

# 沈阳农业大学 2013 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 601/621 数学(理)(高等数学部分) 共 2 页

分 值: 84 分

适用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题(本题共 3 小题, 每小题 4 分, 满分 12 分)

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} [1 + \ln(1+x)]^{\frac{2}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 函数  $y = x^{\sin x}$ , ( $x > 0$ ) 的导数  $y' = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 改变积分次序  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{\frac{3-x}{2}} f(x, y) dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

二、单项选择题(本题共 3 小题, 每小题 4 分, 满分 12 分)

1. 设  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + k \cdot t) - f(x_0 - t)}{t} = 2f'(x_0)$ , 则  $k = [ \quad ]$ .

- (A) 1;                      (B) -1;                      (C) 2;                      (D) -2.

2. 设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上连续, 且  $f(x) > 0$ , 则方程  $\int_a^x f(t) dt + \int_b^x \frac{1}{f(t)} dt = 0$  在开

区间  $(a, b)$  内的根有  $[ \quad ]$ .

- (A) 0 个;                      (B) 1 个;                      (C) 2 个;                      (D) 无穷多个.

3. 设  $I = \iint_D (x^2 + y^2) d\sigma$ ,  $D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ , 则  $I = [ \quad ]$ .

- (A)  $\frac{15}{4}\pi$ ;                      (B)  $\frac{13}{2}\pi$ ;                      (C)  $\frac{15}{2}\pi$ ;                      (D)  $\frac{15}{3}\pi$ .

三、(本题满分 12 分)

设  $f(x)$  的原函数  $F(x) > 0$ , 且  $F(1) = \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ , 当  $x > 0$  时,

$$f(x)F(x) = \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)}, \text{ 求 } f(x).$$

四、(本题满分 12 分)

已知  $z = f(x \ln y, x - y)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

五、(本题满分 12 分)

设  $f(x)$  在闭区间  $[0,1]$  上可导, 且满足  $f(1) = 2 \int_0^1 xf(x)dx$ , 证明: 存在  $\xi \in (0,1)$ ,

使  $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ .

六、(本题满分 12 分)

求方程  $y'' + 2y' - 6y = e^{-3x}$  满足初始条件  $y(0) = 1, y'(0) = 1$  的特解.

七、(本题满分 12 分)

在  $xoy$  平面上求一点, 使它到  $x = 0, y = 0, x + 2y - 16 = 0$  三直线的距离平方之和最小.

# 沈阳农业大学 2013 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 601/621 数学 (理) (线性代数部分)

分 值: 33 分

适用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设  $A$  为三阶方阵且  $R(A)=1$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & k \end{bmatrix}$ ,  $AB = O$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

2. 已知矩阵  $A = PQ$ , 其中  $P = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $Q = [2 \quad -1 \quad 2]$ , 则矩阵  $A^{100} =$  \_\_\_\_\_.

二、单项选择题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设  $A$  为  $n$  阶方阵, 满足  $AA^T = E$  ( $E$  是  $n$  阶单位矩阵),  $|A| < 0$ , 则  $|A + E| =$  ( )

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3

2. 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  线性无关, 则结论正确的是 ( )

- (A)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$  线性无关  
(B)  $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$  线性无关  
(C)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$  线性无关  
(D)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$  线性无关

三、计算题 (本题满分 9 分)

设有三维向量  $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1+\lambda \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\alpha_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1+\lambda \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1+\lambda \end{bmatrix}$ ,  $\beta = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda \\ \lambda^2 \end{bmatrix}$ , 试问: 当  $\lambda$  取

何值时



1.  $\beta$  可以由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表示, 且表达式是惟一的.

2.  $\beta$  可以由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表示, 但表达式不惟一.

#### 四、计算题 (本题满分 8 分)

已知二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2ax_2x_3$  ( $a > 0$ ) 通过正交变换化成标准型

$f = y_1^2 + 2y_2^2 + 5y_3^2$ , 求参数  $a$  及所用的正交变换矩阵.

考试科目: 601/621 数学(理) (概率论部分)

分 值: 33 分

试用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

#### 一、填空题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 随机变量  $X$  的分布律为  $P\{X = k\} = a \frac{\lambda^k}{k!}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 常数  $\lambda > 0$ , 则常数  $a$

为 \_\_\_\_\_。

2. 设随机变量  $X$  的方差为 3, 则根据切比雪夫 (Chebyshev) 不等式估计概率

$P\{|X - EX| \leq 3\} \geq$  \_\_\_\_\_。

#### 二、单项选择题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设  $X$  服从参数  $\lambda$  的指数分布, 且已知  $E(X^2) = 50$ , 则  $\lambda$  等于 ( )

(A) 5                      (B)  $\frac{1}{5}$                       (C)  $\frac{1}{5\sqrt{2}}$                       (D)  $5\sqrt{2}$

2. 已知随机变量  $X \sim N(1, 4)$ ,  $Y = aX + b$ ,  $Y \sim N(0, 1)$ , 则下列结论正确的是 ( )

(A)  $a = 2, b = -2$     (B)  $a = -1, b = 2$     (C)  $a = 0.5, b = -1$     (D)  $a = 0.5, b = -0.5$

#### 三、(本题满分 8 分)

设  $X$  和  $Y$  的联合概率密度  $f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 试求  $Z = \frac{X+Y}{3}$  的分布函

数和概率密度函数。

#### 四、(本题满分 9 分)

将两封信随机的放入三个信箱中, 以  $X$  表示放入第一个信箱中信的件数,  $Y$  表示放入第二个信箱中信的件数,

求: (1)  $(X, Y)$  的概率分布;

(2)  $P(Y = 1 | X = 1)$ ;

(3)  $X$  与  $Y$  是否相互独立?