码: A

Interval cloud transform and recognition research of accumulative measurement sequence data

GUAN Xin, SUN Gui-dong, YI Xiao, GUO Qiang

(Department of Electronics and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China. Correspondent: SUN Gui-dong, E-mail: sdwhsgd@163.com)

Abstract: An asynchronous data recognition algorithm for sequence and interval number based on cloud transform is proposed to solve the problem that the multi-attribute sequence data of the target can not be recognized with the interval number in the database directly. This algorithm counts the possible values in the multi-attribute sequence data approximately and forms the frequency distribution function firstly and then detects the possible values with the threshold. Afterwards, cloud groups are formed with back cloud transform and their the characteristics are extracted, the cloud interval number is got to represent the sequence data according to the $3En$ rule. The transformed interval recognition is made by using the multi-attribute interval recognition rule and the satisfied result is obtained, which solves the asynchronous data recognition for the sequence and interval number. Simulation experiment results show that the proposed algorithm can recognize the sequence and interval asynchronous data effectively.

Keywords: target recognition; cloud transform; sequence data; interval number

0 引言

传感器类型的不同会产生异类数据^[1-6], 增加了信息融合的不确定性. 一般来讲, 传感器量测的数据表现为序列数据类型^[5-7], 而识别数据库则表现为区间数^[8-11], 这就使得序列-区间异类数据无法直接进行识别判定. 现有的区间决策文献^[12-31]一般都是序列-序列和区间-区间同类数据之间的识别决策方法. 文献[12-15]研究了区间正负理想解的问题; 文献[16-21]讨论了区间相似度计算以及相似度排序决策的内容; 文献[22-25]致力于区间直觉模糊集和研究; 文献[26-29]研究了区间模糊传感器数据融合识别决策; 文

献[30-33]将区间相似度与证据理论结合起来进行决策; 文献[34-35]则利用云距离进行区间决策. 但上述方法关于序列-区间异类数据的识别研究相对较少, 没有给出有价值的解决方法. 所以, 关于序列-区间异类数据的识别值得研究, 尤其是如何建立序列-区间异类数据之间的关系.

本文从两种数据类型之间的不确定性度量入手, 首先对序列数据进行区间转化, 使得异类数据同型化; 然后从区间多属性识别理论的角度出发, 采用区间关联度作为识别指标进行识别判定. 其中, 序列-区间转化是关键. 文献[36]给出了连续数据离散化的两

收稿日期: 2014-05-14; 修回日期: 2014-07-22.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61032001); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-11-0872).

作者简介: 关欣(1978—), 女, 教授, 博士, 从事智能信息处理、多源信息融合等研究; 孙贵东(1989—), 男, 博士生, 从事信息融合理论、智能数据挖掘的研究.

种方法,即等距离区间法和等频率区间法,成功地实现了连续数据区间化.但是等宽度和等频率都是人们主观给定的,没有考虑实际数据的分布情况,而且对序列数据区间化无能为力.对此,本文从序列数据的频率分布函数出发,提出一种基于小云变换的序列-区间异类数据转化方法,充分利用原始数据进行统计计算以形成云簇,克服主观划定区间的缺陷,较好地实现了序列数据区间化.同时,结合区间识别理论形成了一种基于小云变换的序列-区间异类数据识别方法,通过识别仿真实例,详细说明并验证了该方法在序列-区间异类数据识别上的合理性和优越性.

1 序列-区间异类数据同型转化

1.1 序列、区间的描述

序列数据可以表示为

$$Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots, Q_n). \quad (1)$$

其中: Q_i 为序列的第 i 个分量, n 为序列的长度.

区间数可以表示为

$$A = [a_-, a_+], \quad (2)$$

其中 $a_- \leq a_+$. 特别地,当 $a_- = a_+$ 时,区间数 A 退化为实数.此外,区间数还可以用三元区间数表示为

$$A' = [a_-, a, a_+]. \quad (3)$$

其中: $a_- = a - \Delta$, $a_+ = a + \Delta$. 三元区间数可以更形象地描述区间主值和其不确定性范围.三元区间数与一般区间数(二元区间数)之间的转换关系为

$$A' = [a - \Delta, a + \Delta]. \quad (4)$$

为了表示方便,在不加说明时,文中的区间数指的都是一般区间数.

1.2 云变换

对于任意给定的序列数据分布,云变换就是利用某种数学规则对数据进行统计变换,通过云分布来表示离散的序列数据^[32-36].

定义 1 (大云变换) 在云变换过程中,如果只用一个云来描述序列数据的分布,则称之为大云变换.

定义 2 (小云变换) 在云变换过程中,如果用若干个云的叠加形式来描述序列数据的分布,则称之为小云变换.

1.2.1 频率分布函数

对于描述某种属性长度为 n 的序列 Q ,利用某种统计规则统计其中可能元素 q_i ($i = 1, 2, \dots, m$, $m \leq n$) 出现的个数,将其记为 y ,则称 $y = f(Q_i)$ 为序列 Q 的频率分布函数,即有下式成立:

$$\sum_{i=1}^m f(Q_i) = n. \quad (5)$$

1.2.2 云模型和云特征

云模型是我国学者李德毅院士及其团队^[36-41]提出的,是定性概念到定量表示的不确定性模型,反映了概念中的模糊性和随机性,对理解定性概念的内涵和外延具有重要意义,得到了广泛应用.

设 U 是一个用精确数值表示的定量论域, C 是 U 上的定性概念,若定量数值 $x \in U$ 是定性概念 C 的一次随机实现, x 对 C 的确定度 $\mu(x) \in [0, 1]$ 是具有稳定倾向的随机数,即

$$\mu : U \rightarrow [0, 1], \forall x \in U, x \rightarrow \mu(x), \quad (6)$$

则 x 在论域 U 上的分布成为云,记为 $C(x)$,每一个 x 成为一个云滴.

一般用期望 Ex 、熵 En 和超熵 He 这 3 个数字特征来描述云模型以表征某个概念,分别表示了云滴分布的集中体现、不确定性和不确定性的不确定度量.

1.2.3 云簇变换

云簇变换是利用小云变换实现的,目的是将长度为 n 的序列数据 Q 通过多次小云变换形成若干云的叠加,即云簇.

本文对频率分布函数首先进行虚警概率检测,即认为频数在序列长度 5% 以下的数据点是由于虚警产生的,不足以对云变换和后续的决策结果产生重要影响,可以不对其进行云变换处理,这样既减小了因计算所有点而造成的大计算量,又避免了因虚警点而产生的失真云,提高了计算效率和精度.其次,对满足虚警概率检测的序列数据频数分布的每一个可能值进行小云变换,即将可能值作为云的期望,计算期望为 Ex 对应频数原始数据的熵和超熵,形成新云.云簇变换可以抽象为以下数学模型.

