

Hydraulics

# 水力学

## 第六章 明渠恒定均匀流

Steady uniform flow in Open channels

吕宏兴

# 京杭大运河





# § 6.1 概述

## 一、明渠水流

天然河道、人工渠道统称为**明渠**。明渠中流动的液体称为**明渠水流**。

当液体通过明渠流动时，形成与大气相接触的自由水面，表面各点压强均为大气压强，所以明渠水流为**无压流**。

明渠水流分类：  
明渠恒定流 **明渠均匀流**  
明渠非恒定流 **明渠非均匀流**



## 二、渠道的形式

明渠的横断面

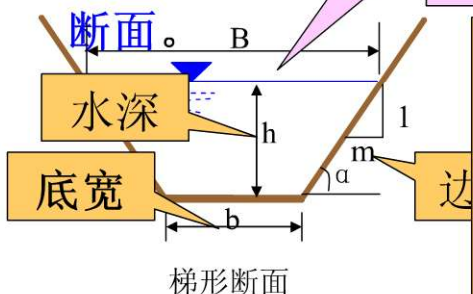
与渠道中心线正交

面，其边界为渠底

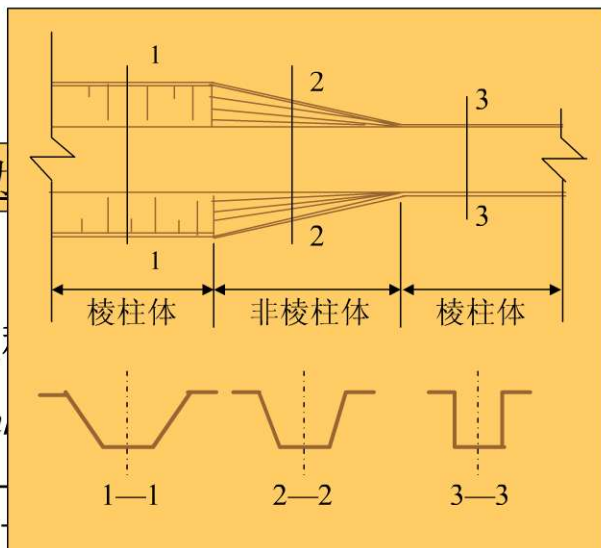
壁的交线称为渠底

断面形状、尺寸及底坡沿程不变，同时又无弯曲的渠道，称为棱柱体渠道。

断面形状、尺寸或底坡沿程改变的渠道，称为非棱柱体渠道。



梯形断面



反映断面的形状特征值

水面宽  $B = b + 2mh$

湿周  $\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}$

$(mh)h$

$(mh)h$

$\chi = b + 2m\sqrt{1+m^2}$

表6-1 梯形渠道边坡系数m

土壤种类	边坡系数 $m$
粉砂	3.0~5.3
细沙	2.5~3.5
砂壤土	2.0~2.5
粘砂壤土	1.5~2.0
粘土，密实黄土	1.25~1.5
卵石和砌石	1.25~1.5
半岩性的抗水的土壤	0.5~1.25
风化的岩石	0.25~0.5
未风化的岩石	0.00~0.25

# 标准U形断面

水面宽度

$$B = 2r$$

过水面积

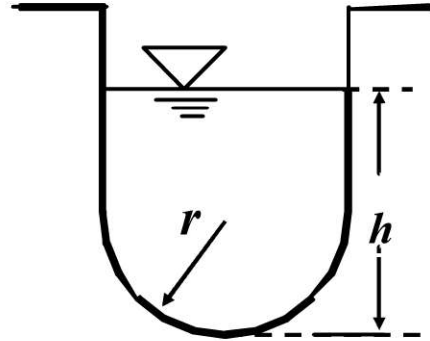
$$A = \frac{\pi r^2}{2} + 2r(h - r)$$

湿周

$$\chi = \pi r + 2(h - r)$$

水力半径

$$R = \frac{A}{\chi}$$



## 圆形断面

水面宽度

$$B = 2\sqrt{h(d-h)}$$

过水面积

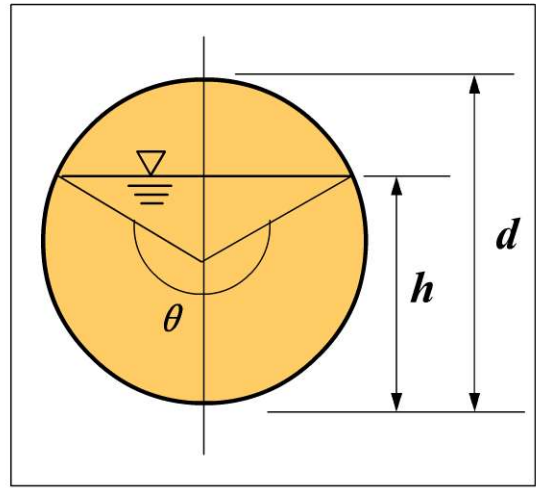
$$A = \frac{d^2}{8}(\theta - \sin \theta)$$

湿周

$$\chi = \frac{\theta}{2}d$$

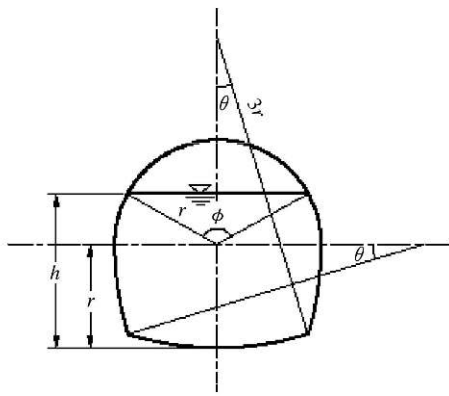
水力半径

$$R = \frac{A}{\chi} = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta}\right)$$

