

河北大学 2013 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

等离子体物理、凝聚态物理、光学、微电子学与固体电子学	适用专业	考试科目代码	考试科目名称
		601	理学数学

特别说明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、选择题 (共 18 分, 每题 3 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1、设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, 有 (①)。

- A. $f(x)$ 与 x 是等价无穷小 B. $f(x)$ 与 x 同阶但非等价无穷小
C. $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小 D. $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小

2、设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $F(x) = \int_{x^2}^{e^x} f(t) dt$, 则 $F'(x) =$ (②)。

- A. $-e^{-x} f(e^{-x}) - 2xf(x^2)$ B. $-e^{-x} f(e^{-x}) + f(x^2)$
C. $e^{-x} f(e^{-x}) - 2xf(x^2)$ D. $e^{-x} f(e^{-x}) + f(x^2)$

3、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的 (③)。

- A. 左、右导数都存在 B. 左导数存在, 右导数不存在
C. 左导数不存在, 右导数都存在 D. 左、右导数都不存在

4、函数 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在原点 $(0, 0)$ 处 (④)。

- A. 不可微 B. 偏导数不存在 C. 偏导数存在但不连续 D. 可微

5、设有空间闭区域 $\Omega_1 = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$, $\Omega_2 = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$, 则有 (⑤)。

- A. $\iiint_{\Omega_1} x dv = 4 \iiint_{\Omega_2} x dv$ B. $\iiint_{\Omega_1} y dv = 4 \iiint_{\Omega_2} y dv$
C. $\iiint_{\Omega_1} z dv = 4 \iiint_{\Omega_2} z dv$ D. $\iiint_{\Omega_1} xyz dv = 4 \iiint_{\Omega_2} xyz dv$

河北大学 2013 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

通用专业	考试科目代码	考试科目名称
等离子体物理、凝聚态物理、光学、微电子学与固体电子学	601	理学数学

特别说明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

6、若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 R , 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{2n}$ 的收敛半径为 (⑤) .

- A. R B. R^2 C. \sqrt{R} D. $2R$

二、填空题 (共 18 分, 每题 3 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1、已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 连续且可导, 则常数 $a = \underline{\textcircled{1}}$, $b = \underline{\textcircled{2}}$.

2、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^y + xy = e$ 所确定, 则 $y''(0) = \underline{\textcircled{3}}$.

3、微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y}$ 的通解为 ④ .

4、设 $z = \arctan \frac{y}{x}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \underline{\textcircled{5}}$.

5、将二次积分 $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$ 交换积分次序为 ⑥ .

6、设 L 为圆周 $x^2 + y^2 = a^2$, 直线 $y = x$ 和 x 轴在第一象限内所围成的扇形的整个边界, 则曲线积分 $\oint_L e^{\sqrt{x^2+y^2}} ds$ 的值是 ⑦ .

三、解答下列各题 (共 100 分, 每题 10 分)

1、求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \arctan x \right)^x$.

2、求参数方程 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$ 的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

3、计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx$.

河北大学 2013 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

通用专业	考试科目代码	考试科目名称
等离子体物理、凝聚态物理、光学、微电子学与固体电子学	601	理学数学

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

4、计算不定积分 $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx$.

5、求抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 及其在点 $(0, -3)$ 和 $(3, 0)$ 处的切线所围成图形的面积。

6、设 $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{x}\right)$, 其中函数 f 具有二阶连续导数, 求 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 及 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

7、计算二重积分 $\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} d\sigma$, 其中 D 是 $x^2 + y^2 = Rx$ 所围成的闭区域。

8、计算 $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$, Ω 是由曲面 $z = \frac{h}{R} \sqrt{x^2 + y^2}$ 与平面 $z = h$ ($R > 0, h > 0$) 所围成的闭区域。

9、计算 $\int_L (x^2 - y) dx - (x + \sin^2 y) dy$, 其中 L 是在圆周 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 上由点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的一段弧。

10、计算 $\oiint_{\Sigma} xz^2 dy dz + (x^2 y - z^3) dz dx + (2xy + y^2 z) dx dy$, 其中 Σ 为上半球体 $0 \leq z \leq \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$, $x^2 + y^2 \leq a^2$ 的表面的外侧。

四、(共 14 分, 每题 7 分)

1、设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, $g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续且不变号, 证明至少存在一点 $\xi \in [a, b]$, 使下式成立

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_a^b g(x)dx$$

2、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$ 的和函数。