记描述某个属性的序列数据的频率分布函数经过虚警概率检测后的分布为

$$F(Q) \approx \sum_{i=1}^l g(Q_i). \quad (7)$$

其中: $g(Q_i)$ 为基于云的分布函数, l 为云的叠加个数(即满足虚警检测后剩下的序列可能值的个数).则 $0 < l \leq m$, m 为序列 Q 中可能元素的个数.云变换的本质问题就是对云分布函数到云特征的求解问题,即

$$g(Q_i) \rightarrow c_i \cdot C(Ex_i, En_i, He_i), \quad (8)$$

其中 c_i 为云变换的转换系数,表示转换云所占的比例.即对于任意频率分布函数为 $F(Q_i)$ 的数据组 $\{F(Q_i)\}$,计算满足

$$\{F(Q_i)\} \rightarrow \sum_{i=1}^l c_i \cdot C(Ex_i, En_i, He_i) \quad (9)$$

变换的云特征 (Ex_i, En_i, He_i) 的过程,其中云变换的

转换系数定义为

$$c_i = F(Q_i) / \sum_{i=1}^l F(Q_i). \quad (10)$$

1.3 云簇区间化表示

通过云变换可以用云来表示序列数据的属性分布, 而对于高斯云图所描述的云滴分布主要集中于以云期望值 Ex 为中心的某个区间内, 云簇区间化表示正是基于这种思想, 将离散的序列数据通过云变换得到描述序列属性的一系列区间值, 从而实现了序列-区间异类数据的转化. 对于高斯云而言, 99.7% 的云滴都落在区间 $[Ex - 3En, Ex + 3En]$ 内, 即云的主要贡献都集中于区间 $[Ex - 3En, Ex + 3En]$ 内, 所以用区间 $[Ex - 3En, Ex + 3En]$ 来描述云所表达的序列数据能够充分体现序列数据的属性特征. 序列-区间异类数据同型化的过程如图 1 所示. 即对于描述某个属性的序列数据, 首先对其进行统计计算以形成序列数据频率分布函数

$$Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots, Q_n) \rightarrow f(Q); \quad (11)$$

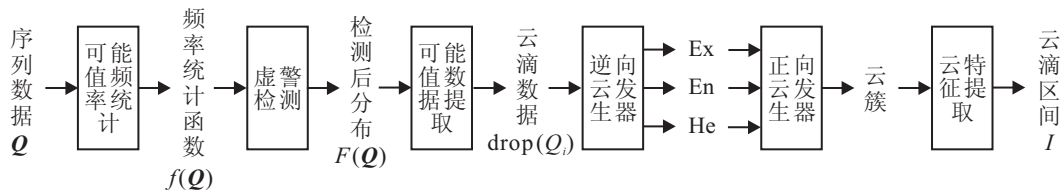


图 1 序列-区间异类数据同型化流程

1.4 云模式唯一性判断

云模型是建立在大数据环境下的, 通过统计规律得出云的特征, 所以需要的序列数据量较大, 一般为长序列. 长序列是传感器量测累积一段时间后上报的, 在累积过程中被测目标的模式可能发生改变, 即上报序列描述的模式不唯一. 所以在进行模式识别之前需要对序列数据云变换后形成的云区间所描述的模式进行唯一性判断.

记序列云变换后形成的云期望特征组为

$$\{Ex\} = \{Ex_i, i = 1, 2, \dots, l\}, \quad (16)$$

其中 l 为变换后形成的区间个数. 于是可以通过云期望特征组的离散程度来对云模式进行唯一性判断. 云期望特征组的离散程度可以用方差表示为

$$\text{var}(Ex) = \frac{1}{l-1} \sum_{i=1}^l (Ex_i - \bar{Ex}), \quad (17)$$

$$i = 1, 2, \dots, l,$$

其中 \bar{Ex} 为云期望特征组的均值, 即

$$\bar{Ex} = \sum_{i=1}^l Ex_i / l. \quad (18)$$

其次对频率分布函数进行虚警检测, 得到检测后的分布

$$f(Q) \rightarrow F(Q); \quad (12)$$

再对检测后的频率分布函数所描述的数据实施云变换, 形成云簇

$$\{F(Q)\} \rightarrow \sum c \cdot C(Ex, En, He); \quad (13)$$

最后对云簇进行特征提取, 并区间化表示形成序列-区间异类数据的区间化表达形式

$$C(Ex, En, He) \rightarrow [Ex - 3En, Ex + 3En]. \quad (14)$$

通过上述变换, 可以用区间数据 I 来表示序列数据 Q , 即

$$Q \rightarrow \bigcup_{i=1}^l c_i \cdot [Ex_i - 3En_i, Ex_i + 3En_i], \quad (15)$$

其中 c_i 为序列经云区间变换后得到的区间权重, 其存在可以保证序列变换为区间的保真性. c_i 在数值上与云变换的转换系数相等, 即

$$c_i = F(Q_i) / \sum_{i=1}^l F(Q_i).$$

对于给定的门限 σ , 如果

$$\text{var}(Ex) < \sigma, \quad (19)$$

则判断序列云变换后的区间所描述的目标模式唯一.

2 序列-区间异类数据识别算法

序列-区间异类数据的识别问题本质上是将传感器探测到的序列类型数据与数据库中的区间类型数据进行关联处理. 由于异类数据无法直接关联度量, 本文利用云变换实现了序列-区间异类数据的同型转化, 形成了同型区间数, 从而使得识别问题变成区间多属性决策的问题.

2.1 算法描述

假设多属性目标识别决策问题中, 待识别目标集为 $T = \{T_1, T_2, \dots, T_m\}$, 其中 m 为目标序号, 表示待识别目标数目. 待识别目标属性参数集为 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_l\}$, 其中 l 为属性参数种类序号, 表示每一类目标都具有 l 类属性参数. 待识别目标 T_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 在目标属性参数集上的属性特征值为 S_{ij} , 其中 $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, l$. 则构成了待识别目标的属性特征值矩阵

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & \cdots & S_{1l} \\ S_{21} & \ddots & \vdots & \vdots & S_{2l} \\ \vdots & \vdots & S_{ij} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1} & S_{m2} & \cdots & \cdots & S_{ml} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

S_{ij} 是长度为 n_{ij} 的属性序列数据, 即

$$S_{ij} = (s_1, s_2, \dots, s_{n_{ij}}). \quad (21)$$

目标数据库中备选目标集为 $U = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$, 其中 n 为备选目标序号, 表示数据库中备选目标的容量. 选择同样的目标属性参数集为 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_l\}$, 目标属性参数具有多种工作频道. 假设备选目标 $U_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 在目标属性参数集 $P_j (j = 1, 2, \dots, l)$ 上的工作频道种类为 $N_{ij} (N_{ij} = 1, 2, \dots)$, 其中 $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, l$, 则构成了备选目标的工作频道矩阵

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & \cdots & \cdots & N_{1l} \\ N_{21} & \ddots & \vdots & \vdots & N_{2l} \\ \vdots & \vdots & N_{ij} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{n1} & N_{n2} & \cdots & \cdots & N_{nl} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