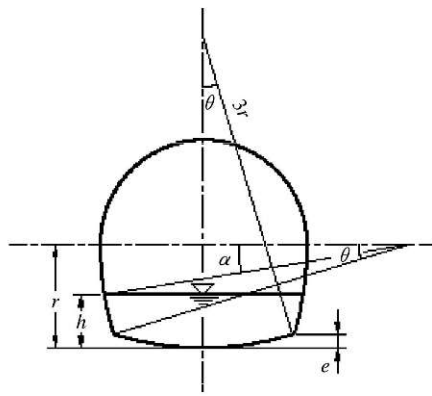


用于无压隧洞  
城市排水管道

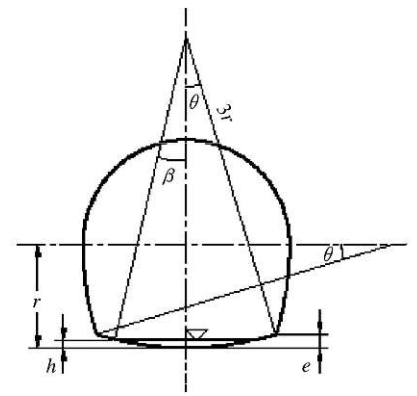




$$r \leq h_k \leq 2r$$

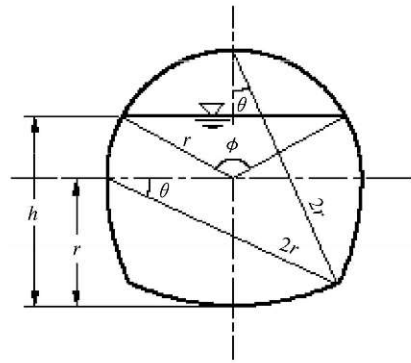


$$e \leq h_k \leq r$$

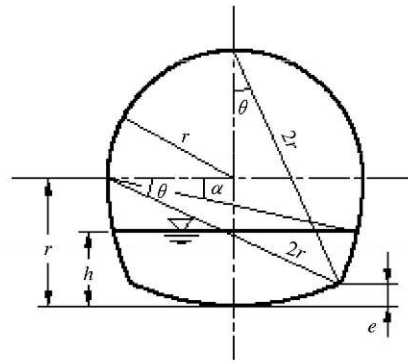


$$0 \leq h_k \leq e$$

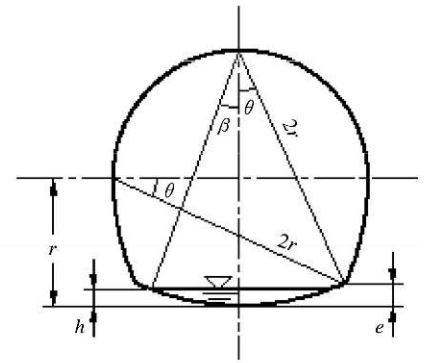
标准 I 型马蹄形断面



$$r \leq h_k \leq 2r$$



$$e \leq h_k \leq r$$

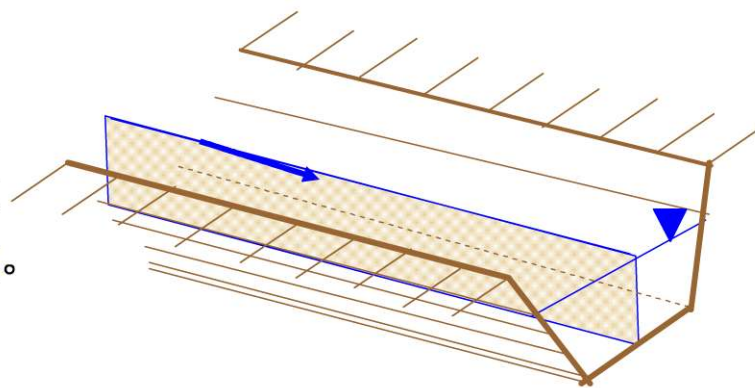


$$0 \leq h_k \leq e$$

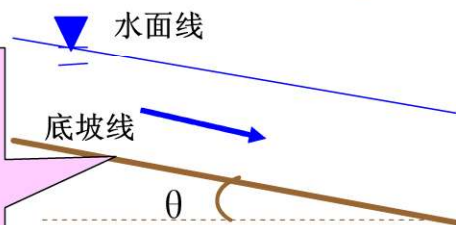
标准 II 型马蹄形断面

### 三、明渠的底坡

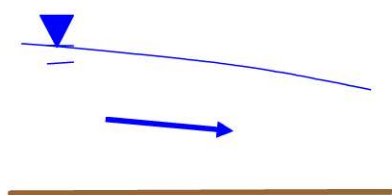
明渠渠底纵向（沿水流方向）倾斜的程度称为底坡。以*i*表示。



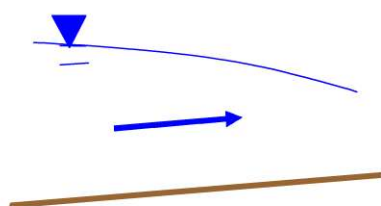
按底坡分类：  
顺坡（或正坡）明渠  
平坡明渠  
逆坡（或负坡）明渠



$i > 0$   
顺坡、正坡



$i = 0$   
平坡



$i < 0$   
逆坡、负坡

## § 6.2 明渠均匀流的特性及其产生条件

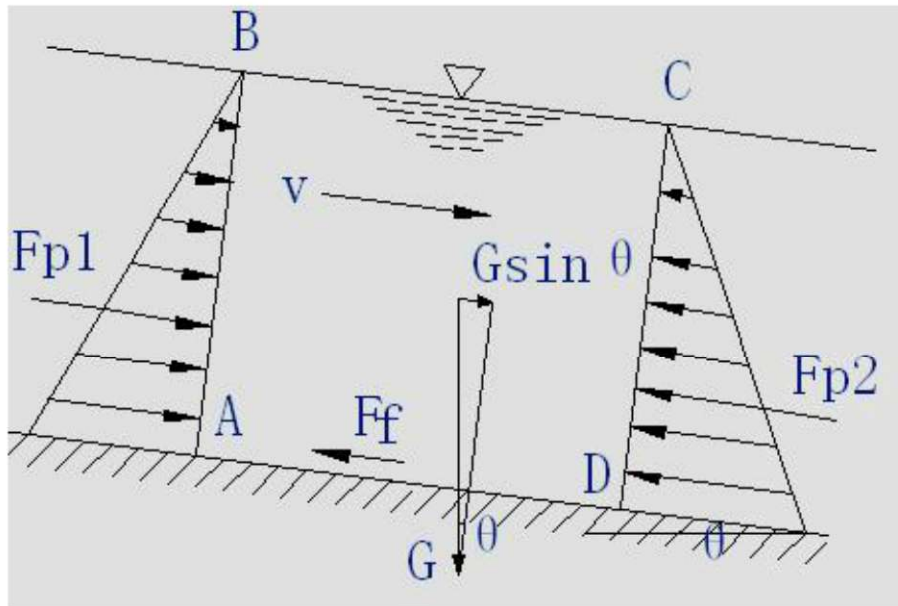
1. 过水断面的形状、尺寸及水深沿程不变。
2. 过水断面上的流速分布、断面平均流速沿程不变；因此，水流的动能修正系数及流速水头也沿程不变。
3. 总水头线、水面线及底坡线三者相互平行，即  $J = J_z = i$
4. 水流重力在流动方向上的分力与摩阻力相平衡，即  $G_s = F_f$ 。

充分长直的棱柱体顺坡( $i > 0$ )明渠

产生均匀流的条件：

- ❖ 水流应为恒定流。流量应沿程不变，即无支流。
- ❖ 渠道必须是长而直的棱柱体顺坡明渠，粗糙系数沿程不变。另外渠道中无水工建筑物的局部干扰。

# 在明渠均匀流中：明渠均匀流动力学分析



平衡方程

$$F_{p1} + G \sin \theta - F_{p2} - F_f = 0$$

$$G \sin \theta = F_f$$



## § 6.3 明渠均匀流的计算公式

### 明渠均匀流水力计算的基本公式

$$\left. \begin{array}{l} \text{连续性方程: } Q = Av \\ \text{谢才公式: } v = C\sqrt{RJ} = C\sqrt{Ri} \end{array} \right\}$$
$$\therefore Q = A_0 v_0 = A_0 C_0 \sqrt{R_0 i} = K_0 \sqrt{i}$$

式中: R——水力半径 (m),  $R=A/x$ ;

x——过水断面湿周

J——水力坡度;

C——谢才系数 ( $\text{m}^{1/2}/\text{s}$ )。

$K_0$ ——明渠均匀流的流量模数,  $K_0 = A_0 C_0 \sqrt{R_0}$

$A_0$ ——相应于明渠均匀流正常水深时的过水断面面积。

$$Q = K \sqrt{i}, \quad K = AC \sqrt{R}$$

$K$ 为流量模数，单位为（ $\text{m}^3/\text{s}$ ），它综合反映明渠断面形状、尺寸和粗糙程度对过水能力的影响。

为与明渠非均匀流区别，把均匀流水深称为正常水深，用 $h_0$ 表示，相应的其它水力要素均加下标“ $0$ ”。

将曼宁公式带入明渠均匀流的计算公式得

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

$$Q = AC \sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{A^{5/3}}{\chi^{2/3}}$$

$$Q = AC\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}$$

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

### 谢才系数 $C$

反映断面形状、尺寸和边壁粗糙程度的一个综合系数。常用曼宁公式计算

$R$ : 水力半径, 以米 (m) 计

$n$ : 糙率 (有量纲?)

$$v = C \sqrt{RJ}$$

## 谢才系数C的计算

1、曼宁公式：

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} (m^{1/2} / s)$$

2、巴甫洛夫斯基公式：

$$C = \frac{1}{n} R^y (m^{1/2} / s) \quad \left( \begin{array}{l} 0.1m \leq R \leq 3m \\ 0.011 < n < 0.040 \end{array} \right)$$

式中：  $y = 2.5\sqrt{n} - 0.75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0.1) - 0.13$



## § 5.4 水力最佳断面及允许流速

### 一、水力最佳断面

当渠道的底坡、粗糙系数及过水断面面积一定时，通过流量最大；或当底坡、粗糙系数及流量一定时，所需的过水断面面积最小时的断面。

均匀流计算公式

$$Q = AC\sqrt{Ri} = \frac{1}{n} Ai^{1/2} R^{2/3} = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{A^{5/3}}{\chi^{2/3}}$$

当  $i$ 、 $n$ 、 $A$  给定：

$$Q \rightarrow Q_{\max}$$

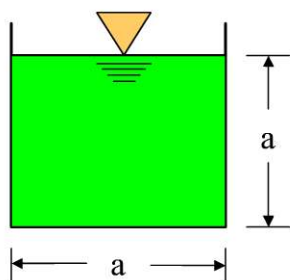
$$\chi \rightarrow \chi_{\min}$$

当  $i$ 、 $n$ 、 $Q$  给定：

$$A \rightarrow A_{\min}$$

$$\chi \rightarrow \chi_{\min}$$

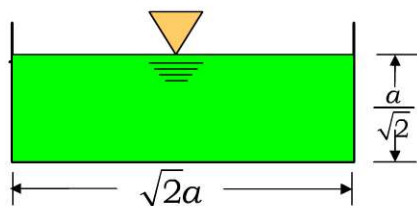
面积相同，不同几何形状过水断面的湿周与水力半径比较



$$A = a^2$$

$$\chi = 3a$$

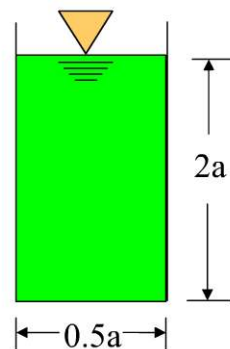
$$R = 0.3333a$$



$$A = a^2$$

$$\chi = 2.83a$$

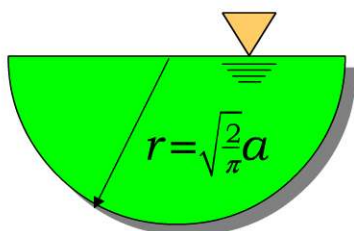
$$R = 0.353a$$



$$A = a^2$$

$$\chi = 4.5a$$

$$R = 0.222a$$



$$A = a^2$$

$$\chi = 2.507a$$

$$R = 0.398a$$

工程中采用最多的是梯形断面，其边坡系数  $m$  由边坡稳定要求确定。在  $m$  已定的情况下，同样的过水断面面积  $A$ ，湿周  $\chi$  的大小因底宽与水深的比值  $b/h$  而异。根据水力最佳断面的条件：

即

$$\left. \begin{array}{l} A = \text{常数} \\ \chi = \text{最小值} \end{array} \right\} \begin{cases} \frac{dA}{dh} = 0 \\ \frac{d\chi}{dh} = 0, \frac{d^2\chi}{dh^2} > 0 \end{cases}$$

分别写出  $A$ 、 $\chi$  对  $h$  的一阶导数并使之为零，

$$\begin{cases} A = A(b, h) = (b + mh)h \\ \chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dA}{dh} = (b + mh) + h\left(\frac{db}{dh} + m\right) = 0 \\ \frac{d\chi}{dh} = \frac{db}{dh} + 2\sqrt{1 + m^2} = 0 \end{cases}$$

消去  $\frac{db}{dh}$ ，则  $\beta_m = \frac{b}{h} = 2(\sqrt{1 + m^2} - m)$  推导过程

上式表明：梯形水力最佳断面的  $b/h$  值仅与边坡系数  $m$  有关。

因为  $R_m = \frac{A_m}{\chi_m} = \frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}} = \frac{(\beta_m + m)h}{\beta_m + 2\sqrt{1 + m^2}} = \frac{h_m}{2}$  推导过程

即梯形水力最佳断面的水力半径等于水深的一半。

矩形断面可以看成为  $m = 0$  的梯形断面。以  $m = 0$  代入以上各式可求得矩形水力最佳断面的  $\beta_m$  及  $R_m$ 。

$$\begin{cases} \frac{dA}{dh} = (b + mh) + h\left(\frac{db}{dh} + m\right) = 0 & (1) \\ \frac{d\chi}{dh} = \frac{db}{dh} + 2\sqrt{1 + m^2} = 0 & (2) \end{cases}$$

