

- A、同阶但不等价无穷小
C、低阶无穷小

- B、等价无穷小
D、高阶无穷小

6、球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 在点 $(1,1,1)$ 处的法线方程为()

A、 $x + y + z = 3$

B、 $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{2}$

C、 $x - y + z = 3$

D、 $x = y = z$

二、填空题 (本题含 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1、设 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (-1, 2, 0)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

2、设 $z = e^{x+y}$, 则 $dz =$ _____。

3、 $\int_{-2}^2 \frac{x^4 \arctan x}{2 + \cos x} dx =$ _____。

4、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$ 的收敛域是 _____。

5、已知 $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。

6、已知 $y_1 = (x+1)e^x$, $y_2 = xe^x$, 是某线性常系数微分方程的两个特解, 则该微分方程为 _____。

三、计算不定积分 $\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$. (10 分)

四、已知 $x \cos y - y = 2$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$. (12 分)

五、设半径为 R 的球体体密度为 $\mu = 5r^2$ (r 是球内任一点到球心的距离), 求球体的质量。(14 分)

六、设曲线积分 $\int_L xy^3 dx + y^2 \varphi(x) dy$ 与路径无关, 其中

$\varphi(0) = 0$. 计算 $I = \int_{(0,0)}^{(1,1)} xy^3 dx + y^2 \varphi(x) dy$. (12分)

七、计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} 2y dy dz - 2xz dz dx + z^2 dx dy$. 其中 Σ : 锥

面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被 $z = 1, z = 3$ 所截得部分的外侧。(12分)

八、利用逐项求导或逐项积分, 求无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}$ 的和函数。

(10分)

九、解微分方程 $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$. (10分)

十、证明不等式: $|\arctan y - \arctan x| \leq |y - x|$. (10分)