假设备选目标数据库是完备的, 则备选目标的所有工作频道的组合形成了备选目标数据库中的工作模式

$$M = \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^l N_{ij}. \quad (23)$$

令 $I_{ij}^k (k = 1, 2, \dots, N_{ij})$ 表示备选目标 $U_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 在目标属性参数集 $P_j (j = 1, 2, \dots, l)$ 上的第 k 个工作频道下的属性值, 则形成了备选目标数据库的属性特征值矩阵

$$I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & \cdots & \cdots & I_{1l} \\ I_{21} & \ddots & \vdots & \vdots & I_{2l} \\ \vdots & \vdots & I_{ij} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{n1} & I_{n2} & \cdots & \cdots & I_{nl} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

其中 I_{ij} 是长度为 N_{ij} 的属性值, 即

$$I_{ij} = (I_{ij}^1, I_{ij}^2, \dots, I_{ij}^k, \dots, I_{ij}^{N_{ij}}). \quad (25)$$

$I_{ij}^k (k = 1, 2, \dots, N_{ij})$ 在数值上表现为区间值, 即

$$I_{ij}^k = [I_{ij}^{k-}, I_{ij}^{k+}]. \quad (26)$$

2.2 算法步骤

由前文论述得知, 识别的本质是序列-区间异类数据度量的问题, 由于异类数据的不可直接度量性, 在度量之前需要对序列-区间异类数据进行同型处理.

不失一般性, 本文暂不考虑目标属性值的效益

型和成本型. 为了消除待识别目标序列数据中因量纲不同而造成的数据不可比性, 对原始数据进行标准化处理. 文献 [42-45] 提供了多种标准化处理的方法, 这里采用均值无量纲化生成, 即对于序列 $X = (x(j), j = 1, 2, \dots, k)$, 标准化生成

$$\bar{x}(j) = \frac{x(j)}{\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k x(j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (27)$$

2.2.1 序列-区间同型化处理

根据第 1 节所述的云变换区间化知识, 对于待识别目标 $T_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 在目标单属性维度 $P_j (j = 1, 2, \dots, l)$ 上的属性特征值 $S_{ij} = (s_1, s_2, \dots, s_{n_{ij}})$, 对其进行频数统计得到 S_{ij} 的频率统计函数 $f(S_{ij})$, 根据虚警检测规则得到经虚警处理的频率统计函数 $F(S_{ij})$, 利用云簇变换方法实现经检测后的序列数据到云特征的转化, 得到云簇, 按照 3En 准则提取云特征, 形成目标单属性维度下的序列-区间异类数据同型化, 即

$$S_{ij} \rightarrow \cup c_{ij} \cdot [Ex_{ij} - 3En_{ij}, Ex_{ij} + 3En_{ij}]. \quad (28)$$

记

$$Interval_{ij} = \cup c_{ij} \cdot [Ex_{ij} - 3En_{ij}, Ex_{ij} + 3En_{ij}], \quad (29)$$

则对于多属性决策问题, 重复上述方法便可得到多属性维度下的区间转化值

$$Interval_i = Interval_{i1} \vee Interval_{i2} \vee \cdots \vee Interval_{il}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (30)$$

这样就实现了将多属性维度下的序列数据用区间型数据 $Interval_i$ 来表示的目的. 将 $Interval_i$ 作为新的待识别目标多属性值并与备选数据库中的目标工作模式类的区间数据进行多属性区间值识别判定.

2.2.2 同型区间关联度计算

本文从区间关联度的角度出发, 计算多属性区间关联度, 以此作为识别指标进行识别判定.

文献 [16-21, 42-45] 给出了序列 $X_0 = (x_0(j), j = 1, 2, \dots, k)$ 与 $X_i = (x_i(j), j = 1, 2, \dots, k)$ 之间的灰关联系数为

$$r(x_0(j), x_i(j)) = \frac{\min_i \min_j |x_0(j) - x_i(j)| + \rho \cdot \max_i \max_j |x_0(j) - x_i(j)|}{\rho \cdot \max_i \max_j |x_0(j) - x_i(j)|}, \quad (31)$$

关联度为

$$\gamma(X_0, X_i) = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k r(x_0(j), x_i(j)), \quad (32)$$

则可以参照序列关联度给出区间关联度. 对于区间化后的待识别目标属性特征参数集 Interval_i 和数据库中的目标工作模式类的区间属性特征参数集 $I_i = \{[I_i^-, I_i^+], i = 1, 2, \dots, n\}$, 选取其属性对应的待识别目标区间数据 Interval_{ij} 和数据库中的区间数据组

$$I_{ij} = \{[I_{ij}^{k-}, I_{ij}^{k+}], i = 1, 2, \dots, n, \\ j = 1, 2, \dots, l, k = 1, 2, \dots, N_{ij}\}, \quad (33)$$

其中在特定属性下 I_{ij} 具有 N_{ij} 组区间频道值. 首先计算 Interval_{ij} 与 $\{I_{ij}^k = [I_{ij}^{k-}, I_{ij}^{k+}]$ 之间的区间距离度量为

$$D_{iN}(j) = \bigcup_{\text{num}(cl)} c_{ij} \cdot \{[(\text{Ex}_{ij} - 3\text{En}_{ij}) - I_{ij}^{k-}]^p + \\ [(\text{Ex}_{ij} + 3\text{En}_{ij}) - I_{ij}^{k+}]^p\}^{\frac{1}{p}}, \\ j = 1, 2, \dots, l, k = 1, 2, \dots, N_{ij}, \\ N = 1, 2, \dots, \prod_{j=1}^l N_{ij}. \quad (34)$$

其中: N 表示某种目标的所有工作模式个数; p 为距离因子, 在实际计算过程中一般选取 $p = 2$ 进行计算, 即加权 Euclidean 距离. 于是待识别目标属性特征参数集 Interval_i 与数据库中的目标某种工作模式类在属性 j 条件下的区间关联系数可以表示为

$$\xi_{iN}(j) = \frac{\min_N \min_j \{D_{iN}(j)\} + \rho \cdot \max_N \max_j \{D_{iN}(j)\}}{D_{iN}(j) + \rho \cdot \max_N \max_j \{D_{iN}(j)\}}, \quad (35)$$

其中 ρ 为分辨系数, $\rho \in [0, 1]$. 多属性条件下的待识别目标属性特征参数集与数据库中的目标某种工作模式类的区间关联度为

$$\gamma_{iN} = \varepsilon_{iN}(1) \vee \varepsilon_{iN}(2) \vee \dots \vee \varepsilon_{iN}(l). \quad (36)$$

2.2.3 区间关联度权重确定

在实际计算中, 对于多属性组合运算, 常采用加权融合的方法进行计算, 权重的确定可以根据属性参数在识别过程中的重要程度, 利用 Delphi 调查法、AHP 法、熵权法等来确定, 这里不再讨论.