由第2式得  $\frac{db}{dh} = -2\sqrt{1 + m^2}$

带入第1式得  $(b + mh) + h(-2\sqrt{1 + m^2} + m) = 0$

等式两边同除以**h**  $\frac{b}{h} + m - 2\sqrt{1 + m^2} + m = 0$

整理得  $\frac{b}{h} = 2(\sqrt{1 + m^2} - m)$

设  $\beta = \frac{b}{h}$  称为宽深比



水力最佳断面宽深比

$$\beta_m = \frac{b}{h} = 2(\sqrt{1+m^2} - m)$$

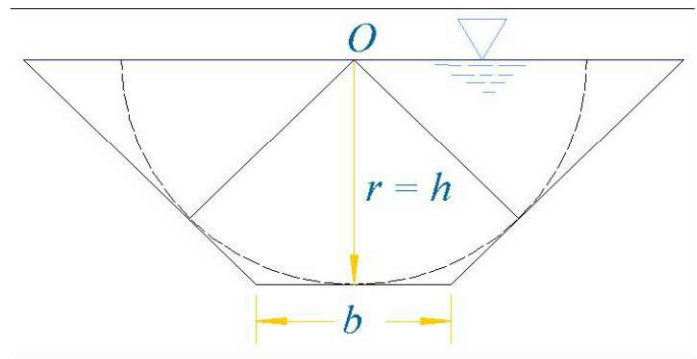
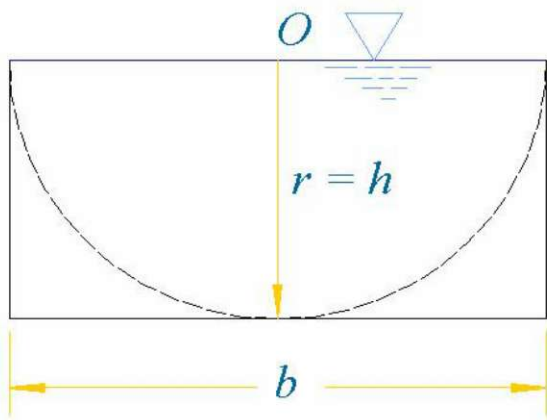
水力最佳断面水力半径

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{A_m}{\chi_m} = \frac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}} = \frac{\left(\frac{b}{h}+m\right)h^2}{\left(\frac{b}{h}+2\sqrt{1+m^2}\right)h} = \frac{(\beta_m+m)h}{\beta_m+2\sqrt{1+m^2}} \\ &= \frac{\left[2(\sqrt{1+m^2}-m)+m\right]h}{2(\sqrt{1+m^2}-m)+2\sqrt{1+m^2}} = \frac{(2\sqrt{1+m^2}-m)h}{2(2\sqrt{1+m^2}-m)} = \frac{h}{2} \end{aligned}$$



$$R_m = \frac{h_m}{2}$$

矩形渠道、梯形渠道水力最佳断面的水力半径等于水深的一半。



矩形渠道、梯形渠道水力最佳断面的几何形状是半圆的外切多边形。

## 水力最佳断面存在的问题

- 当给定了边坡系数 $m$ ，水力最佳断面的宽深比 $b/h$ 是唯一的。

$$\frac{b}{h} = \beta_m = 2(\sqrt{1+m^2} - m)$$

$m$	0 (矩形)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$\beta_m$	2.0	1.236	0.828	0.606	0.472	0.385

- 当边坡系数大于1后，水力最佳断面往往为“窄深形”，这类渠道施工及运行维护达不到经济的目的。



## 二、实用经济断面

对常见的梯形渠道，按水力最佳断面设计的渠道往往是窄深式的。例如，当边坡系数 $m=1.5$ ，则 $\beta_m = \frac{b}{h} = 2(\sqrt{1+m^2} - m) = 0.61$ ，对土渠而言，这种断面虽然工程量最小，但不便于施工与维护，因此大型无衬砌渠道按水力最佳断面设计并不是最经济的。

计算表明，宽深比的变化所引起过水断面面积的变化是很小的。如果所设计的渠道过水断面面积不超过水力最佳断面面积的3~4%，所得的宽深比将比较大。适当增加宽深比，而过水断面比水力最佳断面只增大1~4%的断面称为实用经济断面，其计算可按表6-3及例6-1确定。

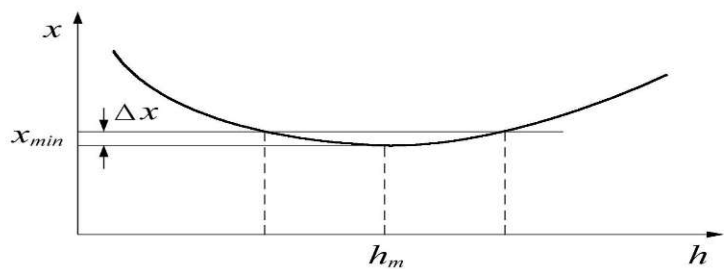
# 实用经济断面存在的可能性

- 给定  $A = \text{const}$ ，绘出  $x = \frac{A}{h} - mh + 2h\sqrt{1+m^2} = f(h)$  (推导)，由图可见  $x$  存在极小值。而湿周  $x$  在极小值附近变化十分缓慢，即当  $x$  有微小变： $x \pm \Delta x$ ，水深  $h$  却有较大的变化范围，因而可从中选择一个合适的宽深比。定义实用经济断面：

$$A = (0.98 \sim 1.04) A_m$$

$$h = (0.6 \sim 1.6) h_m$$

表6-3为按式6-16、6-17进行实用经济断面水力计算所得的参数，当确定参数  $\alpha$ ，即可由表6-3查到  $h/h_m$  和  $\beta$  值。



当  $A$ =常数，可得湿周  $\chi$  如下关系

$$\begin{cases} A = (b + mh)h, & \frac{A}{h} = (b + mh) \\ \chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = b + mh - mh + 2h\sqrt{1 + m^2} \end{cases}$$

$$\chi = \frac{A}{h} - mh + 2h\sqrt{1 + m^2}$$



## 实用经济断面

当流量 $Q$ 、底坡 $i$ 、粗糙系数 $n$ 及边坡系数 $m$ 为已定的情况下，可导出某断面与水力最佳断面的水力要素之间有如下两个关系。

$$\left(\frac{h}{h_m}\right)^2 - 2a^{\frac{5}{2}} \frac{h}{h_m} + \alpha = 0 \quad (6-16)$$

$$\beta = \frac{b}{h} = \frac{\alpha}{\left(\frac{h}{h_m}\right)^2} (2\sqrt{1+m^2} - m) - m \quad (6-17)$$

上式中  $\alpha = A/A_m$ ，表6-3为按式6-16、6-17进行实用经济断面水力计算所得的参数，当确定参数  $\alpha$ ，即可由表6-3查到 $h/h_m$ 和  $\beta$  值。

- 例6-1 已知渠道流量 $Q$ 为 $10\text{m}^3/\text{s}$ ，渠道土质为轻壤土，粗糙系数 $n$ 为 $0.025$ ，边坡系数 $m$ 为 $1.25$ ，初步拟定底坡 $i$ 为 $0.0002$ ，试求出几个断面尺寸以供选择。
- 解：1. 水力最佳断面尺寸计算
- 将水力最佳断面的 $A$ 值和 $R$ 值代入公式（6-10）整理后得

$$Q = 4(2\sqrt{1+m^2} - m) \frac{\sqrt{i}}{n} \left(\frac{h_m}{2}\right)^{\frac{8}{3}}$$

由上式得水深  $h = \left(\frac{2^{\frac{8}{3}} \times 0.025 \times 10}{4(2\sqrt{1+1.25^2} - 1.25)\sqrt{0.0002}}\right)^{\frac{3}{8}} = 2.717\text{m}$

再由宽深比关系得底宽

$$b_m = \beta h = 2h(\sqrt{1+m^2} - m) = 1.906\text{m}$$

- 2. 实用经济断面尺寸的计算
- 底坡与按水力最佳断面设计时的底坡一样。取  $\alpha = 1.01$ ，并根据  $m = 1.25$ ，由表6-3查得

$$\frac{h}{h_m} = 0.822 \quad \beta = 1.673$$

则水深  $h = 0.822 \times h_m = 0.822 \times 2.717 = 2.234m$

底宽  $b = \beta h = 1.673 \times 2.234 = 3.737m$

分别取  $\alpha = 1.02, 1.03, 1.04$ ，用同样方法计算结果见表6-4。最后，应根据工程的具体条件从表6-4选取一组适当的  $h$ 、 $b$  值作为设计断面。

## § 5.5 渠道设计糙率系数及允许流速

### 一、糙率系数

$$Q = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{\chi^{\frac{2}{3}}}$$

渠道设计中，糙率 $n$ 值选择时应谨慎。 $n$ 选得偏小，设计的渠道断面尺寸就会偏小，渠道在设计水深运行时，实际通过流量将比设计流量小。若按通过设计流量运行时，实际水深将比设计计算的水深大，就可能造成渠水漫渠顶事故。 $n$ 选得偏大，设计的渠道断面就会偏大，导致工程投资增大，将造成不必要的浪费，这对大型长距离输水工程尤为重要。因此，糙率选取对实际输水能力影响较大。

表6-2列出了渠道及天然河道糙率系数值。

## 二、 允许流速

渠道的允许流速是根据渠道所担负的生产任务(如通航、水电站引水或灌溉)，渠槽表面材料的性质，水流含沙量的多少及运行管理上的要求而确定的技术上可靠，经济上合理的流速。

$$v'' < v < v'$$

保证渠道正常运行的允许流速上限和下限值

$v'$  —不冲允许流速

$v''$  —不淤允许流速



设计渠道时，断面的平均流速应结合渠道所担负的生产任务（灌溉渠道、水电站引水渠道、航运渠道等）、渠道建筑材料的类型、水流中含沙量的多少及其他运用管理上的要求而选定。

