

河北大学 2014 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目代码	考试科目名称
数学	834	高等代数与解析几何

特别声明: 答案一律答在考点提供的答题纸上, 答在本试卷纸及其他纸上无效。

一、(高等代数部分 100 分)

1、(10 分) 证明多项式 $f(x) = x^4 + 12x + 1$ 在有理数域上是不可约多项式。

$$\begin{vmatrix} 2a & a^2 & & & \\ 1 & 2a & a^2 & & \\ & 1 & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 2a & a^2 \\ & & & 1 & 2a \end{vmatrix}.$$

2、(15 分) 计算 n 阶行列式:

3、(15 分) 设向量组 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s$ 是齐次线性方程组 $AX = 0$ 的基础解系, 判断

$\eta_1 + \eta_2, \eta_2 + \eta_3, \dots, \eta_{s-1} + \eta_s, \eta_s + \eta_1$ 是否也是 $AX = 0$ 的基础解系, 并说明原因。

4、(10 分) 设矩阵 $A = C^T C, B = D^T D, C, D$ 为 n 阶实矩阵,

证明: (1) 矩阵 A, B 是半正定矩阵;

(2) 当 λ, μ 都大于零时, 存在实矩阵 P 使得 $\lambda A + \mu B = P^T P$ 。

5、(20 分) 设 $V = P^{n \times n}, V_1 = \{A \in P^{n \times n} \mid A^T = A\}, V_2 = \{A \in P^{n \times n} \mid A^T = -A\},$

(1) 证明: V_1, V_2 是 V 的子空间;

(2) 证明: $V = V_1 \oplus V_2$ 。

6、(10 分) 设三阶实对称矩阵 A 的特征值是 $1, 2, 0, \alpha_1 = (1, 2, 1)^T, \alpha_2 = (-1, 1, -1)^T$ 分别是

特征值 1 和 2 的特征向量, 求矩阵 A 。

河北大学 2014 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目代码	考试科目名称
数学	834	高等代数与解析几何

特别说明: 答案一律答在考点提供的答题纸上, 答在本试卷及其他纸上无效。

7. (20 分)

(1) 试给出欧氏空间 V 的正交变换的定义;

(2) 证明 A 是正交变换当且仅当 A 在任一组标准正交基下的矩阵是正交矩阵;

(3) 证明正交变换的实特征值只有 ± 1 。

二 (解析几何 50 分)

8. (15 分) (1) 求直线 $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ 到平面 $x+y+z=0$ 的射影直线方程。

(2) 求过直线 l 且与平面 $x-y+z+2=0$ 垂直的平面方程。

9. (15 分) 求过单叶双曲面 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1$ 上的点 $(2,3,1)$ 的直母线方程, 并求两条直线的夹角。

10. (10 分) 求直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$ 绕 $l_2: \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ 旋转的曲面方程。

11. (10 分) 已知某一切线的方向是 $1:2:2$, 试求二次曲面 $x^2 - 3y^2 + z^2 - 2 = 0$ 上有同一方向的全部切线的轨迹。