设权重向量为

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_j, \dots, \omega_l), \sum_{j=1}^l \omega_j = 1, \quad (37)$$

则多属性条件下的区间关联度加权组合为

$$\gamma_{iN} = \omega_j \cdot \sum_{j=1}^l \varepsilon_{iN}(j). \quad (38)$$

2.2.4 基于区间关联度的识别判定

通过上述处理可以得到多属性条件下的待识别目标与目标数据库之间特征参数的区间关联度集为

$$\{\gamma_{iN}\} = \left\{ \gamma_{iN}, i = 1, 2, \dots, m, N = 1, 2, \dots, \prod_{j=1}^l N_{ij} \right\}. \quad (39)$$

式(39)描述了多属性条件下第 i 类目标的第 N 种模式之间的区间关联度. 将其作为识别判定的指标, 根据判决准则

$$\gamma_{i\text{Rec}(\max)} = \max \left\{ \gamma_{iN}, N = 1, 2, \dots, \prod_{j=1}^l N_{ij} \right\}, \quad (40)$$

$$\gamma_{i\text{Rec}(\text{second})} = \max \left\{ \gamma_{iN}, N = 1, 2, \dots, \prod_{j=1}^l N_{ij}, \right. \\ \left. N \neq \text{Rec}(\max) \right\}, \quad (41)$$

有

$$\gamma_{i\text{Rec}(\max)} - \gamma_{i\text{Rec}(\text{second})} > \sigma_1, \quad (42)$$

$$\gamma_{i\text{Rec}(\max)} > \sigma_2. \quad (43)$$

其中: σ_1 表示正确识别模式类关联度至少要超过疑似识别模式类关联度的门限, σ_2 表示正确识别模式类关联度至少应超过的门限. 如果满足上述判决准则, 则可以判定待识别目标为目标数据库中第 i 类目标的 $\text{Rec}(\max)$ 个工作模式.

2.3 算法步骤

Step 1: 输入描述待识别目标多属性的序列类型数据 $S_{ij} = (s_1, s_2, \dots, s_{n_{ij}}), j = 1, 2, \dots, l$;

Step 2: 数据标准化处理并对各序列数据内的可能值进行频数统计, 形成描述各属性的频率分布函数 $f(S_{ij})$;

Step 3: 对各频率分布函数进行虚警检测;

Step 4: 对检测后的各频率分布函数的可能值的原始数据进行逆云变换, 形成各自云簇;

Step 5: 提取各云簇特征并根据 3En 准则形成多属性维度下的目标序列数据区间转化值 Interval_i ;

Step 6: 计算转化后的描述待识别目标属性区间值 Interval_i 与数据库中对应属性区间的区间关联度;

Step 7: 以区间关联度作为识别指标, 利用识别准则进行识别判定;

Step 8: 输出描述待识别目标多属性的数据是否为备选目标数据库中某类目标的某种工作模式.

3 仿真分析

3.1 仿真环境

假设待识别目标具有 3 类属性特征参数, 分别记为 P_1 、 P_2 和 P_3 . 待识别目标在 3 类特征参数上有 1000 个取值, 形成 3 条长度为 1000 的待识别目标属性特征参数序列集合. 数据库中的备选目标也具有 3 类属性特征参数, 表现为区间参数值, 并且每类特征

参数具有 4 种工作频道, 则对于每一类备选目标而言具有 $4 \times 4 \times 4$ 种工作模式. 现在要判定待识别目标多属性数据工作在备选数据库中的哪一类目标的哪种工作模式下. 实验仿真数据序列按下式产生:

$$\text{data} = \alpha + c \cdot \beta. \quad (44)$$

其中: α 为服从均匀分布的离散序列值, β 为服从高斯分布的离散序列值, c 为高斯分布的标准差.

3.2 识别仿真实验

实验中按照本文算法所述, 根据 2.2 节给出的序列-区间异类数据识别算法, 首先对待识别目标的序列数据进行标准化处理, 并统计其可能值形成 3 类属性参数的频率分布函数, 如图 2 所示.

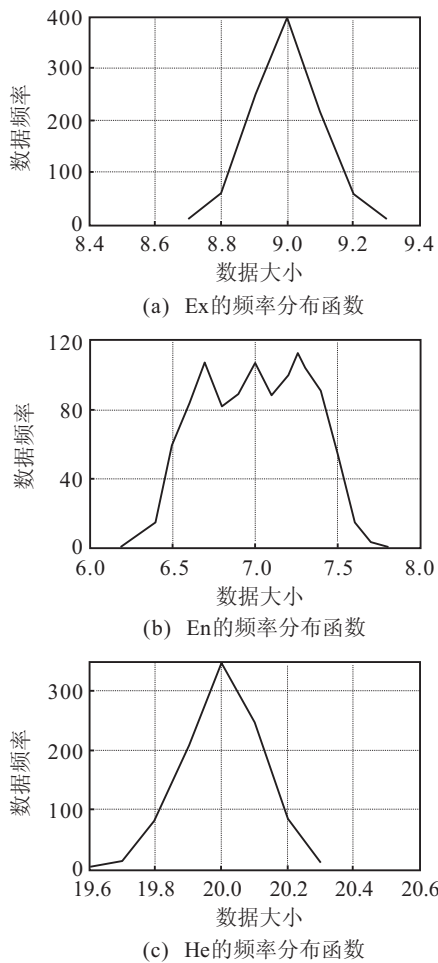


图 2 3 类属性特征的频率分布函数曲线

然后对频率分布函数进行虚警检测, 在此基础上分别对其进行云变换, 形成 3 类属性参数的云簇图, 如图 3 所示.

图 3 中 3 个云簇图中分别包含了 5、11、5 个子云图, 说明 3 类属性序列数据分别有 5、11、5 组可能值通过虚警检测, 也表明 3 类属性参数序列值转化后的区间分别由 5、11、5 个子区间组成.