1. 渠道中的流速应小于不冲允许流速 $V'$ ，以保证渠道免遭冲刷。
2. 渠道中的流速应大于不淤流速 $V''$ ，以保证水流中悬浮的泥沙不淤积在渠槽中。
3. 对航运渠道及水电站引水渠道，渠中流速还应满足某些技术经济条件及应用管理方面的要求。

**例题** 某梯形土渠设计流量  $Q$  为  $2\text{m}^3/\text{s}$ ，渠道为重壤土，粗糙系数  $n$  为  $0.025$ ，边坡系数  $m$  为  $1.25$ ，底坡  $i$  为  $0.0002$ 。试设计一水力最佳断面，并校核渠中流速（已知不淤流速  $v''$  为  $0.4\text{m/s}$ ）

解：将以宽深比表示的面积、湿周代入均匀流基本公式，整理后可得

$$Q = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{\chi^{\frac{2}{3}}} \quad \begin{cases} A = (b + mh)h = (\beta + m)h^2 \\ \chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = (\beta + 2\sqrt{1 + m^2})h \end{cases}$$

$$h = \left[ \frac{nQ(\beta + 2\sqrt{1 + m^2})^{2/3}}{(\beta + m)^{5/3} i^{1/2}} \right]^{3/8}$$

推导过程如下

将以宽深比表示的面积、湿周代入均匀流基本公式

$$\begin{cases} A = (b + mh)h = (\beta + m)h^2 \\ \chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = (\beta + 2\sqrt{1 + m^2})h \end{cases}$$

$$Q = \frac{\sqrt{i} A^{\frac{5}{3}}}{n \chi^{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{i} (\beta + m)^{\frac{5}{3}} h^{\frac{10}{3}}}{n (\beta + 2\sqrt{1 + m^2})^{\frac{2}{3}} h^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{nQ}{\sqrt{i}} = \frac{(\beta + m)^{\frac{5}{3}} h^{\frac{8}{3}}}{(\beta + 2\sqrt{1 + m^2})^{\frac{2}{3}}}$$

$$h = \left[ \frac{nQ(\beta + 2\sqrt{1 + m^2})^{\frac{2}{3}}}{(\beta + m)^{\frac{5}{3}} i^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{3}{8}}$$

$$\beta = 2(\sqrt{1+m^2} - m) = 2(\sqrt{1+1.25^2} - 1.25) = 0.702$$

可得

$$h_m = \left[ \frac{0.025 \times 2(0.702 + 2\sqrt{1+1.25^2})^{2/3}}{(0.702 + 1.25)^{5/3} 0.0002^{1/2}} \right] = 1.49m$$

$$b_m = \beta_m h_m = 0.702 \times (1.49m) = 1.05m$$

$$v = \frac{Q}{(b + mh_m)h_m} = \frac{2}{[1.05 + 1.25 \times 1.49] \times 1.49} = 0.46m/s$$

$$R_m = \frac{h_m}{2} = 0.745m$$

$$R^{1/4} = (0.745)^{1/4} = 0.929m$$

查表6-5求得重壤土R=1m不冲刷  
允许流速为0.7~1.0m/s

$$v' = v'_{R=1} R^{1/4} = (0.65 \sim 0.93)m/s$$

已知不淤流速:

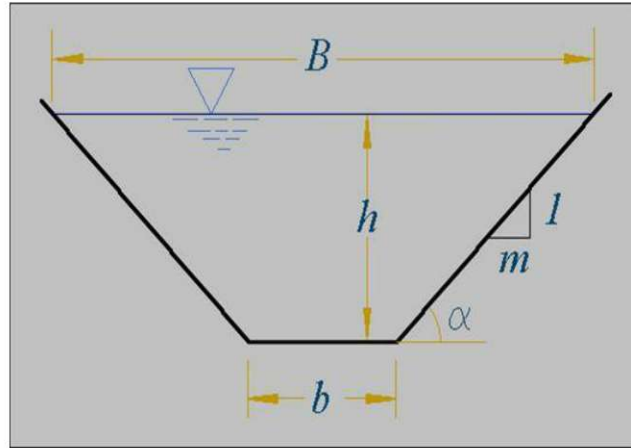
$$v'' = 0.40m/s$$

$v'' < v < v'$  满足不冲刷不淤积的条件。

## § 5.6 明渠均匀流的水力计算

对于梯形渠道，各水力要素间存在着下列函数关系：

$$Q = AC\sqrt{Ri} = f(m, b, h, i, n)$$



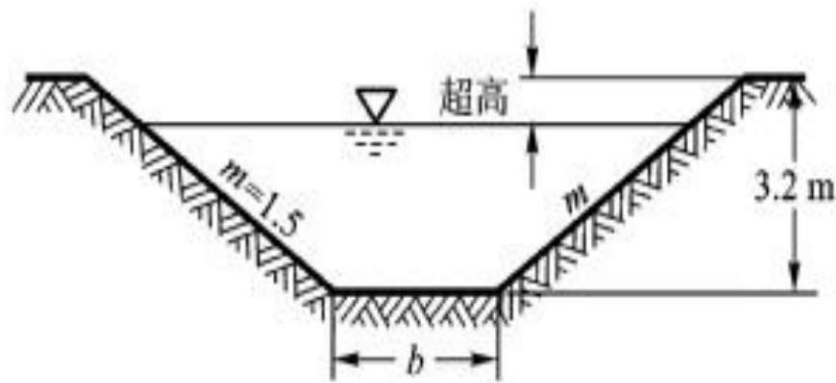
## 水力计算主要有下列几种类型：

- 一、已知渠道的断面尺寸 $b$ 、 $m$ 、 $h$ 及底坡 $i$ 、粗糙系数 $n$ ，求通过的流量（或流速）。
- 二、已知渠道的设计流量 $Q$ 、底坡 $i$ 、底宽 $b$ 、边坡系数 $m$ 和粗糙系数 $n$ ，求水深 $h$ 。
- 三、已知渠道的设计流量 $Q$ 、底坡 $i$ 、水深 $h$ 、边坡系数 $m$ 及粗糙系数 $n$ ，求渠道底宽 $b$ 。
- 四、已知渠道的设计流量 $Q$ ，水深 $h$ 、底宽 $b$ 、粗糙系数 $n$ 及边坡系数 $m$ ，求底坡 $i$ 。
- 五、已知流量 $Q$ 、流速 $v$ 、底坡 $i$ 、粗糙系数 $n$ 和边坡系数 $m$ ，要求设计渠道断面尺寸。

## 1、已知渠道的断面尺寸 $b$ 、 $m$ 、 $h$ 及底坡 $i$ 、粗糙系数 $n$ ，求通过的流量（或流速）。

例 某电站引水渠，在粘土中开凿，未加护面，渠线略有弯曲，在使用过程中，岸坡已滋生杂草。今测得下列数据：断面为梯形，边坡系数  $m$  为 1.5，底宽  $b$  为 34 m，底坡  $i$  为  $1/6500$ ，渠底至堤顶高差为 3.2 m（见图）。

（1）电站引用流量  $Q$  为  $67 \text{ m}^3/\text{s}$ 。今因工业发展需要，要求渠道供给工业用水，试计算渠道在保证超高为 0.5m 的条件下，除电站引用流量外，尚能供给工业用水若干？并校核此时渠中是否发生冲刷。



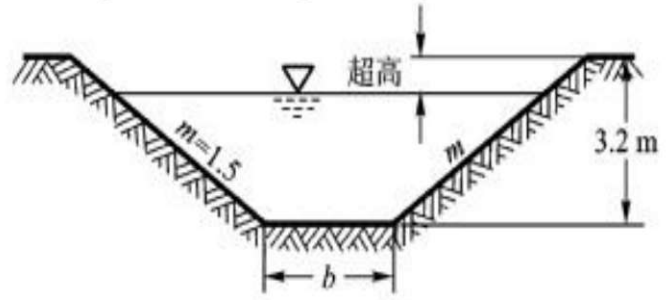
(2) 与电站最小水头所相应的渠中水深  $h$  为  $1.5\text{ m}$ ，试计算此时渠中通过的流量为多少？在此条件下渠道是否发生淤积（已知不淤流速  $v''$  为  $0.5\text{ m/s}$ ）。

(3) 为便于运行管理，要求绘制该渠道的水深—流量关系曲线，（在第（1）项和第（2）项要求的流量间绘制）。



解: (1) 求保证超高**0.5m**时的流量, 并校核冲刷。

当超高为**0.5m**时, 渠中水深  $h = (3.2 - 0.5) \text{ m} = 2.7 \text{ m}$ , 此时的断面水力要素为:



$$A = (b + mh)h = (34 \text{ m} + 1.5 \times 2.7 \text{ m}) \times 2.7 \text{ m} = 102.74 \text{ m}^2$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = 34 \text{ m} + 2 \times (2.7 \text{ m})\sqrt{1 + 1.5^2} = 43.74 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{\chi} = \frac{102.74 \text{ m}^2}{43.74 \text{ m}} = 2.35 \text{ m}$$

查表**6-2 (乙b2)**可知, 对渠线弯曲并已滋生杂草的土渠,  $n = 0.03$

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = \frac{1}{0.03} (2.35)^{1/6} = 38.4 \text{ m}^{1/2} / \text{s}$$

$$Q = AC\sqrt{Ri} = 102.74 \times 38.4 \times \sqrt{2.35 \times \frac{1}{6500}} = 75.0 \text{m}^3 / \text{s}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{75.0}{102.74} = 0.73 \text{m} / \text{s}$$

在保证电站引用流量条件下，渠道能供给工业用水量为：

$$Q = 75.0 - 67 = 8.0 \text{m}^3 / \text{s}$$

由表6-5查得，渠道土质为粘土时不冲允许流速为0.85 m/s，当R为2.35m时

$$v' = v'_R \cdot R^{1/4} = 1.05 \text{m} / \text{s} > v = 0.73 \text{m} / \text{s}$$

