

河北大学 2015 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目代码	考试科目名称
数学专业	624	数学分析

特别声明: 答案一律在考点提供的答题纸上, 答在本试卷纸及其他纸上无效。

一、 计算题。(共 70 分。1-4 每小题 10 分, 5-6 每小题 15 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 设 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{2}{a_n} \right)$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 。

2. 求极限: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x(\sin \sqrt{x})^4}$ 。

3. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2}{3} \right)^n$ 的和数。

4. 计算不定积分 $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2+x+1}} dx$ 。

5. 求曲线积分 $\int xy ds$, 其中曲线 l 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 第一象限部分。

6. 计算三重积分 $\iiint_V \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) dx dy dz$ 。其中

$$V = \left\{ (x, y, z) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\}.$$

二、 证明题。(共 35 分。7-8 每小题 10 分, 9 题 15 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

7. 证明: 若 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上连续, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ (有限), 则 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上一致连续。

8. 证明不等式: $\frac{2}{\pi} \leq \frac{\sin x}{x} \leq 1, 0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ 。

适用专业	考试科目代码	考试科目名称
数学专业	624	数学分析

特别声明: 答案一律答在考点提供的答题纸上, 答在本试卷纸及其他纸上无效。

9. 证明: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2 + 1}$ 于 $(0, 2\pi)$ 上连续可微。

三、综合题。(共 45 分。每小题 15 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

10. 设 $z = z(x, y)$ 具有关于 x, y 的各个二阶连续偏导数。求微分方程: $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

作变换 $u = x^2 - y^2, v = 2xy$ 后的微分方程。

11. 求两曲面 $x + 2y = 1$ 和 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ 交线上距离原点最近的点。

12. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n - e + \frac{e}{2n} \right)$ 的敛散性。