对云簇图进行云特征提取, 得到 3 类属性参数对应的云特征为

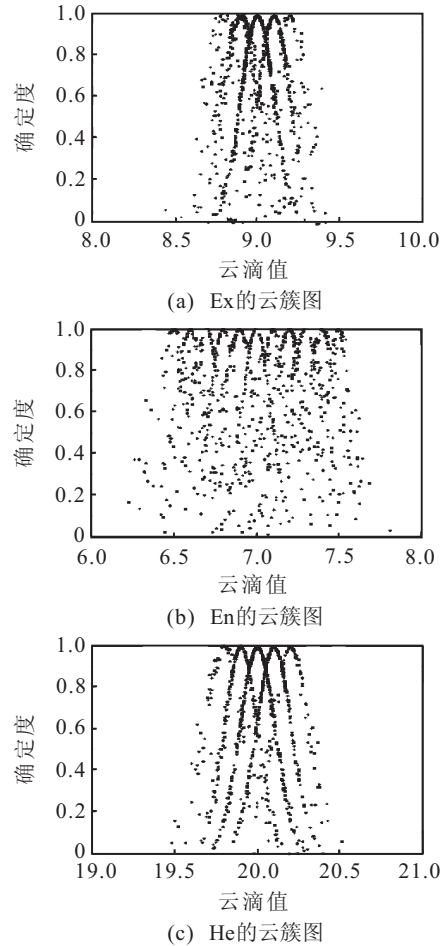


图 3 3 类属性特征的云簇图

$$\begin{aligned}
 [\text{Ex}_1, \text{En}_1, \text{He}_1] &= \begin{bmatrix} 8.8000 & 0.9625 & 0.3093 \\ 8.9000 & 1.0501 & 0.1960 \\ 9.0000 & 1.0141 & 0.0888 \\ 9.1000 & 1.0113 & 0.0851 \\ 9.2000 & 0.8796 & 0.2671 \end{bmatrix}, \\
 [\text{Ex}_2, \text{En}_2, \text{He}_2] &= \begin{bmatrix} 6.5000 & 1.1659 & 0.2188 \\ 6.6000 & 1.0272 & 0.3644 \\ 6.7000 & 0.9522 & 0.1782 \\ 6.8000 & 0.9223 & 0.0535 \\ 6.9000 & 1.0326 & 0.1702 \\ 7.0000 & 0.9907 & 0.2655 \\ 7.1000 & 0.9792 & 0.3160 \\ 7.2000 & 1.0548 & 0.1801 \\ 7.3000 & 0.9426 & 0.1616 \\ 7.4000 & 1.1404 & 0.3156 \\ 7.5000 & 1.0069 & 0.3210 \end{bmatrix}, \\
 [\text{Ex}_3, \text{En}_3, \text{He}_3] &= \begin{bmatrix} 19.8000 & 1.0692 & 0.2871 \\ 19.9000 & 0.9403 & 0.1644 \\ 20.0000 & 0.9312 & 0.1726 \\ 20.1000 & 1.0123 & 0.1140 \\ 20.2000 & 0.8979 & 0.3072 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

对云特征进行区间化生成, 得到 3 类属性参数对应的序列-区间异类数据转化子区间为

$$I_1 = \begin{bmatrix} 5.9124 & 11.6876 \\ 5.7498 & 12.0502 \\ 5.9578 & 12.0422 \\ 6.0661 & 12.1339 \\ 6.5613 & 11.8387 \end{bmatrix},$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 3.0022 & 9.9978 \\ 3.5184 & 9.6816 \\ 3.8433 & 9.5567 \\ 4.0330 & 9.5670 \\ 3.8022 & 9.9978 \\ 4.0278 & 9.9722 \\ 4.1623 & 10.0377 \\ 4.0355 & 10.3645 \\ 4.4722 & 10.1278 \\ 3.9789 & 10.8211 \\ 4.4792 & 10.5208 \end{bmatrix},$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 16.5925 & 23.0075 \\ 17.0792 & 22.7208 \\ 17.2063 & 22.7937 \\ 17.0631 & 23.1369 \\ 17.5063 & 22.8937 \end{bmatrix}.$$

3 类属性参数对应的序列-区间异类数据云转化系数即区间组合权重向量分别为

$$c_1 = (0.0600, 0.2470, 0.3990, 0.2160, 0.0570),$$

$$c_2 = (0.0590, 0.0840, 0.1070, 0.0820, 0.0890, 0.1070, 0.088, 0, 0.1000, 0.1040, 0.0910, 0.0540),$$

$$c_3 = (0.0830, 0.2070, 0.3460, 0.2460, 0.0870).$$

则 3 类属性参数对应的序列-区间异类数据云转化区间加权组合为

$$\text{Interval}_1 = \bigcup c_1 \cdot I_1,$$

$$\text{Interval}_2 = \bigcup c_2 \cdot I_2,$$

$$\text{Interval}_3 = \bigcup c_3 \cdot I_3.$$

按照多属性区间识别规则计算转化后的待识别目标多属性区间值其与数据库中的区间参数值之间的区间关联度变化, 如图 4 所示.

图 4 中, 横坐标为备选目标数据库中的目标工作模式标号, 纵坐标为区间关联度大小. 根据关联度最大的曲线对应的工作模式, 按照相似度大小对工作模式排序, 得到工作模式排序序号为

$$\text{序号} = \{5, 6, 1, 2, 21, 22, 17, 18, 13, 14, 29, 30, 9, 10, 25, 26,$$

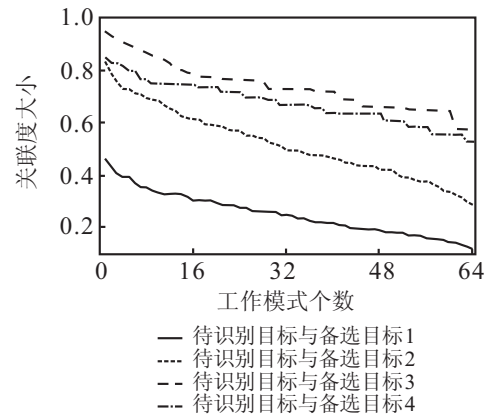


图 4 区间关联度变化曲线

37, 38, 33, 34, 53, 54, 49, 50, 7, 3, 8, 4, 23, 19, 24, 20, 45, 46, 61, 62, 41, 42, 57, 58, 15, 16, 31, 32, 11, 12, 27, 28, 39, 35, 40, 36, 55, 51, 56, 52, 47, 48, 63, 64, 43, 44, 59, 60}.

由图 4 和工作模式排序序号可知, 待识别目标与备选数据库中的第 3 类目标的第 5 类工作模式的区间关联度最大, 利用识别准则对其进行识别判定, 得到所输入的待识别目标多属性序列类数据为备选数据库中的第 3 类目标的第 5 类工作模式.

3.3 误差分析、数据利用率和复杂度计算

通过云变换实施序列-区间异类数据转换, 这一过程中无疑会引入计算误差, 只有把误差控制在合理范围内变换才是有效的; 变换后的区间数据在多大程度上反映序列数据的原有特性, 即转化数据利用率的问题需引起注意; 由于云变换是对大数据的统计特性分析, 变换的复杂度也是值得考虑的问题.

误差分析采用长度为 1000 的某属性序列在实施 50 次云变换后得到的云特征的均值和均方误差来衡量, 均值变化和误差变化曲线分别如图 5 和图 6 所示.

图 5 为云变换后的 3 个云特征的均值变化曲线, 通过数值分析可知, 均值无剧烈跳变, 变化在合理范围内. 例如 Ex 变化值在 9.1 附近波动. 图 6 为云变换后的 3 个云特征的均方误差值变化曲线, 误差变化值相对云特征值本身变换很小, 均控制在 1% 左右, 例如 $\text{Var}(Ex) = 0.08/9.1 = 0.88\%$. 通过图 5 和图 6 的误差分析可知, 云变换后的计算误差很小, 在合理范围之内, 从而验证了云变换的有效性.