故在此条件下，渠道不会发生冲刷。

(2) 计算  $h$  为  $1.5\text{ m}$  时，渠道通过的流量并校核淤积。计算  $h = 1.5\text{ m}$  时的断面水力要素：

$$A = (b + mh)h = (34 + 1.5 \times 1.5) \times 1.5 = 54.37\text{m}^2$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = 34 + 2 \times 1.5\sqrt{1 + 1.5^2} = 39.41\text{m}$$

$$R = \frac{A}{\chi} = \frac{54.37}{39.41} = 1.38\text{m}$$

$$C = \frac{1}{0.03}(1.38)^{1/6} = 35.17\text{m}^{1/2}/\text{s}$$

$$Q = AC\sqrt{Ri} = 54.37 \times 35.17 \sqrt{1.38 \times \frac{1}{6500}} = 27.9\text{m}^3/\text{s}$$

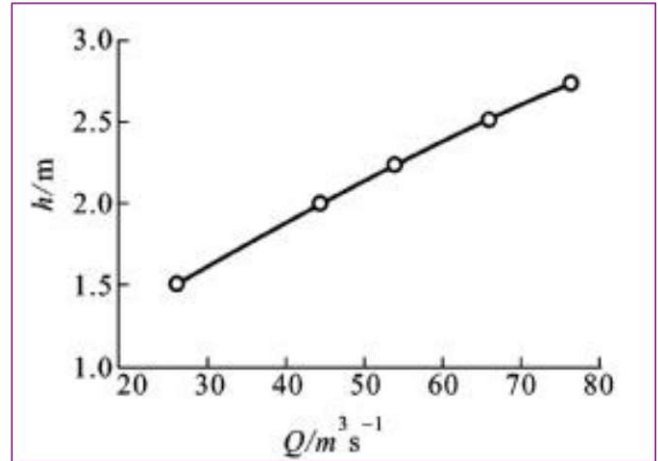
$$v = \frac{Q}{A} = \frac{27.9}{54.37} = 0.51\text{m}/\text{s} > v'' = 0.5\text{m}/\text{s}$$

故渠道在  $h = 1.5\text{ m}$  时，不会发生淤积。

### (3) 绘制 $h = (1.5 \sim 2.7) \text{ m}$ 间水深~流量曲线。

$h / \text{m}$	$A / \text{m}^2$	$\chi / \text{m}$	$R / \text{m}$	$C = \frac{1}{n} R^{1/6} / (\text{m}^{1/2} / \text{s})$	$Q = AC\sqrt{Ri} / (\text{m}^3 / \text{s})$	$v / (\text{m} / \text{s})$
1.5	54.37	39.56	1.38	35.17	27.9	0.510
2.0	74.00	41.22	1.80	36.80	45.3	0.612
2.5	94.40	43.01	2.19	37.98	65.8	0.700
2.7	102.74	43.74	2.35	38.40	75.0	0.730

根据上表  
可绘出  $h \sim Q$  曲线 (见图)



## 2、已知渠道的 $Q$ ， $i$ ， $b$ ， $m$ ， $n$ ，求水深 $h$ 。

例 某电站引水渠，通过沙壤土地段，决定采用梯形断面，并用浆砌块石衬砌，以减少渗漏损失和加强渠道抗冲能力；取边坡系数 $m$ 为1；根据天然地形，为使挖、填方量最少，选用底坡 $i$ 为1/800，底宽 $b$ 为6m，设计流量 $Q$ 为70 m<sup>3</sup>/s。试计算渠堤高度（要求超高0.5m）。

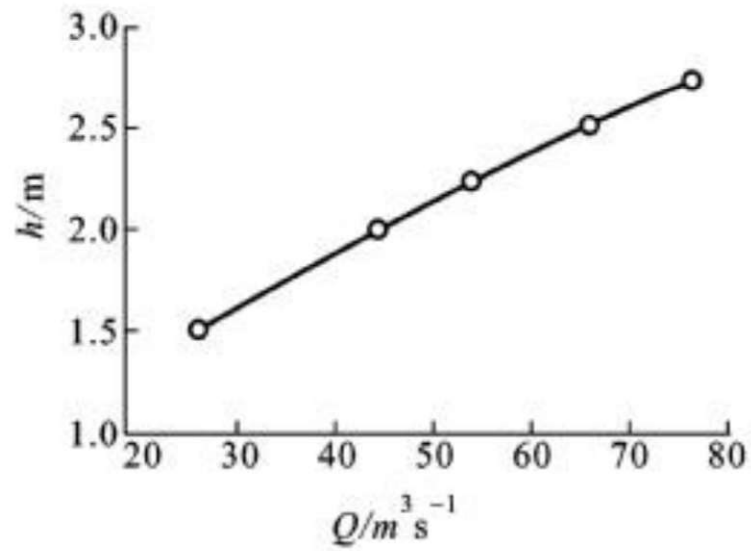
$$\text{解： } Q = AC\sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{\chi^{\frac{2}{3}}}$$

$$A = (b + mh)h, \quad \chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

$$R = \frac{A}{\chi} = \frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}} \quad C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

### (1) 试算~图解法

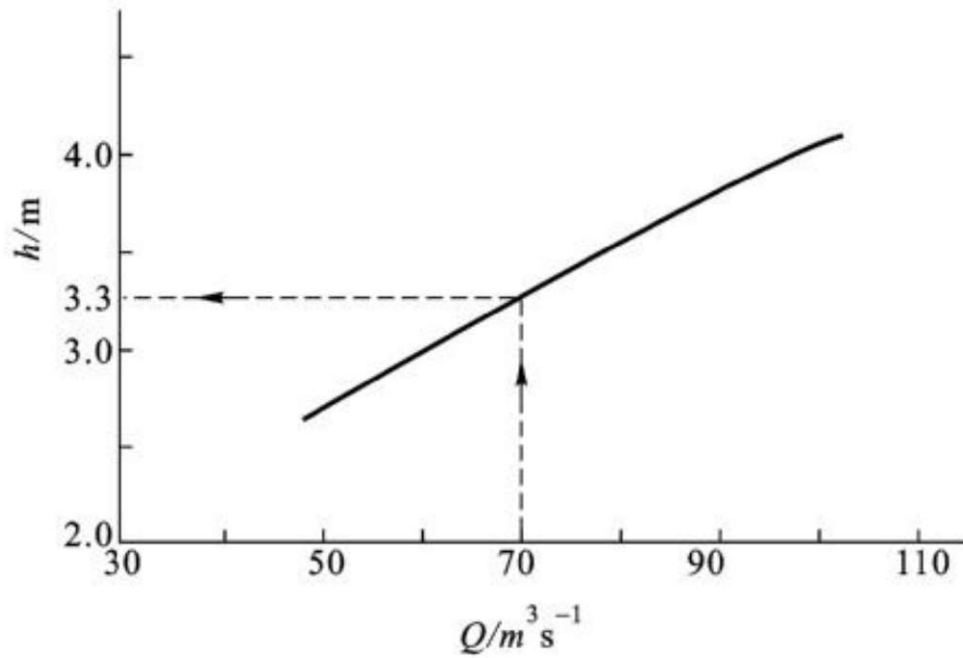
可假设一系列  $h$  值，代入上式计算相应的  $Q$  值，并绘成  $h \sim Q$  曲线，然后根据已知流量，在曲线上即可查出要求的  $h$  值。



设  $h=2.5, 3.0, 3.5, 4.0$  m, 查表6-2得  $n=0.025$ , 计算相应的  $A, R, C$  及  $Q$  值如下表:

$h/m$	$A/m^2$	$\chi/m$	$R/m$	$C/(m^{1/2}/s)$	$Q=AC\sqrt{Ri}/(m^3/s)$
2.5	21.25	13.07	1.625	44.5	42.6
3.0	27.00	14.48	1.866	45.5	59.3
3.5	33.25	15.90	2.090	46.5	78.6
4.0	40.00	17.30	2.310	47.0	100.9

$$Q = AC\sqrt{Ri}$$



由上表绘出  $h \sim Q$  曲线查得：当  $Q = 70 \text{ m}^3/\text{s}$  时，  
 $h = 3.3 \text{ m}$ ，渠堤高度为： **$3.3 + 0.5 = 3.8 \text{ m}$** 。



## (2) 迭代计算法

$$Q = AC\sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{\chi^{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{(b + mh)^{\frac{5}{3}} h^{\frac{5}{3}}}{\left(b + 2h\sqrt{1 + m^2}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

化简成迭代公式:

$$h_{i+1} = \left(\frac{Qn}{\sqrt{i}}\right)^{3/5} \frac{(b + 2h_i\sqrt{1 + m^2})^{2/5}}{(b + mh_i)}$$

迭代计算: 假定一个初始 $h_i$ 值, 得到 $h_{i+1}$ ,  
当 $h_{i+1} - h_i$ 满足精度时,  $h = h_{i+1}$

迭代初值为:  $h_1 = \left(\frac{Qn}{b\sqrt{i}}\right)^{3/5}$

解

将  $m = 1.0$ ,  $n = 0.025$ ,  $i = 1/800$ ,  $b = 6.0\text{m}$ ,  $Q = 70\text{m}^3/\text{s}$  代入下式

$$h = f(h) = \left( \frac{nQ}{\sqrt{i}} \right)^{3/5} \frac{[b + 2h\sqrt{1 + m^2}]^{2/5}}{(b + mh)}$$

可得迭代式

$$h = f(h) = 10.39 \times \frac{(6 + 2.83h)^{0.4}}{6 + h}$$

计算过程

$h/m$	0.00	3.55	3.30
$f(h)/m$	3.55	3.30	3.30

渠堤高度:  $h + \text{超高} = 3.3 + 0.5 = 3.8\text{m}$

3、已知渠道的设计流量  $Q$ ，底坡  $i$ ，水深  $h$ ，边坡系数  $m$  及粗糙系数  $n$ ，求渠道底宽  $b$ 。

迭代计算法求底宽  $b$

$$Q = AC\sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{\chi^{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{(b + mh)^{\frac{5}{3}} h^{\frac{5}{3}}}{\left(b + 2h\sqrt{1 + m^2}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