将某属性序列经云变换后的区间数据利用率定义为

$$\zeta = \sum_{i=1}^l F(Q_i) / n. \quad (45)$$

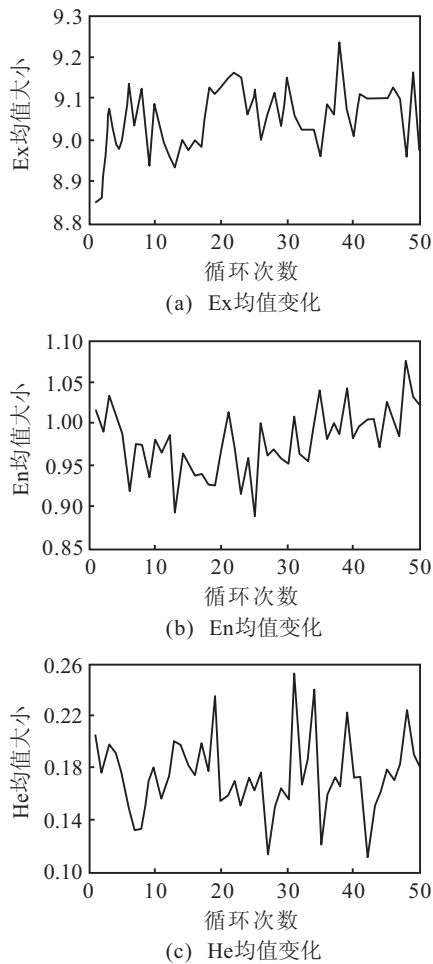


图5 某属性特征的均值变化曲线

其中: $\sum_{i=1}^l F(Q_i)$ 为频率函数中通过虚警检测的数据点频数之和, l 为变换后的区间个数, n 为属性序列的长度. 式 (45) 表示了虚警检测后转化为区间数据所利用的数据点在原来序列数据点中所占的比例.

根据数据利用率的定义计算 3.2 节中 3 类属性特征的数据利用率分别为 97.9%、96.5%、96.9%, 均达到了 95% 以上. 说明经过云变换后的区间数能够充分反映序列数据所描述的原有属性信息, 从而验证了云变换的数据有效性.

时间计算采用序列长度从 200 按步长 200 变化到 2000 整个识别算法的计算时间来分析. 因在序列长度变化范围内计算时间变化不大, 故又采用序列长度从 10000 变化到 60000 (excel 数据表 65536 数据容量的限制), 从宏观上分析算法的时间复杂度, 结果如图 7 所示.

由图 7 可知, 随着序列长度的增长, 算法的计算时间有所增加, 但是在序列长度从 200 变化到 2000 过程中, 计算时间只增加了 1s 左右, 变化不明显. 在序列长度 10000 变化到 60000 过程中, 计算时间增速变快, 但是数值上仍未超过 1 min. 通过上述时间的变化特性可知, 算法的时间复杂度不高, 在允许范围之

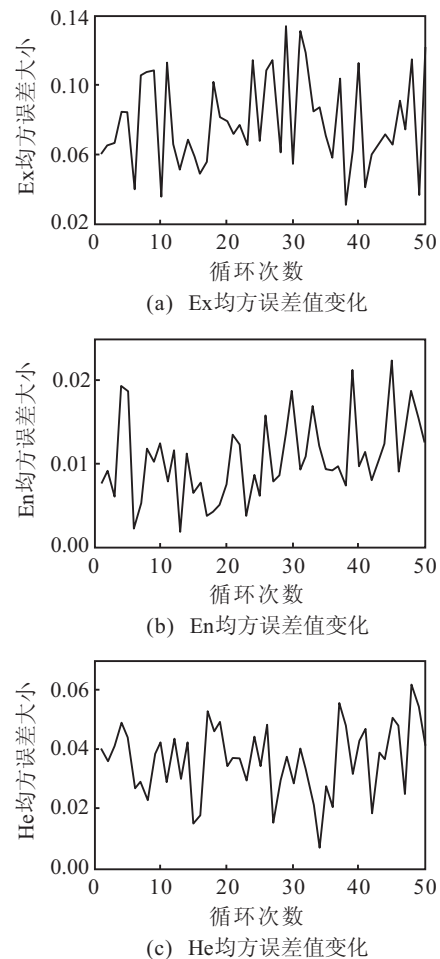


图6 某属性特征的均方差变化曲线

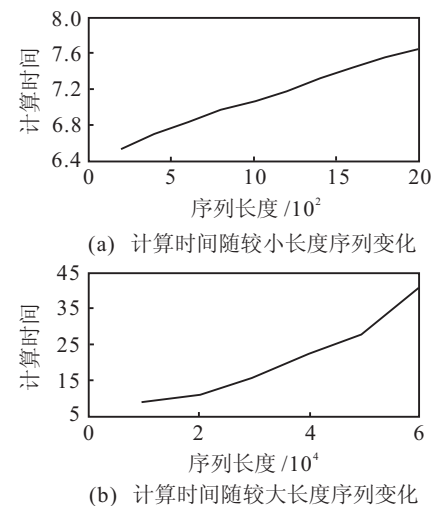


图7 算法计算时间随序列长度的变化曲线

内, 其中计算时间主要是在云图的积累上消耗的, 频率统计和算法区间计算消耗的时间很小, 从而验证了本文识别算法在时间计算上的合理性

3.4 大小云变换性能对比

本文定义了大、小云变换的概念, 文中针对序列-区间异类数据转换实施了小云变换, 得到了较好的实验效果. 由于大云变换理论上比小云变换简单, 有必要对比分析两种云变换的性能, 以改进算法的有效性.

在同样的仿真环境下, 通过大云变换对 3 类属性特征的
实施序列-区间异类数据转换后的转化区间分别为

$$I_1 = (8.6961 \quad 9.2990),$$

$$I_2 = (5.9997 \quad 8.0124),$$

$$I_3 = (19.6566 \quad 20.3492).$$

按照多属性区间识别规则与所识别目标的模式
在大云变换和小云变换条件下计算的关联度对比曲线
如图 8 所示. 由图 8 可知, 经小云变换后得到的关联度
在数值上要比经过大云变换后的关联度高, 说明小云
变换的计算精度高于大云变换. 主要是因为小云变换
是大云变换的精细处理, 所以在计算精度上更高,
尤其是对大数据长序列的处理; 而在短序列处理情况
下, 小云变换由于频率统计过于离散而受限, 此时可
以实施大云变换来辅助解决.

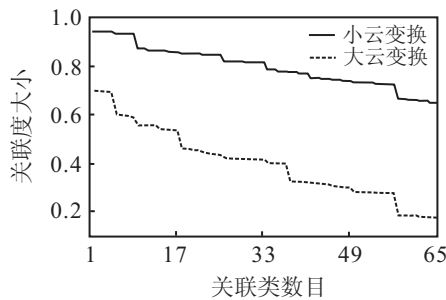


图 8 大小云变换区间关联度对比

3.5 识别性能对比

本节将所提出的序列云变换区间异类数据识别
算法与序列数据直接按最大最小值和经频率统计函
数形成区间方法进行对比, 得到识别关联度对比曲线,
如图 9 所示. 由图 9 可知, 区间云变换法在识别精度上
明显优于频率统计法和最值区间法. 主要是因为通过
频率统计形成的区间主观性较大, 最值区间法形成的
区间易受原始数据干扰, 都会造成较大的误差; 而区
间云变化法经统计计算后实施云区间转化, 成功地克
服了上述缺点.

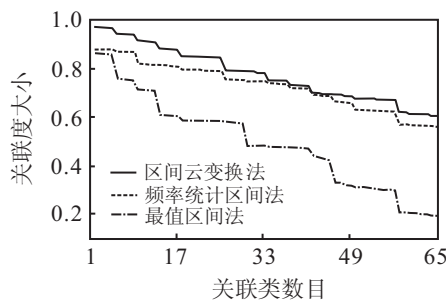


图 9 识别关联度性能对比

4 结 论

针对传感器探测的目标多属性序列类数据不能
直接与数据库中备选目标的区间类型数据进行融合

识别的问题, 本文从序列-区间异类数据之间的不确
定性度量入手, 提出了基于小云变换的序列-区间异
类数据识别算法, 利用云变换将序列数据转化为区间
型数据, 之后按照区间多属性目标识别的方法进行识
别判定, 成功地解决了序列-区间异类数据的识别问
题, 并分析了大云变换与小云变换对识别结果的影响,
得到了满意的识别结果. 本文为描述目标多属性的序
列-区间异类数据的度量问题提供了一种可行的解决
方法, 在传感器识别领域具有现实意义. 本文所述算
法是基于大数据、长序列进行研究的, 对于小数据、
贫信息的研究是今后的努力方向.

参考文献(References)

- [1] 黄友澎, 曹万华, 张志云, 等. 基于灰色关联分析的异类
传感器航迹相关算法[J]. 华中科技大学学报: 自然科学
版, 2011, 39(10): 83-86.
(Huang Y P, Cao W H, Zhang Z Y, et al. Heterogeneous
sensors track correlation algorithm using gray correlative
analysis[J]. J of Huazhong University of Science &
Technology: Natural Science Edition, 2011, 39(10): 83-
86.)
- [2] 李冰, 黄伟平, 冯德玉, 等. 一种异类传感器的异步数据
融合算法[J]. 计算机仿真, 2010, 27(13): 5-8.
(Li B, Huang W P, Feng D Y, et al. An algorithm for
asynchronous data fusion of heterogeneous sensors[J].
Computer Simulation, 2010, 27(13): 5-8.)
- [3] Dai Yaping, Wang Junzheng. Asynchronous data fusion
of two different sensors[J]. J of Beijing Institute of
Technology, 2001, 10(4): 402-405.
- [4] 韩红, 韩崇昭, 朱洪艳, 等. 基于模糊聚类的异类多传
感器数据关联算法[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(4):
388-391.
(Han H, Han C Z, Zhu H Y, et al. Heterogeneous
multi-sensor data association algorithm based on fuzzy
clustering[J]. J of Xi'an Jiaotong University, 2004, 38(4):
388-391.)
- [5] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜, 等. 多源信息融合[M]. 第 2 版.
北京: 清华大学出版社, 2010: 11-12.
(Han C Z, Zhu H Y, Duan Z S, et al. Multi-
source information fusion[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua
University Press, 2010: 11-12.)
- [6] 何友, 王国宏, 关欣, 等. 信息融合理论及应用[M]. 北京:
电子工业出版社, 2010: 100-101.
(He Y, Wang G H, Guan X, et al. Information fusion theory
with application[M]. Beijing: Publish House of Electronics
Industry, 2010: 100-101.)
- [7] 杨万海. 多传感器数据融合及其应用[M]. 西安: 西安电
子科技大学出版社, 2004: 17-18.
(Yang W H. Multisensor data fusion with application[M].

- Xian: Xi'an Electronic and Science University Press, 2004: 17-18.)
- [8] 胡启洲, 张卫华. 区间数理论的研究及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 15-17.
(Hu Q Z, Zhang W H. Research on interval number with application[M]. Beijing: Science Press, 2010: 15-17.)
- [9] 曾文艺, 赵宜宾. 基于区间数度量的区间值模糊集合的归一化距离、相似度、模糊度和包含度的关系研究[J]. 模糊系统与数学, 2012, 26(2): 82-90.
(Zeng W Y, Zhao Y B. Relationship among the normalized distance, the similarity measure, the entropy and the inclusion measure of interval-valued fuzzy sets based on interval-number measurement[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2012, 26(2): 82-90.)
- [10] 曾文艺, 赵宜宾. 基于区间数度量的区间值模糊集合的贴近度和模糊度的关系[J]. 模糊系统与数学, 2012, 26(1): 25-31.
(Zeng W Y, Zhao Y B. Relationship between similarity measure and entropy of interval-valued fuzzy sets based on interval-number measurement[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2012, 26(1): 25-31.)
- [11] 赵宜宾, 曾文艺. 基于区间数度量的区间值模糊集合的相似度、模糊度和包含度的关系研究[J]. 工程数学学报, 2010, 27(2): 295-304.
(Zhao Y B, Zeng W Y. Relationship among similarity measure, entropy and inclusion measure of interval-valued fuzzy sets based on interval-number measurement[J]. Chinese J of Engineering Mathematics, 2010, 27(2): 295-304.)
- [12] 卫贵武. 区间数多指标决策问题的新灰色关联分析法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(9): 1358-1359.
(Wei G W. New method of grey relational analysis to multiple attribute decision making with intervals[J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(9): 1358-1359.)
- [13] 胡丽芳, 关欣, 何友. 一种新的灰色多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 896-898.
(Hu L F, Guan X, He Y. A new approach for grey multi-attribute decision making[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 896-898.)
- [14] 万树平. 不确定多传感器目标识别的区间相离度法[J]. 控制与决策, 2009, 27(9): 1306-1309.
(Wan S P. Method of interval deviation degree for uncertain multi-sensor target recognition[J]. Control and Decision, 2009, 27(9): 1306-1309.)
- [15] 罗党. 基于正负靶心的多目标灰靶决策模型[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 241-246.
(Luo D. Multi-objective grey target decision model based on positive and negative clouts[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 241-246.)
- [16] 任晓曦, 杨锡怀, 邹家兴, 等. 基于组合相似度的混合多指标信息聚类分析方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2010, 31(11): 1657-1660.
(Ren X Y, Yang X H, Zou J X, et al. A cluster analysis based on combinational similarity for hybrid multi-index information[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2010, 31(11): 1657-1660.)
- [17] 丁传明, 黎放, 齐欢. 一种基于相似度的混合型多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(5): 737-740.
(Ding C M, Li F, Qi H. Technique of hybrid multiple attribute decision making based on similarity degree to ideal solution[J]. Systems Engineering & Electronics, 2007, 29(5): 737-740.)
- [18] 王正新, 党耀国, 宋传平. 基于区间数的多目标灰色局势决策模型[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 388-392.
(Wang Z X, Dang Y G, Song C P. Multi-objective decision model of grey situation based on interval number[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 388-392.)
- [19] Sheng W, Zhang Z Y. A new incidence degree model of interval grey number based on space mapping[C]. The 2011 IEEE Int Conf. Nanjing, 2011: 8-10.
- [20] Shuli Yan, Sifeng Liu. Grey incidence method of decision-making with three-parameter interval numbers and unknown weights[C]. The 2011 IEEE Int Conf. Nanjing, 2011: 582-585.
- [21] Zheng Qingli, Guan Yeqing. A new grey incidence model of interval numbers and its application[C]. The 2011 IEEE Int Conf. Nanjing, 2011: 1881-1885.
- [22] Xu Zeshui. On similarity measures of interval-valued intuitionistic fuzzy sets and their application to pattern recognitions[J]. J of Southeast University: English Edition, 2007, 31(11): 139-143.
- [23] Yingjun Zhang, Peijun Ma, Xiaohong Su. Pattern recognition using interval-valued intuitionistic fuzzy set and its similarity degree[C]. The 2011 IEEE Int Conf. Nanjing, 2011: 361-364.
- [24] Xu Z, Liu M, Yang G, et al. Application of interval analysis and evidence theory to fault location[J]. The Institution of Engineering and Technology, 2009, 3(1): 77-84.
- [25] Hongxing Shi, Sifeng Liu, Hongyun Du, et al. Study on the absolute grey incidence model of an interval grey number sequence[C]. The 2008 IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics. Singapore, 2008: 1664-1667.
- [26] 万树平. 一种具有区间数信息的多属性大群体决策方法[J]. 模式识别与人工智能, 2011, 24(3): 340-345.
(Wan S P. A method for multi-attribute large group decision making with interval number information[J].

- Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2011, 24(3): 340-345.)
- [27] Wan S P. Applying triangular fuzzy number for multi-sensor object recognition[J]. *Kybernetes*, 2011, 40(3/4): 589-599.
- [28] Wan S P. Applying interval-value Vague set for multi-sensor target recognition[J]. *Int J of Innovative Computing, Information and Control*, 2011, 7(2): 955-964.
- [29] 万树平. 基于幂均算子的区间型多属性决策方法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(11): 1673-1676.
(Wan S P. Method based on power average operator for interval multi-attribute decision-making[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(11): 1673-1676.)
- [30] 关欣, 何友, 衣晓. 基于D-S推理的灰关联雷达辐射源识别方法研究[J]. *武汉大学学报: 信息科学版*, 2005, 30(3): 274-277.
(Guan X, He Y, Yi X. Radar emitter recognition of gray correlation based on D-S reasoning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2005, 30(3): 274-277.)
- [31] 李鹏, 刘思峰. 基于灰色关联分析和D-S证据理论的区间直觉模糊决策方法[J]. *自动化学报*, 2011, 37(8): 993-998.
(Li P, Liu S F. Interval-valued intuitionistic fuzzy numbers decision-making method based on grey incidence analysis and D-S theory of evidence[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(8): 993-998.)
- [32] 刘海军. 雷达辐射源识别关键技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学电子科学学院, 2010.
(Liu H J. Researches on identification key technology for radar emitter[D]. Changsha: School of Electronics Science and Engineering, National University of Defense Technology, 2010.)
- [33] 于昕, 韩崇昭, 潘泉, 等. 一种基于D-S推理的异源信息目标识别方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(5): 788-790.
(Yu X, Han C Z, Pan Q, et al. Method based on evidence theory for multi2source target recognition[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(5): 788-790.)
- [34] 阎岩, 唐振民. 基于含熵期望曲线的云模型相关性度量方法[J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2009, 27(9): 1306-1309.
(Yan Y, Tang Z M. Pertinence measurement of cloud model by using expectation-entropy curves[J]. *J of Huazhong University of Science & Technology: Natural Science Edition*, 2009, 27(9): 1306-1309.)
- [35] 任剑. 基于云模型的语言随机多准则决策方法[J]. *计算机集成制造系统*, 2012, 18(12): 2792-2797.
(Ren J. Linguistic-stochastic multi-criterion decision-making method based on cloud model[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2012, 18(12): 2792-2797.)
- [36] 杜鹤, 李德毅. 基于云的概念划分及其在关联挖掘上的应用[J]. *软件学报*, 2001, 12(02): 196-203.
(Du Y, Li D Y. Concept partition based on cloud and its application to mining association rules[J]. *J of Software*, 2001, 12(2): 196-203.)
- [37] 李德毅, 刘常昱, 杜鹤, 等. 不确定性人工智能[J]. *软件学报*, 2004, 15(11): 1583-1594.
(Li D Y, Liu C Y, Du Y, et al. Artificial intelligence with uncertainty[J]. *J of Software*, 2004, 15(11): 1583-1594.)
- [38] 杜鹤. 数据挖掘中关联规则的研究与应用[D]. 南京: 解放军理工大学通信工程学院, 2000.
(Du Y. Research and application of association rules in data mining[D]. Nanjing: Institute of Communications Engineering, PLA University of Science and Technology, 2000.)
- [39] 蒋嵘. 时间序列挖掘中的研究与应用[D]. 南京: 解放军理工大学指挥自动化学院, 2000.
(Jiang R. Research and application in time series mining[D]. Nanjing: Institute of Command Automation, PLA University of Science and Technology, 2000.)
- [40] 李德毅, 杜鹤. 不确定性人工智能[M]. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2014: 40-90.
(Li D Y, Du Y. Artificial intelligence with uncertainty[M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2014: 40-90.)
- [41] 王国胤, 李德毅, 姚一豫, 等. 云模型与粒计算[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 6-21.
(Wang G Y, Li D Y, Yao Y Y, et al. Cloud model and granular computing[M]. Beijing: Science Press, 2012: 6-21.)
- [42] Deng J L. Introduction to grey system theory[J]. *J of Grey System*, 1989, 1(1): 1-24.
- [43] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 135-141.
(Deng J L. Elements on grey theory[M]. Wuhan: Huazhong University of Science Technology Press, 2002: 135-141.)
- [44] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 68-69.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Grey system theory with application[M]. Beijing: Science Press, 2010: 68-69.)
- [45] 党耀国, 刘思峰, 王正新, 等. 灰色预测与决策模型研究[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 100-104.
(Dang Y G, Liu S F, Wang Z X, et al. Research on grey predicting and decision making model[M]. Beijing: Science Press, 2009: 100-104.)