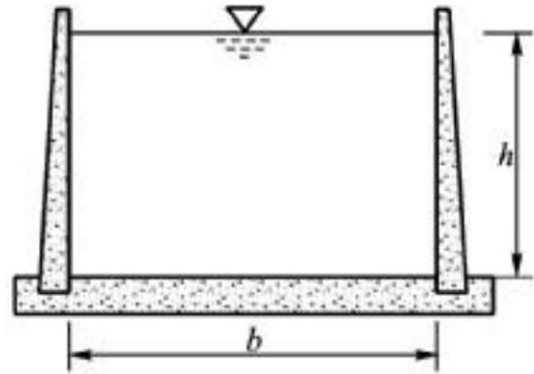
化简成迭代公式：

$$b_{i+1} = \left(\frac{Qn}{\sqrt{i}}\right)^{3/5} \frac{(b_i + 2h\sqrt{1 + m^2})^{2/5}}{h} - mh$$

迭代计算：假定一个初始  $b_i$  值，得到  $b_{i+1}$ ，  
当  $b_{i+1} - b_i$  满足精度时， $b = b_{i+1}$

例 某灌溉渠道上有一渡槽，拟采用混凝土（用刮泥刀做平）预制构件拼接成矩形断面（图），根据渡槽两端渠道尺寸及渠底高程，初步拟定渡槽的底坡  $i$  为  $1/1000$ ，水深  $h$  为  $3.5\text{m}$ ，设计流量  $Q$  为  $31\text{m}^3/\text{s}$ 。试计算渠道底宽  $b$ 。

解：查表6-2，甲-2c. 1，  
取正常值， $n=0.013$ 。



## ● 求底宽

解：用迭代法计算

$$b_{i+1} = \left(\frac{Qn}{\sqrt{i}}\right)^{3/5} \frac{(b_i + 2h\sqrt{1+m^2})^{2/5}}{h} - mh$$

把矩形断面 $m=0$ 代入迭代公式得

$$b = f(b) = \frac{1}{h} \left(\frac{nQ}{\sqrt{i}}\right)^{3/5} (b + 2h)^{2/5}$$

$$b = f(b) = \frac{1}{h} \left( \frac{nQ}{\sqrt{i}} \right)^{3/5} (b + 2h)^{2/5}$$

将  $Q = 31\text{m}^3/\text{s}$ ,  $i = 1/1000$ ,  $h = 3.5\text{m}$ ,  $n = 0.013$  代入得

$$b = f(b) = \frac{1}{3.5} \left( \frac{0.013 \times 31}{\sqrt{1/1000}} \right)^{3/5} (b + 2 \times 3.5)^{2/5}$$

简化

$$b = f(b) = 1.316 \times (b + 7)^{0.4}$$

假设 b/m	1	3.02	3.31	3.35
计算 f(b)/m	3.02	3.31	3.35	3.35

故  $b = 3.35\text{m}$

● 4、已知渠道的设计流量  $Q$ ，底宽  $b$ ，水深  $h$ ，边坡系数  $m$  及粗糙系数  $n$ ，求底坡  $i$ 。

$$Q = AC\sqrt{Ri} \Rightarrow i = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R^2}$$

例 一矩形断面渡槽， $b = 2.0\text{m}$ ，槽长  $l = 120\text{m}$  进口处槽底高程  $z_1 = 50.0\text{m}$ ，槽身为预制混凝土  $n = 0.013$ ，设计流量  $Q = 10.0\text{m}^3/\text{s}$ ，槽中水深为  $h = 1.8\text{m}$ 。试求：

- (1) 求渡槽出口底部高程  $z$ ？
- (2) 当渡槽通过设计流量时，槽内均匀流水深随底坡的变化规律。

解

求渡槽底坡*i*:

$$Q = AC\sqrt{Ri} \Rightarrow i = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R^2}$$

$$A = 3.6\text{m}^2$$

$$\chi = 5.6\text{m}$$

$$R = 0.64\text{m}$$

$$C = 71.41\text{m}^{0.5}/\text{s}$$

$$i = 10^2 / 71.41^2 \times 3.6^2 \times 0.64 = 0.00236$$

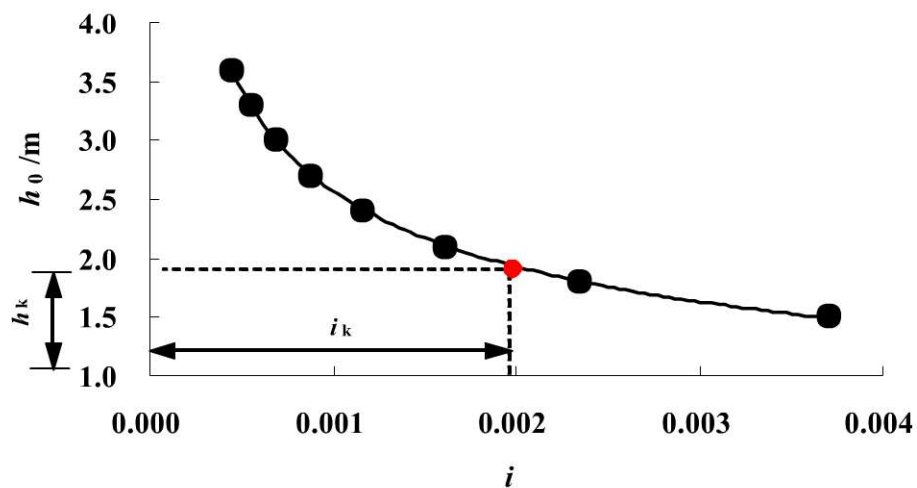
渡槽出口槽底高程

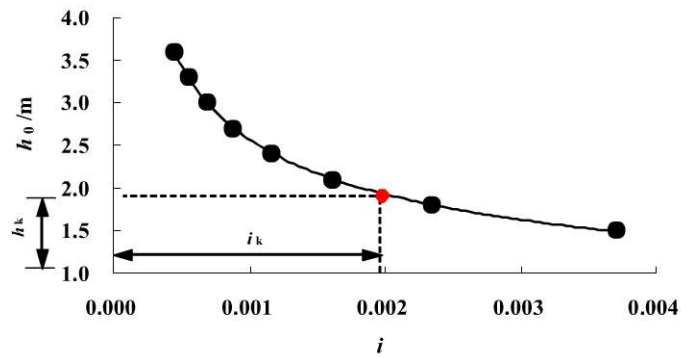
$$z_{02} = z_{01} - i \times l = 50 - 0.00236 \times 120.0 = 49.72\text{m}$$



当渡槽通过设计流量时，槽内均匀流水深随底坡的变化规律。

求  $h \sim i$  的关系曲线（流量一定）



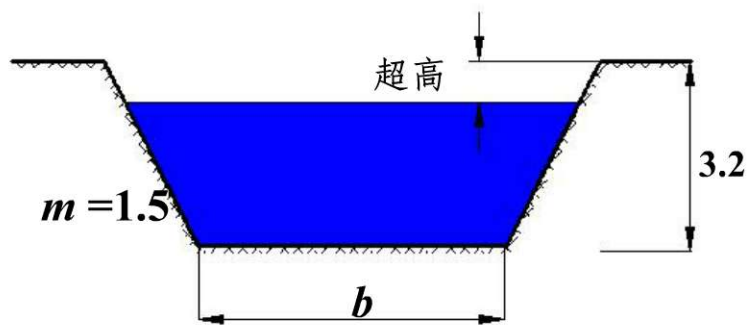


**原因** 正常水深 $h$ 与底坡 $i$ 的关系是： $i$ 增大， $h_0$ 减小

**极限值**  $i \rightarrow 0$ ， $h \rightarrow \infty$ ，平坡不可能出现均匀流

底坡 $i$ 越大，坡度越陡，重力沿流动方向的分力越大，流速愈大，水深愈小。

**例** 一电站已建引水渠为梯形断面， $m=1.5$ ，底宽 $b=35\text{m}$ ， $n=0.03$ ， $i=1/6500$ ，渠底到堤顶高程差为 $3.2\text{m}$ ，电站引水流量 $Q=67\text{m}^3/\text{s}$ 。因工业发展需要，要求渠道供给工业用水。试计算超高 $0.5\text{m}$ 条件下，除电站引用流量外，还能供给工业用水若干？



渠中水深

$$h = 3.2 - 0.5 = 2.7 \text{ m}$$

过水断面

$$A = (b + mh)h = (35 + 1.5 \times 2.7) \times 2.7 = 105.44 \text{ m}^2$$

湿周

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = 35 + 2 \times 2.7\sqrt{1 + 1.5^2} = 44.74 \text{ m}$$

水力半径

$$R = A/\chi = 105.44/44.74 = 2.36 \text{ m}$$

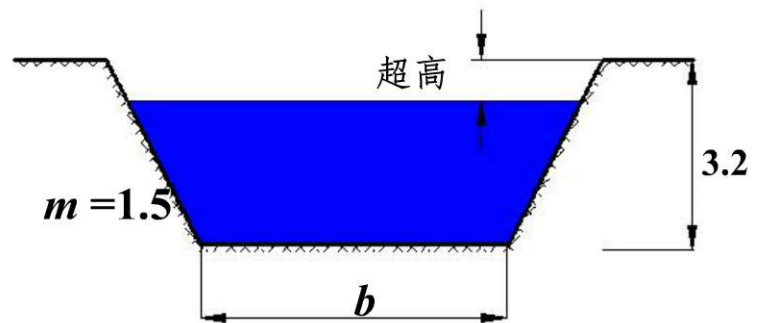
谢才系数

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = \frac{1}{0.03} \times 2.36^{1/6} = 38.5 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$$

流量

$$Q = AC\sqrt{Ri} = 105.44 \times 38.5 \sqrt{2.36/6500} = 77.4 \text{ m}^3/\text{s}$$

保证电站引用流量下，  
渠道还可提供用水量：  
 $77.4 - 67.0 = 10.4 \text{ m}^3/\text{s}$



5、已知流量 $Q$ 、流速 $v$ 、底坡 $i$ 、粗糙系数 $n$ 和边坡系数 $m$ ，要求设计渠道断面尺寸。

例 一梯形渠道，流量  $Q=19.6\text{m}^3/\text{s}$ ，流速  $v=1.45\text{m/s}$ ， $m=1.0$ ，糙率  $n=0.02$ ， $i=0.0007$ ，试求渠道断面底宽 $b$ 及水深 $h$ 。

由连续性方程得：

$$A = \frac{Q}{v} = \frac{19.6}{1.45} = 13.79\text{m}^2$$

由谢才公式及曼宁公式得：

$$R = \left( \frac{v n}{\sqrt{i}} \right)^{\frac{2}{3}} = \left( \frac{1.45 \times 0.02}{\sqrt{0.0007}} \right)^{\frac{2}{3}} = 1.15\text{m}$$

由水力半径公式得：

$$\chi = \frac{A}{R} = \frac{13.79}{1.15} = 11.7\text{m}$$

将已知值代入湿周及面积公式得：

$$\begin{array}{l} \chi = b + 2h\sqrt{1+m^2} \\ A = (b+mh)h \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} b + 2.828h = 11.7 \\ (b+h)h = 13.79 \end{array}$$

由右式得  $b = 11.7 - 2.828h$

$$(11.7 - 2.828h + h)h = 13.79$$

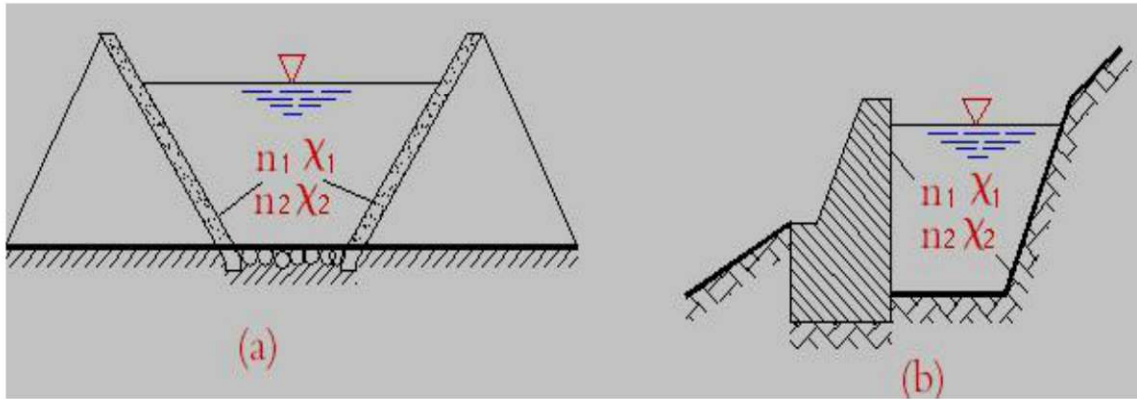
化简得  $1.828h^2 - 11.7h + 13.79 = 0$

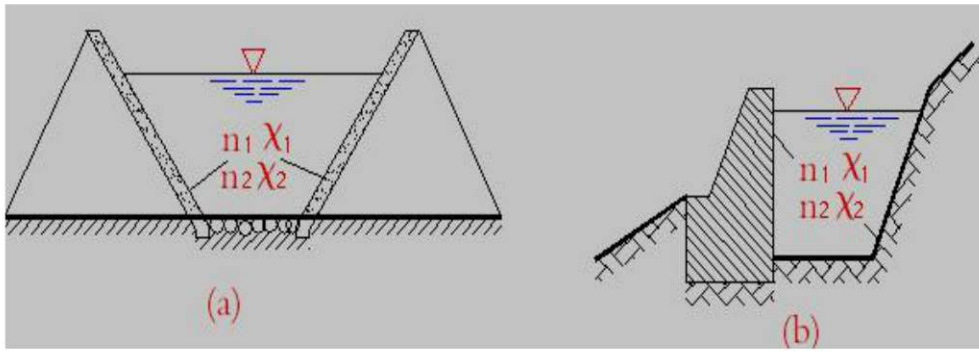
求解方程得

$$h = \begin{cases} 1.51\text{m} \\ 4.89\text{m} \end{cases} \quad \longrightarrow \quad b = \begin{cases} 7.43\text{ m} & (h_0 = 1.51\text{ m}) \\ b < 0\text{ m} & (h_0 = 4.89\text{ m}) \end{cases}$$

## § 5.7 粗糙度不同的明渠及复式断面明渠的水力计算

### 一、断面周界上的粗糙度不同的明渠均匀流的水力计算





当渠道底部的粗糙系数小于侧壁的粗糙系数时，按照下式计算

$$n_r = \sqrt{\frac{n_1^2 X_1 + n_2^2 X_2}{X_1 + X_2}}$$

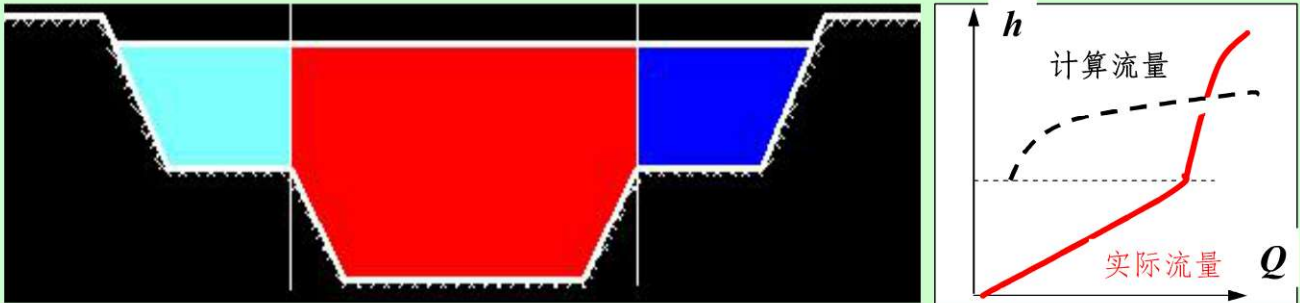
在一般情况下，也可以按照加权平均方法估算，即

$$n_r = \frac{n_1 X_1 + n_2 X_2}{X_1 + X_2}$$

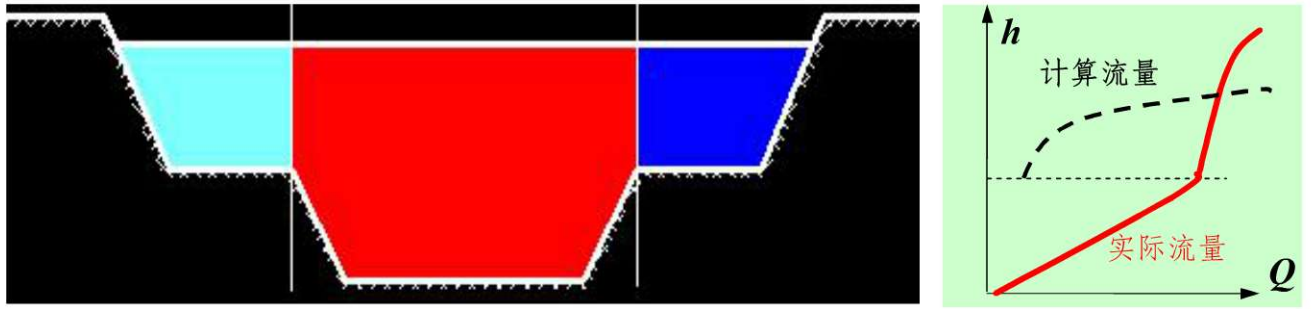


## 二、复式断面明渠均匀流的水力计算

当渠道流量变化大时，断面形状采用复式断面



糙率沿湿周可能不变，也可能变化，视具体情况而定

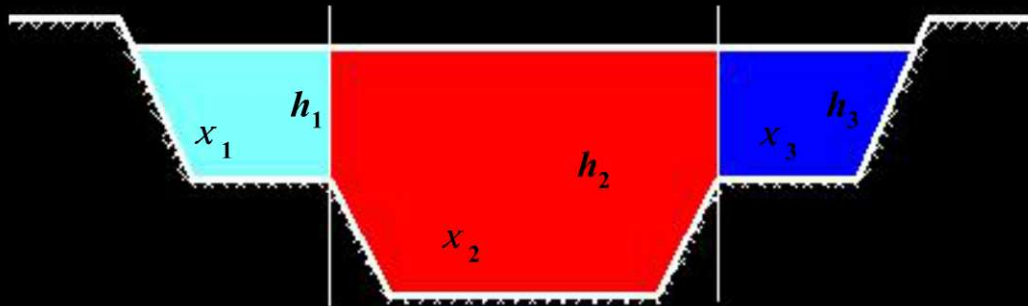


复式断面渠道，不能用综合糙率来计算流量

原因：水深变化引起湿周变化可能是不连续的

例如，水位刚刚漫上浅滩（第二个台阶）时，湿周突然增大，过水断面面积变化很小，计算流量会突然减小，小于实际流量。

把断面按水深划为几部分，分别计算流速、流量



例如，用垂线把断面划分成三部分

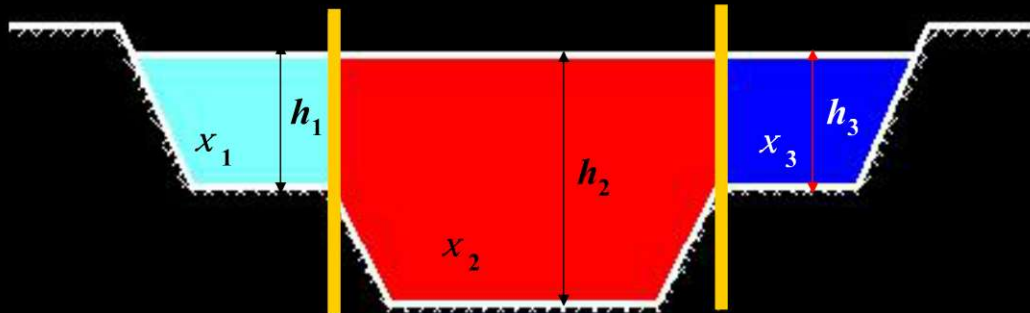
$$Q_3 = A_3 C_3 \sqrt{R_3 i} = K_3 \sqrt{i}$$

$$Q_2 = A_2 C_2 \sqrt{R_2 i} = K_2 \sqrt{i}$$

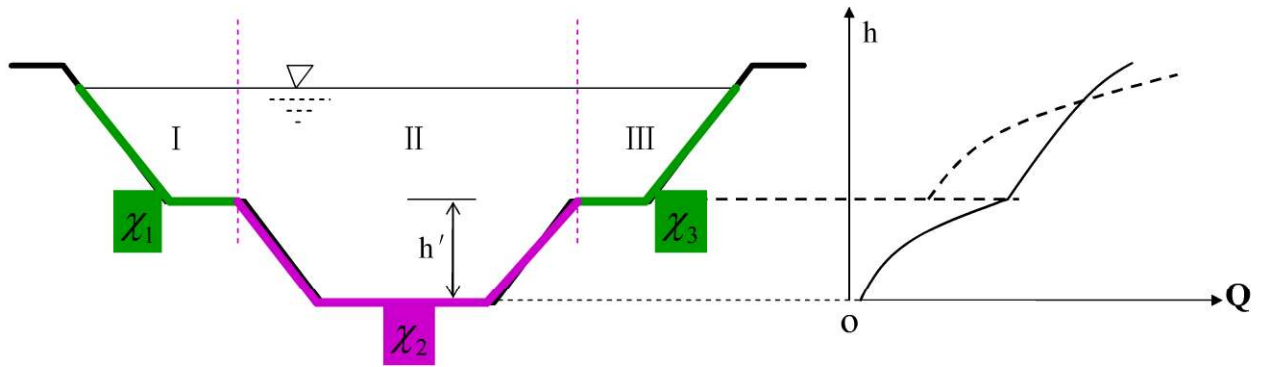
$$Q_1 = A_1 C_1 \sqrt{R_1 i} = K_1 \sqrt{i}$$

注意：计算各部分湿周时，不要把两垂直分界线计入

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (K_1 + K_2 + K_3)\sqrt{i}$$



## 二、复式断面明渠均匀流的水力计算



$$Q_I = A_I C_I \sqrt{R_I i}$$

$$Q_{II} = A_{II} C_{II} \sqrt{R_{II} i}$$

$$Q_{III} = A_{III} C_{III} \sqrt{R_{III} i}$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_I = A_I C_I \sqrt{R_I i} \\ Q_{II} = A_{II} C_{II} \sqrt{R_{II} i} \\ Q_{III} = A_{III} C_{III} \sqrt{R_{III} i} \end{array} \right\} Q = \sum Q_i$$

# 圆形无压管道均匀流的水力计算

**圆形无压管：**是指管中不满流的管道。

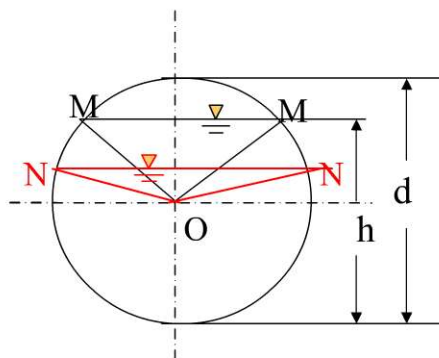
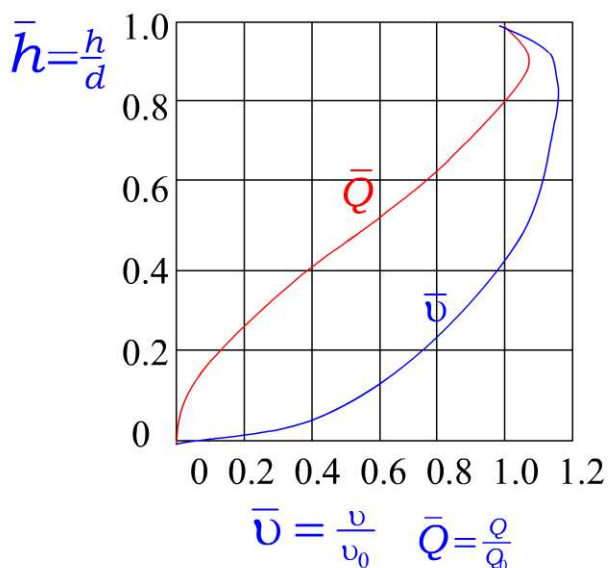
长直的无压管流，当 $i$ ， $n$ ， $d$ 均保持沿程不变时，管中水流可认为是明渠均匀流。

## 一、圆形无压管流的水力特征

- 1) 圆形无压管流的水力坡度 $J$ 、测压管水力坡度 $J_p$ 、底坡 $i$ 彼此相等，即 $J=J_p=i$ 。
- 2) 流速和流量分别在水流为满流之前，达到其最大值，即其水力最优情况发生在满流前。

## 特征2) 说明:

(1) 当 $h > d/2$ , 水深的增加引起水面宽度的减少, 过水断面面积增加缓慢, 在接近满管流时, 增加最慢。(2) 而近满流时, 湿周 $P$ 却增加得最快。(3) 当水深 $h$ 增大到一定程度时, **过水断面面积的增长率比相应的湿周的增长率小**, 相应地无压圆管的通过流量 $Q$ 反而会相对减小, 即无压圆管的通过流量 $Q$ 在满管之前 (即 $h < d$ 时) 便达到最大值。

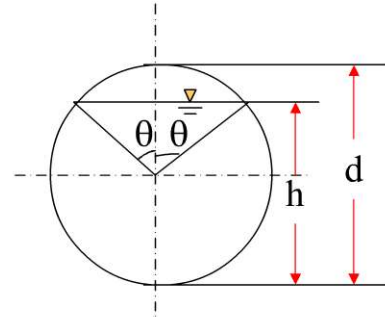


**结论:**  $\bar{h} = 0.95$ 时,  $\bar{Q} = 1.08$ 为最大值;  
 $\bar{h} = 0.81$ 时,  $\bar{v} = 1.16$ 为最大值。

## 二、圆形无压管流计算的基本公式

过水断面面积:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi d^2}{4} - \frac{d^2 \theta}{4} + \frac{d^2}{4} \sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{d^2}{4} \left( \pi - \theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right) \end{aligned}$$



湿周:  $\chi = \frac{d}{2} (2\pi - 2\theta) = d(\pi - \theta)$

水力半径:  $R = \frac{A}{\chi} = \frac{d}{4} \left( 1 + \frac{\sin 2\theta}{2\pi - 2\theta} \right)$

流量  $Q = \frac{i^{1/2}}{n} \frac{A^{5/3}}{\chi^{2/3}} = K \left( \pi - \theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right) \left( 1 + \frac{\sin 2\theta}{2\pi - 2\theta} \right)^{2/3}$

式中:  $K = \frac{d^2 i^{1/2}}{4n} \left( \frac{d}{4} \right)^{2/3}$



### 三、水力最优

#### 1、最大流量

将水力要素  $A, \chi$  代入  $Q = \frac{i^{1/2} A^{5/3}}{n \chi^{2/3}}$ ,  $n, d$  一定, 并由  $\frac{dQ}{d\theta} = 0$

$$\text{可得 } \theta = 26^\circ \Rightarrow Q = Q_{\max} \Rightarrow \text{充度 } \alpha = \frac{h}{d} = 0.94$$

充满度与最大流量比  $\frac{h}{d} = 0.94, \left(\frac{Q}{Q_0}\right)_{\max} = 1.08$

即最大流量大于满管流量的8%

$$Q_{\max} = 1.08Q_0$$

# 三、水力最优

## 2、最大流速

$$V = \frac{1}{n} \left( \frac{A}{p} \right)^{2/3} i^{1/2} \quad \frac{dV}{d\theta} = 0 \quad \theta = 51.25^\circ \text{ 时} \quad \alpha = 0.81 \quad V = V_{\max}$$

$\therefore$  当  $\frac{h}{d} = 0.81$  时,  $\left( \frac{V}{V_0} \right)_{\max} = 1.14$ , 此时最大流速超过满流时流速  $V_0$  的 14%

实验指出:

无压圆管为不满流时, 流量、流速在  $h/d=0.97$  和  $h/d=0.83$  时分别达最大值。

相对值的计算

$$\bar{Q} = \frac{Q}{Q_0} = \frac{1}{\pi} \left( \pi - \theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right) \left( 1 + \frac{\sin 2\theta}{2\pi - 2\theta} \right)^{2/3}$$

$$\bar{v} = \frac{v}{v_0} = \frac{Q}{Q_0} \cdot \frac{A_0}{A} = \left( 1 + \frac{\sin 2\theta}{2\pi - 2\theta} \right)^{2/3}$$

$$\bar{h} = \frac{h}{d} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \theta$$

式中  $Q_0$ 、 $v_0$  分别为圆管恰好为满流时的流量与流速。

# 无压圆管水力计算的基本问题

## 1、验算输水能力

已知 $d$ 、 $h$ 、 $n$ 及 $i$ ，求圆管所通过的流量 $Q$ 。

直接应用公式  $Q = AC\sqrt{Ri}$

## 2、确定底坡 $i$

已知 $Q$ 、 $d$ 、 $n$ 及 $h$ ，确定圆管底坡 $i$

直接应用公式  $i = \frac{Q^2}{K^2} = \frac{Q^2}{A^2 C^2 R}$

## 3、设计圆管的过水断面尺寸（求管径 $d$ ）

已知 $Q$ 、 $\bar{h}$ 、 $h$ 、 $i$ ，求圆管直径 $d$

代入基本公式  $Q = AC\sqrt{Ri} = f(d)$  便可求出管道直径 $d$ 。

1、圆形无压管道中，为什么其流量在满管流之前即已达到最大值？

这是由于水深 $h$ 增大到一定程度后，过水断面面积的增长率小于湿周的增长率，从而使无压圆管流中通过的流量相对减小。

2、按最大流量设计无压管流，工程中是否合理？

（不合理，会造成有压无压交替的不稳定流）

- 作业 6-2, 6-5, 6-8, 6-10